VISIT…

В.А. Котляревский, В.И. Ганушкин,
А.А. Костин, А.И. Костин, В.И. Ларионов

УБЕЖИЩА ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ

Конструкции и расчет

Под редакцией
д-ра техн. наук,
проф. В.А. Котляревского

Москва
Стройиздат
1989

ББК 38.78
У 17
УДК 699.85:351.862

Печатается по решению секции литературы по жилищно-коммунальному хозяйству редакционного совета Стройиздата.

Рецензент — Р. О. Бакиров, начальник кафедры ВИА им. В. В. Куйбышева, доктор техн. наук.

Редактор — Р. Х.

Убежища гражданской обороны: Конструкции
У 17 и расчет/В. А. Котляревский, В. И. Ганушкин, А. А. Костин и др.; Под ред. В. А. Котляревского. — М.: Стройиздат, 1989. — 606 с.: ил.
ISBN 5-274-00515-2

Рассмотрены объемно-планировочные и конструктивные решения убежищ гражданской обороны. Изложены инженерные, а также с применением ЭВМ методы динамического расчета конструкций и заглубленных сооружений на механическое действие взрыва.

Для инженерно-технических и научных работников проектных и научно-исследовательских организаций, а также штабов гражданской обороны. Может быть использована студентами строительных вузов.

У $\frac{3308000000-539}{047(01)-89}$ 44—89

ББК 38.78

ISBN 5-274-00515-2

© Стройиздат, 1989

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основной задачей гражданской обороны является защита населения от современных средств поражения путем размещения в защитных сооружениях (убежищах и противорадиационных укрытиях). Строительство этих сооружений осуществляют заблаговременно либо в короткие сроки по особому указанию. Убежища в системе защитных сооружений занимают главенствующую роль, так как обеспечивают противоядерную, противохимическую, противорадиационную и противобактериологическую защиту укрываемых.

Основополагающим фактором, учитываемым при проектировании убежищ, является поражающее действие взрыва ядерного боеприпаса, которое наиболее существенно влияет на конструктивно-планировочное решение убежищ и их стоимость.

В настоящей книге рассмотрены вопросы проектирования сооружений гражданской обороны и их расчета на действие кратковременных динамических нагрузок от современных средств поражения. В первой части книги изложены общие сведения о поражающих факторах ядерного взрыва и его последствиях, рассмотрены объемно-планировочные и конструктивные решения современных убежищ, оценено влияние ряда факторов на их технико-экономические показатели, даны рекомендации и технические предложения по снижению материалоемкости и стоимости защитных сооружений.

Вторая часть посвящена инженерным методам расчета сооружений, включающим определение параметров динамических нагрузок на конструкции убежищ под разрушаемыми зданиями, расчет элементов многоэтажных заглубленных убежищ, а также расчет конструкций на местное действие удара обломками надземной части здания.

В третьей части изложены методы динамического расчета конструкций сооружений на ЭВМ. Описаны оригинальные вычислительные комплексы и программы, позволяющие проводить численный анализ напряженно-деформированного состояния и параметров движения сооружений гражданской обороны с учетом реального поведения в динамике грунтовых сред и конструкционных материалов. Численные методы применены и для динамического расчета наиболее распространенных в строительстве балочных железобетонных и стальных конструкций с учетом эффектов скоростного нагружения.

Глава 1 написана В. А. Котляревским и В. И. Ганушкиным; главы 2, 9, 10, 11, 12 — В. А. Котляревским; глава 3 (кроме 3.1) и 8.8 — А. И. Костиным; главы 4, 5 и 3.1 — В. И. Ганушкиным; главы 6, 7, 8 (кроме 8.8) — В. И. Ларионовым; глава 13 — В. А. Котляревским и А. А. Костиным.

Авторы выражают благодарность проф. Р. О. Бакирову, кандидатам техн. наук В. И. Морозову и А. Н. Самородову за советы, которые были учтены при подготовке рукописи к изданию, канд. техн. наук Е. Г. Майоровой и инж. В. С. Репиной за помощь в решении ряда задач на ЭВМ и их обработке.

Часть первая
УБЕЖИЩА ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ

Глава 1. СРЕДСТВА ПОРАЖЕНИЯ

1.1. Общие сведения о средствах поражения [2, 3, 18, 19, 28, 47]

К оружию массового поражения (ОМП) относятся ядерное, химическое и биологическое оружие. Качества ОМП могут приобрести обычные виды оружия в процессе совершенствования при внесении элементов, основанных на новых принципах (инфразвуковой, лучевой, радиологический и др.). К наиболее мощным средствам ОМП относится ядерное оружие, которое состоит из ядерных боеприпасов (боевые части ракет, бомб, мин, снарядов) и средств доставки (носителей). Ядерный взрыв (ЯВ) происходит в результате ядерной реакции деления или синтеза. Калибр («мощность») ядерного боеприпаса (ЯБ) определяется энергией, выделяющейся при ЯВ, сравниваемой с энергией взрыва заряда химического взрывчатого вещества (ВВ) нормальной мощности (тротил с теплотой взрыва 4240 кДж/кг). Величина C массы тротилового заряда, эквивалентного по энергии ядерному боеприпасу, называется его тротиловым эквивалентом.

По мощности ЯБ условно подразделяют на малые — мощностью до 15 кт, средние — 15—100 кт, крупные — 100—500 кт, сверхкрупные — свыше 500 кт. Различают взрывы воздушные, наземные и приземные, подземные и подводные. Поражающими факторами воздушного и наземного ЯВ являются воздушная ударная волна, световое излучение, проникающая радиация, радиоактивное заражение местности (РЗМ) и электромагнитное излучение (ЭМИ). Около 50 % энергии ЯВ расходуется на образование ударной волны и воронки в грунте, 30—40 % — на световое излучение, до 5 % — на проникающую радиацию и ЭМИ и до 15 % на РЗМ.

Нейтронные ЯБ — разновидность ядерных боеприпасов небольшой мощности с повышенным выходом радиации. Для этих ЯБ на образование ударной волны расхо-

дуется до 10 % энергии взрыва, 5—8 % — на световое излучение и около 85 % — на нейтронное и гамма-излучения (проникающую радиацию).

При подземном взрыве на глубине проникания в грунт боеголовок или заложения ядерных фугасов основными поражающими факторами являются сейсмовзрывные волны в грунте и сильное радиоактивное заражение местности. При подземных взрывах в зонах воронок разрушаются особо прочные подземные и полузаглубленные сооружения.

К средствам доставки ЯБ к цели относятся ракеты наземного, морского и воздушного базирования, специальные самолеты и артиллерия. Данные о ЯБ, доставляемых ракетами стратегического назначения США, Великобритании и Франции, приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1. Некоторые данные о ядерном оружии

Ракета	Боеголовки		Ракета	Боеголовки	
	число, шт.	мощность, Мт		число, шт.	мощность, Мт
Наземного базирования					
Титан-2	1	10	Минитмэн-2	1	2
S-3 (Франция)	1	10	Минитмэн-3	3	0,35
Першинг-2	1	0,05	Минитмэн-3М	3	0,5
ГЛСМ (крылатая ракета)	1	0,2	МХ	10	0,6
Морского базирования					
М-20 (Франция)	1	10	Посейдон С-3	10—14	0,05
Поларис А-3Т	3	0,2	Трайдент-1 (С-4)	8	0,1—0,15
Поларис А-3ТК (Великобритания)	6	0,05	Томахок (крылатая ракета)	1	0,2
Воздушного базирования					
Хуаид-Дог (УРС)	1	1	Блю-Стил (УРС, Великобритания)	1	1
СРЭМ (УРС)	1	0,2	АЛСМ-В (крылатая ракета)	1	0,2

Стратегическая авиация — бомбардировщики тяжелые «Стратофортресс» B-52 и B-1, средние FB-111 (США), средние «Вулкан» B-2 (Великобритания), «Мираж» IV (Франция) могут нести авиабомбы, снаряды и ракеты с ядерными, химическими и бактериологическими боеголовками. Нейтронные боеприпасы могут доставляться оперативно-тактическими ракетами Ланс и Першинг-1А, 155 мм и 203,2 мм гаубицами.

Очаги поражения могут возникать от применения обычных средств поражения — зажигательного оружия, площадно́го оружия (кассетные боеприпасы), а также боеприпасов объемного взрыва и фугасных боеприпасов, снаряженных тротилом.

Боеприпасы объемного взрыва снаряжаются углеводородными горючими веществами. При распылении в атмосфере аэрозоля образуется газовоздушная смесь, взрыв которой создает по всему своему объему интенсивную ударную волну. Поражающее действие волны в несколько раз превышает механическое действие взрыва тротилового боеприпаса той же массы. Мощность боеприпасов объемного взрыва близка мощности ядерных боеприпасов сверхмалого калибра.

Разработанные в странах НАТО управляемые авиабомбы и крылатые ракеты различных классов, относящиеся к так называемому высокоточному оружию, способны селективно поражать избранные цели при круговом вероятном отклонении до 20 м.

При взрывах боеприпасов их механическое воздействие на объекты обусловлено воздушными ударными и сейсмовзрывными волнами. При наземных и воздушных ЯВ ударная волна является основным поражающим фактором. Исключение составляют нейтронные боеприпасы, основным поражающим фактором которых является проникающая радиация.

1.2. Воздушная ударная волна

Взрыв представляет собой кратковременный процесс превращения вещества с выделением большого количества энергии в небольшом объеме. Указанные превращения возникают в результате химической реакции (конденсированные, жидкие и газообразные ВВ) или ядерной (ЯБ). К взрывам, вызванным физическими причинами, можно также отнести взрывы резервуаров со сжа-

тым газом, паровых котлов, а также мощные искровые разряды.

При взрыве в атмосфере возникают воздушные ударные волны, распространяющиеся в виде области сжатия-разрежения со скачком на своем фронте давления, температуры, плотности и скорости частиц среды (массовой скорости). При взрывах компактного заряда ВВ произвольной формы на расстояниях, превышающих несколько его характерных размеров, эффективность действия ударной волны эквивалентна действию заряда сферической формы. Форма фронта волны также является сферической. Таким образом, форма заряда несущественно сказывается на параметрах воздушной ударной волны на расстояниях, представляющих практический интерес. Кроме того, масса заряда ВВ на этих расстояниях оказывается несущественной по сравнению с массой сферического объема воздуха (за фронтом ударной волны), вовлекаемого в движение. Эти обстоятельства привели к полезной абстракции, облегчающей постановку и решение задачи о расчете параметров ударных волн — схеме «точечного взрыва».

В теории точечного взрыва [3, 63] считается, что конечное количество энергии мгновенно выделяется в точке, т. е. масса продуктов детонации пренебрежимо мала. На не слишком больших расстояниях от центра взрыва давление в волне значительно выше атмосферного (сильная ударная волна), и атмосферным давлением пренебрегают. Решение без учета атмосферного противодавления является автомодельным (самоподобным). На расстояниях, где давление в волне становится соизмеримым с атмосферным, формулируется задача о точечном взрыве с учетом противодавления. Такая задача является неавтомодельной и в общем случае может быть решена только численными методами на ЭВМ. Полное решение автомодельной задачи о точечном взрыве в замкнутом виде дано Л. И. Седовым (1946 г.). В связи с развитием вычислительной техники теория точечного взрыва интенсивно развивается на неавтомодельные и неодномерные задачи, а также на ситуации, связанные с фазовыми переходами и излучением. Задачу о точечном взрыве обычно формулируют для трех видов симметрии: сферической, цилиндрической и плоской. Цилиндрическая симметрия относится к зарядам, распределенным вдоль некоторой прямой, а плоская — к зарядам, расположенным

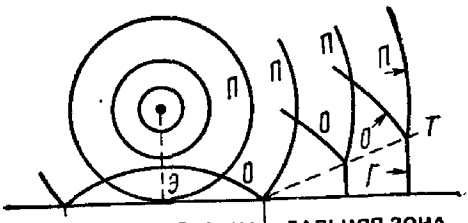


Рис. 1 1. Схема волнообразования при воздушном взрыве

Э — эпицентр взрыва; П — фронт падающей волны; О — фронт отраженной волны; Г — фронт головной ударной волны; Т — траектория тройной точки

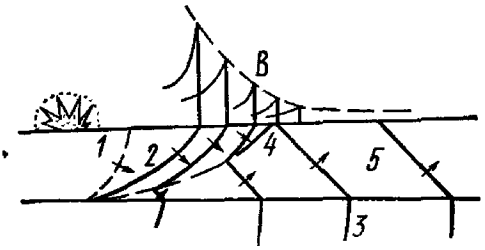


Рис. 1 2. Волновая картина при наземном взрыве

в некоторой плоскости. Эффект действия ударных волн зависит как от вида симметрии, так и от расположения точки (линии, плоскости) взрыва относительно земной поверхности. При воздушном взрыве ударная сферическая волна достигает земной поверхности и отражается от нее (рис. 1.1). На некотором расстоянии от эпицентра взрыва (проекции центра взрыва на земную поверхность) фронт отраженной волны сливается с фронтом падающей, вследствие чего образуется так называемая головная волна с вертикальным фронтом, распространяющаяся от эпицентра вдоль земной поверхности. Ближняя зона, где отсутствует слияние фронтов, называется зоной регулярного отражения, а дальняя зона, в которой распространяется головная волна, — зоной нерегулярного отражения (ниже траектории тройной точки слияния трех фронтов). В ближней зоне при умеренной высоте взрыва давление в ударной волне очень велико. Поэтому наибольший интерес представляют данные об ударной волне в дальней зоне.

Характер воздушной ударной волны при наземном взрыве (за пределами воронки) соответствует дальней зоне воздушного взрыва. Таким образом, как при воздушном, так и при наземном взрывах обычно рассматривают воздушную ударную волну, распространяющуюся от эпицентра с вертикальным фронтом. Характерная волновая картина при наземном взрыве приведена на рис. 1.2. В двухслойном грунтовом массиве энергия взрыва, переданная грунту, вызывает прямую взрывную вол-

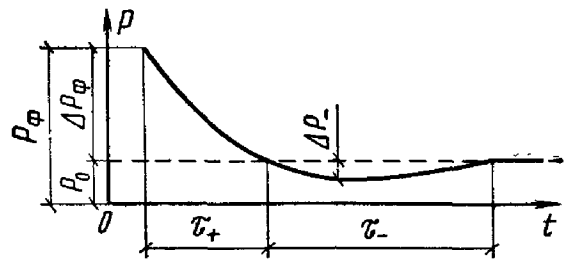


Рис. 1.3. Изменение давления в ударной волне со временем в фиксированной точке

ну *1*. Воздушная ударная волна В, распространяющаяся вдоль поверхности грунта, замедляется, а ее интенсивность уменьшается, что вызывает в мягком слое волну сжатия, режим которой *2* на траектории *4* переходит в опережающий режим *5*. Кроме того, образуется преломленная волна *3*. При достаточно мощном мягком грунтовом слое наклон волны сжатия весьма мал, т. е. ее фронт почти параллелен поверхности грунта.

При подземном взрыве [60] воздушная ударная волна ослабляется грунтовой средой. При глубинах, оптимальных для образования воронок в скальных породах и близких к ним глубинах взрыва, вначале возникает воздушная ударная волна, «наведенная» движением поверхности грунта, а затем происходит выход или прорыв газов, т. е. воздушная ударная волна имеет два максимума. При взрывах на малых глубинах наблюдается только волна от выхода газов, а на больших глубинах при камуфлетах — только «наведенная» волна.

С момента прихода фронта воздушной ударной волны в точку на земной поверхности давление резко повышается до максимального значения $P_ф$ (рис. 1.3), а затем убывает до атмосферного P_0 и ниже атмосферного. Период τ_+ повышенного избыточного (сверх атмосферного) давления $\Delta P = P - P_0 > 0$ называется фазой сжатия, а период τ_- пониженного давления $\Delta P < 0$ — фазой разрежения. Одновременно с давлением в ударной волне возникает движение воздушной среды от эпицентра (центра) взрыва. Законы изменения массовой скорости v и плотности ρ среды во времени качественно аналогичны изменению давления, однако вследствие инерционности воздушного потока период $\tau_{+ск}$ положительной фазы скоростного напора $P_{ск} = \frac{1}{2}\rho v^2 > 0$ несколько больше, чем τ_+. Избыточное давление в волне и скоростной

напор являются важнейшими характеристиками ударной волны, определяющими эффект ее воздействия на сооружение.

По мере распространения ударной волны ее интенсивность убывает, скорость продвижения фронта волны уменьшается, и на значительных расстояниях от эпицентра ударная волна вырождается в акустическую. Основными параметрами, определяющими интенсивность ударной волны, являются избыточное давление на фронте ΔP_Φ и длительность фазы сжатия τ_+. Эти параметры зависят от массы C заряда ВВ определенного типа (т. е. энергии взрыва), высоты H, условий взрыва и расстояния R от эпицентра.

М. А. Садовский — один из первых исследователей поля взрыва — экспериментально установил, что основные параметры ударной волны подчиняются законам подобия. Эти законы имеют большое практическое значение, так как применимы для широкого диапазона энергий взрыва. Пусть для заряда ВВ, например, из тротила [тринитротолуол (ТНТ)] массой C_1 на расстоянии R_1 известны параметры на фронте ударной волны (давление, плотность, скорость частиц), а также временные параметры (τ_+, $\tau_{+\text{ск}}$ и время τ^* прихода фронта волны). Тогда те же параметры на фронте ударной волны взрыва заряда с массой C_2 будут на расстоянии R_2, причем это расстояние и временные параметры (которые на расстояниях R_1 и R_2 соответственно обозначим τ_1 и τ_2) определяют по формулам закона подобия (кубического корня)

$$R_2 = R_1 \sqrt[3]{C_2/C_1}, \quad \tau_2 = \tau_1 \sqrt[3]{C_2/C_1}. \tag{1.1}$$

Если ввести обозначение

$$\bar{R} = R/\sqrt[3]{C}, \tag{1.2}$$

где C — тротиловый эквивалент (для ядерных взрывов — тротиловый эквивалент по ударной волне, равный половине полного тротилового эквивалента),

то закон подобия можно сформулировать как равенство параметров на фронте волны на равных «приведенных» расстояниях $\bar{R}$, м/кг$^{1/3}$. Для воздушных взрывов на высоте H для соблюдения подобия необходимо иметь также равенство «приведенных» высот $\bar{H} = H/\sqrt[3]{C}$.

Важной характеристикой ударной волны является ее

удельный импульс I, определяемый для фазы сжатия по формуле [50]

$$I = \int_0^{\tau_+} \Delta P(t)\, dt = 4C^{2/3}/R, \qquad (1.3)$$

где $\Delta P(t)$ — функция, характеризующая изменение избыточного давления за фронтом ударной волны (в интервале времени $0<t<\tau_+$). Удельный импульс положительной фазы скоростного напора определяют аналогично, но вместо $\Delta P(t)$ под интегралом берут функцию $P_{ск}(t)$, характеризующую изменение скоростного напора в интервале $0<t<\tau_{+ск}$. Согласно закону подобия на расстояниях R_1, R_2, соответствующих формуле (1.1), импульсы I_1 и I_2 связаны соотношением

$$I_2 = I_1 \sqrt[3]{C_2/C_1}. \qquad (1.4)$$

Импульс фазы разрежения играет сравнительно меньшую роль, а его значение отрицательно, т. е. полный импульс несколько меньше импульса фазы сжатия.

Параметры воздушной ударной волны определяют по формулам М. А. Садовского, в которых вид взрывчатого вещества учитывается тротиловым эквивалентом по ударной волне.

Давление $\Delta P_ф$, МПа, для свободно распространяющейся сферической воздушной ударной волны определяют по формуле

$$\Delta P_ф = 0{,}084/\bar{R} + 0{,}27/\bar{R}^2 + 0{,}7/\bar{R}^3. \qquad (1.5)$$

Мощность контактного взрыва на неразрушаемой преграде удваивается в связи с формированием полусферической волны. Поэтому для наземных взрывов величину тротилового эквивалента C в (1.2), (1.5) умножают на 2η, где коэффициентом $\eta<1$ учитывается расход энергии на образование воронки в грунте. Для средних грунтов $\eta=0{,}6$—$0{,}65$, для плотных суглинков и глины $\eta=0{,}8$.

Максимальное избыточное давление на поверхности земли при возушном взрыве зависит от высоты взрыва H, однако при взрывах на небольшой высоте и на расстояниях $R>H$ (дальняя зона) максимум давления приближенно можно оценить по формуле (1.5).

Длительность фазы сжатия τ_+, c, для наземного и приземного взрывов определяют по формуле

$$\tau_+ = 1{,}5\cdot 10^{-3} \sqrt[6]{C} \sqrt{R}, \qquad (1.6)$$

а максимальное давление разрежения ΔP_-, МПа, и длительность фазы разрежения τ_-, с, при $\Delta P_ф \leqslant 0{,}4$ МПа — из выражений:

$$\Delta P_- = -0{,}03/\bar{R}; \tag{1.7}$$

$$\tau_- = 0{,}013\sqrt[3]{C}. \tag{1.8}$$

Скоростной напор на фронте ударной волны $P_{скф}$ определяют по формуле (1.18), а длительность $\tau_{+ск}$ в зависимости от давления характеризуется следующими значениями отношений $\tau_{+ск}/\tau_+$ [18]:

$\Delta P_ф/P_0$	0,1	0,5	1	5	10	100
$\tau_{+ск}/\tau_+$	1,15	1,50	1,65	2,5	2,15	1,83

Для использования приведенных формул при расчете параметров волн при взрывах различных химических ВВ с теплотой взрыва Q_v величину C следует корректировать умножением на коэффициент, равный отношению Q_v данного ВВ и тротила согласно данным, приведенным ниже [3, 68].

Теплота взрыва распространенных промышленных ВВ

Взрывчатое вещество	Q_v, кДж/кг	Взрывчатое вещество	Q_v, кДж/кг
Тротил	4240	Тринитрохлорбензол	4240
Гексоген	5540	Нитрогуанидин	3020
Тэн	5880	Дымный порох	2790
Динитробензол	3650	Пироксилин ($N=13{,}3$ %)	4370
Тринитробензол	4520	Аммонийная селитра	1440
Тринитроанилин	4161	Аммотол 80/20	4200
Пикрат аммония	3360	Оксиликвиты (поглотители: торф, уголь, мох, древесная мука)	3800—4200
Октоген	5420		
Гликольдинитрат	6640		

Для ядерных взрывов величина C в формуле (1.2) представляет тротиловый эквивалент по ударной волне. Обозначим $C_п$ — полный тротиловый эквивалент. Тогда для свободно распространяющейся в атмосфере ударной волны воздушного взрыва $C=0{,}5\ C_п$, а для наземного и приземного ядерных взрывов $C=2\eta\cdot 0{,}5\ C_п$, т. е.

$$C = \eta C_п. \tag{1.9}$$

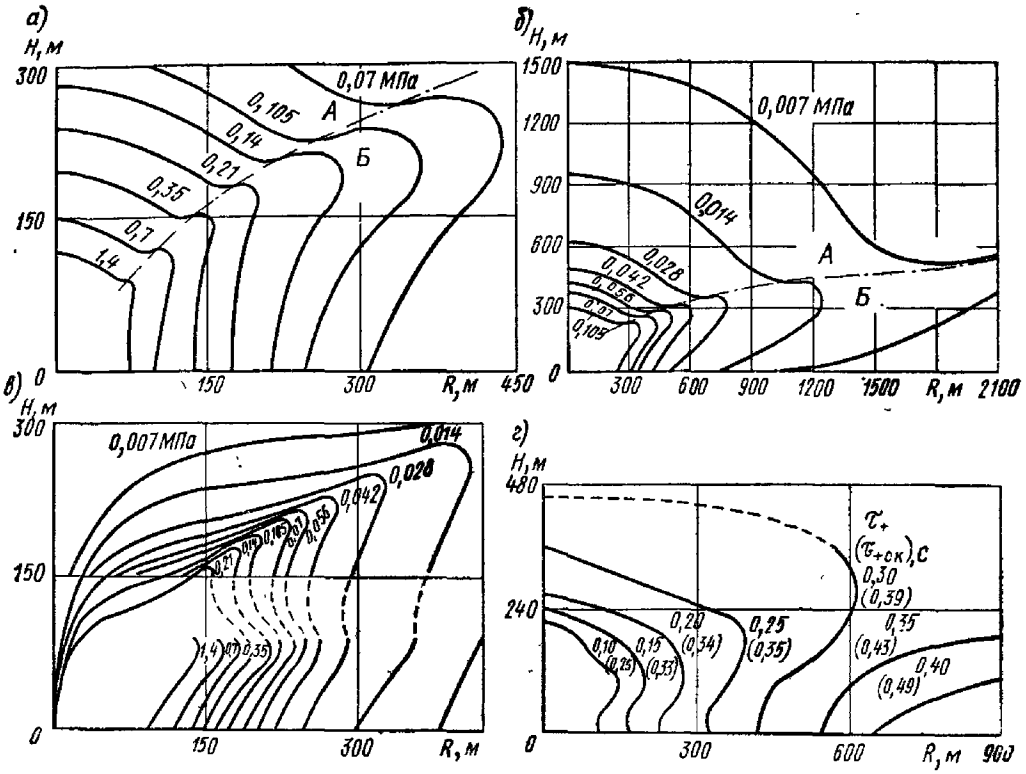


Рис. 1 4. Зависимость параметров ударной волны на поверхности грунта от расстояния R до эпицентра и высоты H взрыва заряда мощностью 1 кт в зоне регулярного (А) и нерегулярного (Б) отражения

а, б — избыточное давление на фронте волны; *в* — максимум горизонтальной составляющей скоростного напора; *г* — длительности положительных фаз давления τ_+ и скоростного напора $\tau_{+ск}$

Для воздушных ЯВ параметры ударной волны на поверхности земли зависят от расстояния до эпицентра R и высота взрыва H. Соответствующие графики для взрыва с $C_п = 1$ кт даны на рис. 1.4. Для других значений $C_п$ следует воспользоваться законами подобия.

Соотношения между параметрами на фронте ударной волны могут быть получены при рассмотрении прямого скачка уплотнения, распространяющегося в трубе постоянного сечения при вдвигании поршня со скоростью $v_ф$. Для среды с достаточно общими термодинамическими свойствами, когда удельная внутренняя энергия определяется функцией $\varepsilon(P, \rho)$, законы сохранения имеют вид ($D_ф$ — скорость распространения фронта ударной волны)

$$\rho_ф (D_ф - v_ф) = \rho_0 D_ф; \qquad (1.10)$$

$$\rho_0 D_ф v_ф = P_ф - P_0; \qquad (1.11)$$

$$\rho_0 D_ф \left(\varepsilon_ф - \varepsilon_0 + \frac{1}{2} v_ф^2\right) = P_ф v_ф. \qquad (1.12)$$

Уравнение энергии (1.12) можно заменить так называемой ударной адиабатой

$$2(\varepsilon_\Phi - \varepsilon_0) = (P_\Phi + P_0)\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_\Phi}\right). \qquad (1.13)$$

Здесь и в дальнейшем индексы ф и о относятся к параметрам на фронте ударной волны и в невозмущенной среде соответственно.

Для совершенного газа с отношением теплоемкостей при постоянном давлении и объеме $\gamma = C_p/C_v = \text{const}$

$$\varepsilon = P/(\rho(\gamma - 1)) + \text{const}$$

и из (1.13) получим выражение для ударной адиабаты в явном виде

$$\frac{\rho_\Phi}{\rho_0} = \frac{(\gamma+1)P_\Phi + (\gamma-1)P_0}{(\gamma-1)P_\Phi + (\gamma+1)P_0}. \qquad (1.14)$$

Если известной считать величину P_Φ (или ΔP_Φ), которая может быть получена, например, по формуле (1.5), то остальные три параметра на фронте ударной волны определяют из следующих выражений:

$$v_\Phi = C_0 \Delta P'_\Phi \gamma^{-1} / \sqrt{1 + \frac{1}{2}\Delta P'_\Phi (\gamma+1)/\gamma}; \qquad (1.15)$$

$$D_\Phi = C_0 \sqrt{1 + \frac{1}{2}\Delta P'_\Phi (\gamma+1)/\gamma}; \qquad (1.16)$$

$$\rho_\Phi = \rho_0 \left[1 + \frac{1}{2}\Delta P'_\Phi (\gamma+1)/\gamma\right] \Big/ \left[1 + \frac{1}{2}\Delta P'_\Phi (\gamma-1)/\gamma\right], \qquad (1.17)$$

где C_0 — скорость звука в атмосфере, $\Delta P'_\Phi = \Delta P_\Phi / P_0$.

Скоростной напор на фронте ударной волны

$$P_{\text{ск}\Phi} = \frac{1}{2}\rho_\Phi v_\Phi^2 = \Delta P_\Phi \Delta P'_\Phi / [(\gamma-1)\Delta P'_\Phi + 2\gamma]. \qquad (1.18)$$

Температуру T_Φ на фронте ударной волны определяют по формуле

$$T_\Phi = T_0(1 + \Delta P'_\Phi)\rho_0/\rho_\Phi. \qquad (1.19)$$

Параметры с индексом 0 обычно принимают по данным международной стандартной атмосферы на уровне моря (МСА): $P_0 = 0{,}101325$ МПа, $\rho_0 = 1{,}2249$ кг/м^3, $T_0 = 288{,}16$ К.

При давлениях $\Delta P_\Phi < 10$ МПа для воздуха $\gamma = 1{,}4$ и формулы (1.15)—(1.19) преобразуются к виду

$$v_\Phi = \frac{5}{7} C_0 \Delta P'_\Phi \Big/ \sqrt{1 + \frac{6}{7} \Delta P'_\Phi}; \qquad (1.20)$$

$$D_\Phi = C_0 \sqrt{1 + \frac{6}{7} \Delta P'_\Phi}; \qquad (1.21)$$

$$\rho_\Phi = \rho_0 \left(6\Delta P'_\Phi + 7\right) \Big/ \left(\Delta P'_\Phi + 7\right); \qquad (1.22)$$

$$P_{\text{скФ}} = \frac{5}{2} \Delta P_\Phi \Delta P'_\Phi \Big/ \left(\Delta P'_\Phi + 7\right); \qquad (1.23)$$

$$T_\Phi = T_0 \left(1 + \Delta P'_\Phi\right) \left(\Delta P'_\Phi + 7\right) \Big/ \left(6\Delta P'_\Phi + 7\right). \qquad (1.24)$$

Давление нормального отражения $\Delta P_{\text{отр}}$ зависит от давления ΔP_Φ. Формула для коэффициента отражения имеет вид

$$K_{\text{отр}} = \Delta P_{\text{отр}} / \Delta P_\Phi = \left[4\gamma + (3\gamma - 1)\, \Delta P'_\Phi\right] \Big/ \left[2\gamma + (\gamma - 1)\, \Delta P'_\Phi\right]. \qquad (1.25)$$

Для воздуха при $\gamma = 1{,}4$

$$K_{\text{отр}} = \left(14 + 8\Delta P'_\Phi\right) \Big/ \left(7 + \Delta P'_\Phi\right)$$

и предельное значение $K_{\text{отр}} = 8$. Для больших давлений эффективное значение $\gamma = 1{,}2$. Число Маха на фронте волны M_Φ определяют по формуле (C_Φ — скорость звука на фронте ударной волны)

$$M_\Phi = v_\Phi / C_\Phi \qquad (1.26)$$

Адиабатические процессы, происходящие во «фронте» ударной волны, неизэнтропичны. Во фронте волны энтропия S возрастает, в связи с чем температура при ударном сжатии ниже, чем при изэнтропическом. За фронтом волны процесс можно рассматривать как изэнтропический. Как известно, термодинамическое равновесие среды определяется только двумя независимыми параметрами из числа ρ, P, T, S и т. д. Поэтому уравнение состояния обычно дает связь между тремя величинами, например $P = P(\rho, S)$ или $P = P(\rho, T)$.

Из первого закона термодинамики для газа с постоянными теплоемкостями при неизэнтропических процессах уравнение состояния имеет вид

$$P / P_0 = (\rho / \rho_0)^\gamma \exp\left((S - S_0)/C_v\right). \qquad (1.27)$$

Поэтому при $dS/dt = 0$ получаем зависимость $P = P(\rho)$,

соответствующую баротропным средам и называемую адиабатой Пуассона

$$P/P_0 = (\rho/\rho_0)^{\gamma}. \qquad (1.28)$$

Скорость $C_г$ распространения слабых возмущений за фронтом волны (местная скорость звука) определяется выражением

$$C_г = \sqrt{(dP/d\rho)_S}. \qquad (1.29)$$

Дифференцируя (1.28) по ρ, подставляя в (1.29) значение $dP/d\rho$ и учитывая уравнение совершенного газа $P = \rho R_г T$, получим ($R_г$ — газова постоянная)

$$C_г = \sqrt{\gamma P/\rho} = \sqrt{\gamma R_г T}. \qquad (1.30)$$

Подставив сюда параметры на фронте ударной волны, получим формулу для скорости звука на фронте волны

$$C_ф = \sqrt{\gamma(\Delta P_ф + P_0)/\rho_ф} = C_0\sqrt{(\Delta P'_ф + 1)/(\rho_ф/\rho_0)}. \qquad (1.31)$$

В табл. 1.2 приведены значения параметров на фронте ударной волны в диапазоне давлений $\Delta P_ф = 0{,}003$—10 МПа для МСА, $\gamma = 1{,}4$.

Таблица 1.2. **Параметры на фронте воздушной ударной волны**

$\Delta P'_ф = \Delta P_ф/P_0$	$\rho_ф/\rho_0$	$v_ф/c_0$	$D_ф/C_0$	$C_ф/C_0$	$T_ф/T_0$	$M_ф$	$P_{скф}/\Delta P_ф$	$K_{отр}$
0,03	1,021	0,0212	1,013	1,0044	1,0085	0,021	0,0107	2,026
0,06	1,042	0,0418	1,025	1,0086	1,017	0,041	0,0212	2,051
0,1	1,070	0,0685	1,042	1,0139	1,028	0,060	0,0352	2,085
0,3	1,205	0,191	1,121	1,0387	1,078	0,184	0,103	2,247
0,5	1,333	0,299	1,195	1,0608	1,125	0,282	0,167	2,400
0,7	1,455	0,395	1,265	1,0809	1,169	0,365	0,227	2,545
1,0	1,625	0,524	1,363	1,109	1,231	0,472	0,313	2,750
1,5	1,882	0,709	1,512	1,153	1,328	0,615	0,441	3,059
2,0	2,111	0,867	1,648	1,192	1,421	0,727	0,556	3,333
2,5	2,316	1,007	1,773	1,229	1,511	0,819	0,658	3,696
3,0	2,500	1,134	1,890	1,265	1,600	0,896	0,750	3,800
3,5	2,667	1,250	2,000	1,300	1,688	0,962	0,833	4,000
4	2,818	1,358	2,104	1,332	1,774	1,020	0,903	4,182
5	3,083	1,553	2,299	1,395	1,946	1,113	1,042	4,500
7	3,500	1,890	2,646	1,512	2,286	1,250	1,250	5,000
10	3,941	2,309	3,094	1,671	2,877	1,382	1,470	5,529
50	5,386	5,393	6,622	3,077	9,469	1,753	2,193	7,263
100	5,673	7,671	9,312	4,218	17,80	1,818	2,336	7,607

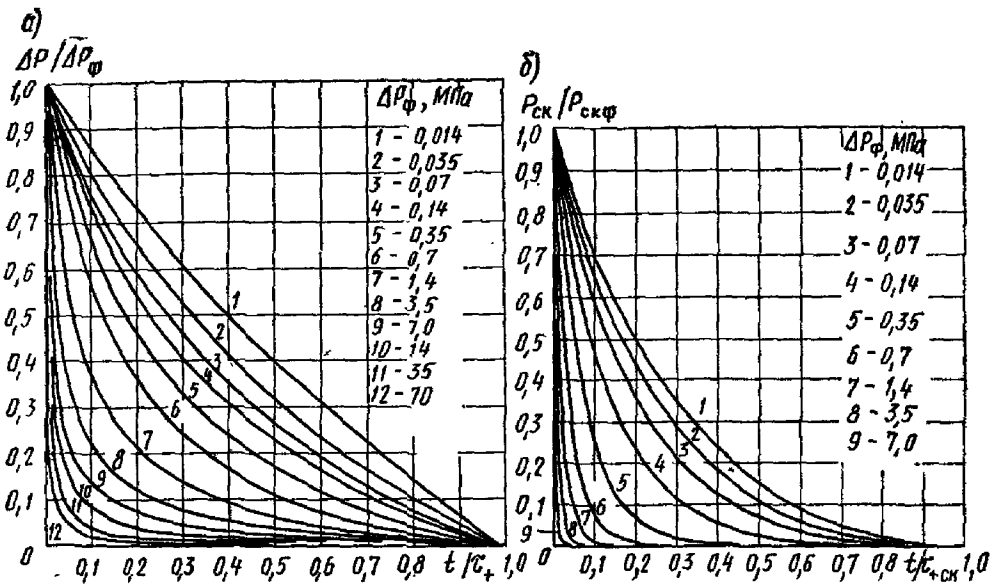


Рис. 1.5. Изменение давления $\Delta P(a)$ и скоростного напора $P_{ск}(б)$ в волне со временем в зависимости от $\Delta P_ф$

Изменение со временем избыточного давления $\Delta P(t)$ и скоростного напора $P_{ск}(t)$ за фронтом ударной волны для широкого диапазона значений $\Delta P_ф$ получено Броудом численным решением задачи о точечном сферическом взрыве (рис. 1.5) [9, 18, 15]. Расчетные аппроксимирующие формулы имеют вид ($z=t/\tau_+$, $z'=t/\tau_{+ск}$)

для давлений

$$\Delta P/\Delta P_ф = (1-z)\exp(-\alpha z) \quad (0 \leqslant z \leqslant 1), \tag{1.32}$$

$$\alpha = \begin{cases} 0{,}5 + \Delta P'_ф & \left(\Delta P'_ф = \Delta P_ф/P_0 \leqslant 1\right) \\ 0{,}5 + \Delta P'_ф\left(1{,}1 - \left(0{,}13 + 0{,}2\,\Delta P'_ф\, z\right)\right. & \left(1 < \Delta P'_ф < 3\right) \\ a + b/(1 + c_1 z) & \left(3 \leqslant \Delta P'_ф < 10\right), \end{cases}$$

$$a = -0{,}231 + 0{,}388\Delta P'_ф - 0{,}0332\left(\Delta P'_ф\right)^2;$$

$$b = \Delta P'_ф\left(0{,}88 + 0{,}072\,\Delta P'_ф\right);$$

$$c_1 = 8{,}71 + 0{,}1843\Delta P'_ф - 104/\left(\Delta P'_ф + 10\right);$$

для скоростного напора

$$P_{ск}/P_{скф} = (1-z')^2\exp(-\beta z') \quad (0 \leqslant z' \leqslant 1), \tag{1.33}$$

$$\beta = \begin{cases} 0{,}75 + 3{,}2\,\Delta P'_ф & \left(\Delta P'_ф \leqslant 1\right) \\ a + f/(1 + gz') & \left(1 < \Delta P'_ф \leqslant 10\right), \end{cases}$$

$$d=\begin{cases}-1{,}33\Delta P'_{\Phi} & \left(\Delta P'_{\Phi}\leqslant 3\right)\\ -5{,}6+0{,}63\Delta P'_{\Phi} & \left(3\leqslant \Delta P'_{\Phi}\leqslant 10\right),\end{cases}$$

$$f=6{,}4\Delta P'_{\Phi}, \qquad \sigma=0{,}725\Delta P'_{\Phi}.$$

Для умеренно сильных ударных волн, которые часто встречаются на практике, ударный переход можно рассматривать как изэнтропический процесс, т. е. заменить ударную волну переходом к соответствующей простой волне (принимая постоянный инвариант Римана S_{P}). Для волны, распространяющейся по невозмущенному газу с $v_0=0$:

$$S_{\mathrm{P}}=v/2-C_{\mathrm{г}}/(\gamma-1)=-C_0/(\gamma-1), \tag{1.34}$$

откуда

$$v=2\,(C_{\mathrm{г}}-C_0)/(\gamma-1). \tag{1.35}$$

При распространении простой волны ее форма искажается, а параметры изменяются со временем. Если, однако, рассматривать точку, фиксированную в пространстве, то в ней параметры газа связаны соотношениями (1.28), (1.30), (1.34), которые содержат четыре переменных P, v, ρ, $C_{\mathrm{г}}$. Задав одну из них, можно вычислить остальные. Для точки в пространстве зададим функцию $P(t)=\Delta P+P_0$. Тогда остальные параметры в данной точке будут определены также в функции времени, характеризуя состояние среды по мере прохождения волны. Приближенные формулы для скоростного напора $P_{\mathrm{ск}}$ и числа Маха M в волне (как на фронте, так и за фронтом) имеют вид

$$P_{\mathrm{ск}}(t)=\frac{P(t)}{2P_0}\,\rho_0 C_0^2\,\mathrm{M}^2(t); \tag{1.36}$$

$$\mathrm{M}(t)=\frac{v}{C_{\mathrm{г}}}=\frac{2}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{P(t)}{P_0}\right)\right]^{(1-\gamma)/(2\gamma)}. \tag{1.37}$$

При их использовании длительности фазы сжатия ударной волны и положительной фазы скоростного напора будут совпадать.

Для приближенных расчетов часто применяют формулу, в которой импульс I берется согласно выражению (1.3),

$$\Delta P(t)=\Delta P_{\Phi}\,(1-t/\tau_+)^n, \qquad n=\Delta P_{\Phi}\,\tau_+/I-1 \tag{1.38}$$

или линейную зависимость [15]

$$\Delta P(t)=\Delta P_{\Phi}\,(1-t/\tau_{\mathrm{эф}}), \tag{1.39}$$

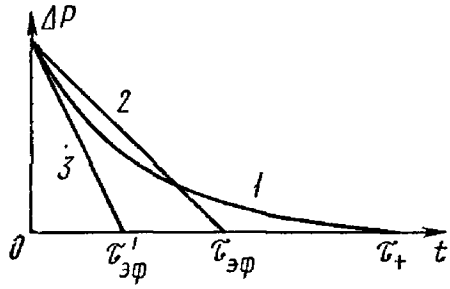


Рис 1 6. Эпюры давления ударной волны в положительной фазе

1 — действительная кривая; *2* — равновелнкая по импульсу треугольная эпюра; *3* — треугольиая эпюра, образованная касательной к кривой

где $\tau_{эф}$ — эффективное время, определяемое из условия равенства импульсов (1.3), соответствующих функциям $\Delta P(t)$ согласно (1.32), (1.38),

$$\tau_{эф} = \begin{cases} (0{,}85 - 0{,}2\Delta P'_ф)\,\tau_+ & (\Delta P'_ф \leqslant 1) \\ (0{,}72 - 0{,}08\Delta P'_ф)\tau_+ & (1 \leqslant \Delta P'_ф \leqslant 3). \end{cases} \tag{1.40}$$

Обычно максимальные деформации конструкций сооружений достигаются в начальный период нагружения за время, намного меньшее длительности τ_+. Поэтому в расчетах конструктивных элементов можно принимать изменение давления по касательной к истинной кривой $\Delta P(t)$ в точке $t=0$. При этом эффективное время $\tau'_{эф}$ (рис. 1.6) определяется формулами:

$$\tau'_{эф} = \begin{cases} \tau_+/(1{,}5 + \Delta P'_ф) & (\Delta P'_ф \leqslant 3) \\ \tau_+/(0{,}769 + 1{,}268\Delta P'_ф + 0{,}0388\,(\Delta P'_ф)^2) & (3 < \Delta P'_ф \leqslant 10) \end{cases} \tag{1.41}$$

1.3. Воронки и волны сжатия в грунте

При наземных и неглубоких подземных ядерных взрывах в грунте образуются воронки. Район вокруг эпицентра взрыва условно делят на три области. Первая — область непосредственно воронки, где практически полностью разрушаются все сооружения. Вторая область простирается до конца зоны пластических (остаточных) деформаций грунта, а ее радиус может составлять до 2,5 радиуса воронки. В этой области наиболее опасным для заглубленных сооружений является действие прямых ударных волн и волн сжатия (сейсмовзрывных волн). Третья область — за пределами пластической зоны характеризуется наиболее существенным влиянием волн сжатия, индуцируемых воздушной ударной волной. Раз-

меры видимых воронок в сухих грунтах, которые меньше истинных на толщину слоя породы, упавшей обратно в воронку, приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3. **Размеры воронок при ядерных взрывах: радиус и высота (в скобках), м**

Глубина взрыва, м	Мощность взрыва, Мт				
	0,1	0,2	0,5	1	10
0	175 (42)	220 (53)	300 (70))	380 (90)	820 (190)
10	260 (65)	320 (75)	440 (100)	540 (120)	1000 (210)
20	295 (74)	360 (85)	480 (110)	580 (135)	1160 (250)
30	325 (82)	400 (94)	520 (120)	615 (145)	1260 (280)
40	350 (90)	430 (103)	550 (130)	645 (155)	1340 (300)

Диаметр зоны разрушения (истинной воронки) равен примерно полутора диаметрам видимой воронки. Полный диаметр воронки, включая насыпь, составляет до двух диаметров видимой воронки, а высота насыпи — около четверти ее видимой глубины. Для скальных грунтов (гранит, песчаник) приведенные данные следует умножить на коэффициент 0,8.

Интенсивность прямой ударной волны в грунте во второй области, примыкающей к воронке, весьма высока. Данные о параметрах ударных волн в этой области приведены в [10, 18, 19, 60, 61].

Из спектра волн в грунте, генерируемых ядерным взрывом (см. рис. 1.2), расчетными для убежищ ГО являются волны сжатия, вызванные воздушной ударной волной. Интенсивность волн сжатия зависит от параметров воздушной ударной волны и характеристик грунта. Для приближенной оценки интенсивности волны сжатия обычно используют расчет распространения волн в упругопластической среде в одномерной постановке в предположении, что фронт волны в грунте параллелен земной поверхности. При этом свойства грунта определяются плотностью ρ, динамическим пределом упругости σ_s и модулями E_0, E_1 упругих и пластических деформаций или соответствующими скоростями продольных упругих a_0 и пластических a_1 волн в среде

$$a_0 = \sqrt{E_0/\rho}, \qquad a_1 = \sqrt{E_1/\rho}. \tag{1.42}$$

Если давление на поверхности однородного грунта принять в виде (1.38) и $\Delta P_\Phi < \sigma_s$, то в грунте распрост-

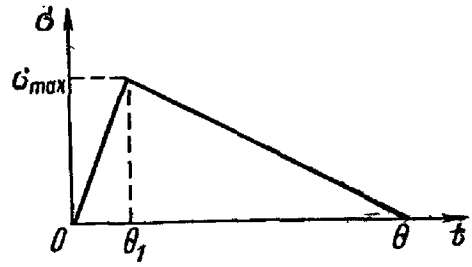


Рис. 1.7. Эпюра расчетного давления в волне сжатия на глубине X

раняется упругая ударная волна с максимумом давления $\sigma_{max}=\Delta P_{ф}$. На глубине X давление (вертикальное напряжение) определяют по формуле

$$\sigma(X,t)=\eta\Delta P_{ф}(1-(t-X/a_0)/\tau_+)^n, \qquad (1.43)$$

где $\eta=0$ при $t<X/a_0$ и $\eta=1$ при $t\geqslant X/a_0$.

При небольших значениях X параметры движения грунта близки к таковым для поверхности $X=0$, и можно использовать формулу для ускорений $U^{\cdot\cdot}$, вызывающих инерционные перегрузки в сооружениях,

$$U^{\cdot\cdot}=\frac{n\Delta P_{ф}}{\rho a_0\,\tau_+}\left(1-\frac{t}{\tau_+}\right)^{n-1}. \qquad (1.44)$$

Если $\Delta P_{ф}>\sigma_S$, в грунте появляются пластические деформации, и для оценки давлений в волне сжатия используют упрощенную эпюру давлений на поверхности (1.39) [62]. На глубине X давление будет изменяться по рис. 1.7, на котором начало отсчета времени $t=0$ принято с момента подхода волны, равного величине X/a_0 $(\theta=\tau_{эф})$:

$$\sigma(X,t)=\begin{cases}\sigma_{max}\,t/\theta_1 & (0\leqslant t\leqslant\theta_1)\\ \sigma_{max}(1-(t-\theta_1)/(\theta-\theta_1)) & (\theta_1\leqslant t\leqslant\theta_1).\end{cases} \qquad (1.45)$$

Максимум давления в волне сжатия зависит от X

$$\sigma_{max}(X)=\begin{cases}\Delta P_{ф}\left(1-\left(1-a_1^2/a_0^2\right)X/\left(2a_1\theta\right)\right) & (X<X_S)\\ \sigma_S & (X\geqslant X_S).\end{cases} \qquad (1.46)$$

Время θ_1 нарастания давления до максимума

$$\theta_1(X)=\begin{cases}X\left(a_1^{-1}-a_0^{-1}\right) & (X<X_S)\\ \theta_1(X_S) & (X\geqslant X_S).\end{cases} \qquad (1.47)$$

Глубина X_S зоны пластических деформаций грунта

$$X_S=2a_1\theta(1-\sigma_S/\Delta P_{ф})/[1-(a_1/a_0)^2]. \qquad (1.48)$$

Горизонтальное напряжение (боковое давление)

в волне сжатия определяют умножением давления $\sigma(X, t)$ на коэффициент бокового давления $K_б$. Динамический предел упругости σ_s мягких грунтов составляет 0,10—0,15 МПа. Данные о свойствах грунтов приведены в табл. 1.4 [62].

Таблица 1.4. Некоторые характеристики мягких грунтов

Характеристика грунтов по СНиП II-55-74	Плотность ρ, кг/м³	Скорость распространения волн, м/с			Коэффициент бокового давления, $K_б$	Угол внутреннего трения, $\varphi°$
		упругих a_0	упругопластических a_1	поперечных b_0		
Насыпной грунт, уплотненный со степенью влажности $G \leqslant 0{,}5$	1600	300	150	100	0,54	12—14
Песок крупный и средней крупности $G < 0{,}8$	1700	500	250	150	0,43	25—35
Суглинок тугопластичный и плотнопластичный	1700	600	300	250	0,54	15—22
Глина твердая и полутвердая	2000	1500	500	350	0,67	18—38
Лесс, лессовидный суглинок при показателе просадочности П=0,17	1500	400	200	150	0,4—0,7	14—25
Грунт при относительном содержании растительных осадков $q > 0{,}6$ (торф)	1000	200	100	80	0,2—0,4	5—30
Илы супесчано-глинистые	1500—1900	1100	500	300	0,4—0,7	5—15
Водонасыщенный грунт (ниже уровня грунтовых вод):						
$G > 0{,}9$	2000	1750	1500	250	1,0	12—20
$G \leqslant 0{,}8$	1900	600	450	200	0,9	

1.4. Проникающая радиация и радиоактивное заражение грунтов

Ядерное излучение при ядерных взрывах принято делить на начальное и остаточное. Начальное излучение, наблюдающееся в течение 10—15 с с момента взрыва, состоит из гамма-лучей, потока нейтронов, а также аль-

фа- и бета-частиц, имеющих малую длину свободного пробега, в связи с чем их влиянием обычно пренебрегают. Вследствие большой проникающей способности гамма-лучи и нейтроны оказывают на людей поражающее действие на значительных расстояниях и через защитные толщи, проникая сквозь ткани организма, органы дыхания и с пищей. Биологическое действие проникающей радиации оценивают дозой облучения. В системе СИ единицей поглощенной дозы ионизирующего излучения любого вида является Грей (Гр). 1 Гр соответствует энергии 1 Дж излучения, переданной веществу массой 1 кг. На практике распространены несистемные единицы дозы гамма-излучения — рентген (Р), потока нейтронов (рад) и дозовый биологический эквивалент рада — бэр. Доза 1 Р соответствует поглощению 1 кг воздуха $8{,}8\times$ $\times 10^{-3}$ Дж, а 1 кг биоткани $9{,}3\cdot 10^{-3}$ Дж. Доза 1 рад соответствует 0,01 Дж/кг. При общем однократном облучении доза радиации в 500—600 Р является для человека смертельной [15]. Защита от радиации должна обеспечивать снижение дозы до предельно допустимой величины. В качестве таковой считается биологически эффективная доза в 50 Р. В табл. 1.5 приведены данные [16] о дозах начального излучения на поверхности земли при ядерных взрывах, являющиеся исходными для определения необходимой степени защиты. Сведения о дозах излучения нейтронных боеприпасов приведены в [28].

Основным источником остаточного излучения являются радиоактивные осколки деления, находящиеся в радиоактивном облаке и выпадающие на землю по мере его движения. Радиоактивное заражение по следу движения облака может распространиться на сотни километров от места взрыва. При этом образуется обширный район радиоактивного заражения местности (РЗМ) в виде вытянутого эллипса. Уровни заражения снижаются по мере удаления от центра взрыва и от оси следа.

Для убежищ ГО расчетным поражающим фактором является начальное ядерное излучение, по своей интенсивности значительно превышающее остаточное. Защитные толщи ограждающих конструкций убежищ, установленные при расчете их на механическое действие ядерного взрыва, должны обеспечивать ослабление радиационного воздействия до допустимого уровня. Формула для расчета противорадиационной защиты приведена

Таблица 1.5. Дозы гамма-излучений и нейтронов при наземном ядерном взрыве

Параметры	Тротиловый эквивалент, Мт						
	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
Зоны с давлением 0,05 МПа							
Расстояние, км	1,86	2,34	3,28	4	5	6,85	8,65
Доза гамма-излучения, Р	200	60	8	4	1	0	0
Доза нейтронов бэр	15	4	0	0	0	0	0
Зоны с давлением 0,1 МПа							
Расстояние, км	1,3	1,64	2,22	2,8	3,5	4,8	6,05
Доза гамма-излучения, Р	4000	1800	400	80	10	6	0
Доза нейтронов, бэр	600	160	30	2	0	0	0
Зоны с давлением 0,15 МПа							
Расстояние, км	1,05	1,32	1,8	2,26	2,85	3,87	4,9
Доза гамма-излучения, Р	20 000	10 000	3500	1000	200	8	0
Доза нейтронов, бэр	4 000	1000	160	30	4	0	0
Зоны с давлением 0,20 МПа							
Расстояние, км	0,93	1,17	1,59	2	2,5	3,42	4,32
Доза гамма-излучения, Р	30 000	20 000	10 000	4000	1000	70	4
Доза нейтронов, бэр	7500	3000	550	110	16	0	0
Зоны с давлением 0,25 МПа							
Расстояние, км	0,83	1,04	1,41	1,78	2,24	3,04	3,84
Доза гамма-излучения, Р	50 000	40 000	21 000	10 000	3000	400	40
Доза нейтронов, бэр	15 000	8500	1600	350	60	5	0

в нормативном документе по проектированию убежищ ГО [24, 62]. Если защитные толщи оказываются недостаточными, что чаще всего относится к покрытию убежища, то дальнейшее повышение защитных свойств осуществляется, как правило, засыпкой слоем грунта, и лишь в отдельных случаях может быть увеличено сечение самих конструкций.

1.5. Световое излучение

Световое излучение ядерного взрыва представляет собой поток лучистой энергии, включающей ультрафиолетовые, инфракрасные и видимые лучи. Время действия светового излучения зависит от мощности ядерного боеприпаса и может продолжаться от 3 до 20 с. Излучения распространяются от центра взрыва со скоростью света, вызывая воспламенение горючих материалов, ожоги открытых участков кожи людей. Единицей измерения светового излучения является тепловой эквивалент — световой импульс, измеряемый в Дж/м^2. Световой импульс зависит от мощности ЯБ, расстояния, а также состояния (прозрачности) атмосферы.

Степень поражения элементов объекта зависит от светового импульса и параметров, характеризующих поглощающую способность световой энергии (толщина, плотность материала, теплоемкость, теплопроводность, цвет, фактура, ориентация). В результате светового воздействия при световых импульсах свыше 125 кДж/м^2 загораются материалы и могут возникнуть пожары. Распространение пожаров зависит от огнестойкости материалов, плотности и характера застройки. При наземном ядерном взрыве ЯБ мощностью 1 Мт возникновение пожаров в ясную погоду возможно на расстоянии 6—8 км от взрыва. Из-за непрозрачности атмосферы световой импульс может снизиться в 2—3 раза.

Световое излучение ядерного взрыва для защитных сооружений ГО, возведенных из несгораемых материалов и сгораемых матерналов, защищенных грунтовой обсыпкой, не опасно. Однако большие трудности встречаются при проектировании убежищ в местах, где могут возникнуть пожары, характеризующиеся высокими температурами, задымленностью и т. п.

1.6. Поражающее действие ядерного взрыва на городские объекты

Ударная волна ядерного взрыва разрушает наземные здания городской застройки, подземные и заглубленные сооружения, выводит из строя системы электро- и водоснабжения, транспорт и т. д. Различают четыре степени разрушения зданий: полное, сильное, среднее и слабое.

При полном разрушении обрушивается бóльшая часть стен, колонн, перекрытий. Сильное характеризуется частичным разрушением стен (колонн) и перекрытий; легкие элементы (двери, перегородки, крыши) разрушаются полностью или частично. Среднее разрушение определяется тем, что основные ограждающие и несущие конструкции получают деформации (прогибы), а разрушаются в основном второстепенные конструкции. Слабое разрушение соответствует повреждению или серьезным деформациям отдельных легких элементов ограждения (окна, двери, крыши домов). Полное разрушение на сетях коммунально-энергетического хозяйства характеризуется выходом из строя значительных участков трубопроводов, разрывом кабелей, обрушением опор воздушных линий электропередач. Степень разрушения объекта ударной волной в основном определяется давлением $\Delta P_ф$. Характер разрушения зданий, сооружений, а также сетей коммунального хозяйства при различных значениях давления приведен в табл. 1.6.

При проектированин ограждающих конструкций убежищ следует учитывать косвенное воздействие обломков обрушающихся зданий, а также технологического оборудования, установленного на междуэтажных перекрытиях. Если по покрытию защитного сооружения не предусмотрена грунтовая засыпка и к тому же покрытие имеет незначительную толщину, возможно местное повреждение конструкции падающими элементами и нарушение герметичности убежища. Предусматриваемая нормами [24] грунтовая засыпка практически исключает возможность повреждения (пробивания) покрытия убежища падающими обломками.

Массовое разрушение в городах наземных зданий и сооружений может сопровождаться загромождением улиц железобетонными и кирпичными обломками, а также другими элементами зданий, что приведет к возникновению завалов. При давлении $\Delta P_ф$ более 0,1 МПа, как

Таблица 1.6. **Поражающее действие ударной волны на объекты** [2, 21]

Объект	Давление $\Delta P_{ф}$, соответствующее степени разрушения, кПа			
	полное	сильное	среднее	слабое
Жилые и промышленные здания				
Кирпичные:				
многоэтажные	30—40	20—30	10—20	8—10
малоэтажные	35—45	25—35	15—25	8—15
деревянные	20—30	12—20	8—12	6—8
Промышленные здания с тяжелым металлическим и железобетонным каркасом	60—100	50—60	40—50	20—40
То же, бескаркасной конструкции и с легким металлическим каркасом	60—80	40—50	30—40	20—30
Сооружения и сети городского коммунального хозяйства, энергетики, связи				
Подземные сети коммунального хозяйства (водопровод, канализация, газ)	1500	1000—1500	600—1000	400—600
Смотровые колодцы и задвижки сетей коммунального хозяйства	1500	1000	300	200
Трансформаторные подстанции	100	40—60	20—40	10—20
Водонапорные башни	70	40—60	20—40	10—20
Высоковольтные линии электропередач	120—200	80—120	50—70	20—40
Кабельные подземные линии	1500	1000—1500	800—1000	до 800
Подземные резервуары	200	100—200	50—100	30—50
Частично заглубленные резервуары	100	50—100	30—50	10—30
Сооружения транспорта				
Шоссейные дороги с асфальтовым и бетонным покрытием	4000	3000	1500	300
Металлические и железобетонные мосты пролетом до 50 м	250—300	200—250	150—200	100—150

правило, образуются сплошные завалы на всей территории застройки, а при давлениях менее 0,1 МПа в районах с плотной застройкой при разрушении многоэтажных зданий (три этажа и более). Характеристики завалов (состав, высота, дальность разлета обломков) приведены в работе [15].

Как правило, нагрузка от массы завала, который может находиться на покрытии убежища, в расчетах на воздействие динамической нагрузки не учитывается в связи с тем, что давления от ударной волны и от массы завала действуют в разное время. Сначала проходит ударная волна, а затем образуются завалы. Нагрузка от массы завала приблизительно на порядок меньше расчетных нагрузок от ударной волны. Однако после прохождения ударной волны конструкции покрытия получат пластические деформации и их первоначальная несущая способность может быть значительно снижена. Поэтому в дальнейшем такие конструкции должны выдерживать собственный вес, вес грунтовой засыпки по покрытию и вес образовавшегося завала. В данной ситуации необходим также учет возможного снижения несущей способности покрытия вследствие теплового прогрева от возникших пожаров. Высота завала у стены здания, под которым находится убежище, и средний относ основной массы обломков являются определяющими факторами для назначения высоты оголовка аварийного выхода и его удаления от наружной стены убежища.

Неизбежным следствием ядерного взрыва являются пожары, вызываемые как непосредственным воздействием светового излучения, так и разрушением топящихся печей, замыканием электропроводки, повреждением газовых магистралей и т. п. Это подтвердилось анализом последствий ядерной бомбардировки городов Хиросима и Нагасаки в 1945 г. [19]. В зависимости от плотности застройки и атмосферных условий бывают пожары: отдельные, сплошные, штормовые и их разновидность — огненный смерч, пожары в завалах [15]. Штормовые пожары протекают в виде огненных смерчей и огненных штормов. Они возникают в городских кварталах с высокой плотностью застройки (до 40 %) при наличии большого количества сгораемых материалов. Сплошные (площадные) пожары возникают в районах с менее плотной застройкой (20—30 %), где горящие объекты расположены на таких расстояниях друг от друга, что

одиночные пожары оказывают взаимное влияние на их общее развитие. К отдельным относятся пожары, при которых отсутствует их взаимное влияние. Пожары в завалах образуются на территории города, где давление на фронте ударной волны превышает 50 кПа, и характеризуются большой длительностью и относительно невысокими температурами воздуха. Укрупненные показатели для оценки пожароопасности участков городской застройки и промышленных объектов приведены в работе [15].

Из опыта второй мировой войны и из информации о больших пожарах в мирное время следует, что температура в очаге пожара может держаться длительное время в пределах 300—1000 °С. Последствием воздействия таких температур могут быть прогревы ограждающих конструкций (покрытия, открытых участков наружных стен) и повышение внутренней температуры в убежище до опасных величин, при которых наступает гибель людей от теплового удара. В связи с этим для упомянутых выше ограждающих конструкций следует предусматривать специальные мероприятия, исключающие возможность появления теплового эффекта. К таким мероприятиям относятся: увеличение защитных толщ ограждающих конструкций; устройство поверх покрытия теплоизоляционного слоя (шлак, песок, керамзит и т. д.) либо экранов из эффективных теплозащитных материалов, расположенных изнутри помещения убежищ [6]. Для экранов можно использовать асбестоцементные плиты, теплоизоляционные листы и другие материалы с низким коэффициентом температуропроводности. Другим последствием воздействия высоких температур при пожарах является прогрев несущих элементов покрытия убежищ, опасность снижения прочностных характеристик бетона и стали, в результате чего могут обрушиться конструкции. Упрощенный метод расчета покрытий защитных сооружений на тепловое воздействие рассмотрен в работе [6].

Наибольшая сложность возникшей пожарной обстановки для убежищ заключается в том, что над поверхностью земли в месте расположения защитного сооружения создаются весьма неблагоприятные условия по температурным и газовым параметрам воздушной среды. Для жизнеобеспечения людей, находящихся в убежище, необходим воздух, подаваемый системой вентиля-

ции или фильтровентиляции. Высокие температуры воздуха и содержание в нем вредных примесей, выделяющихся при горении, усложняют и удорожают систему внутреннего инженерно-технического оборудования убежищ.

Последствием разрушающего воздействия воздушной ударной волны и возникших пожаров на нефтеперерабатывающих и химических производствах является интенсивное испарение хранящихся в резервуарах газов и нефтепродуктов. Пары и горючие газы могут образовать взрывчатую смесь с воздухом, взрыв которой приведет к дальнейшим разрушениям и распространению пожара по территории предприятия. Защитные сооружения на территории таких производств могут подвергнуться вторичному действию динамической нагрузки. Метод расчета убежищ от взрыва смеси углеводородных газов с воздухом разработан В. И. Морозовым [6]. Расчеты параметров взрыва газовоздушных смесей показывают, что динамические нагрузки на конструкции убежищ в этих условиях сопоставимы с нагрузками от ядерного взрыва. Поэтому к расчету убежищ, размещаемых на территории указанных выше предприятий, следует предъявлять требования, связанные с возможностью вторичного воздействия динамической нагрузки высокой интенсивности, при обеспечении прочности конструкций и герметичности помещений.

Одним из возможных последствий ядерного взрыва является действие на защитные сооружения гидравлического потока, обусловленного гравитационными или прорывными волнами. Это относится к убежищам, размещаемым вблизи плотин, крупных водоемов, морей и т. д., и подверженных затоплению. В результате убежища в течение довольно значительного срока могут находиться в затопленном состоянии при наличии над ними слоя воды до 10 м и более. В этих случаях помимо дополнительного расчета убежищ на силовые воздействия (сдвиг, опрокидывание, всплытие) необходимо предусматривать мероприятия по защите от проникновения внутрь помещений воды, обеспечению возможности пребывания людей в затопленном сооружении в течение расчетного времени и аварийного их выхода [24].

Глава 2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

2.1. Нагрузки от воздушной ударной волны

Конструкции сооружений ГО могут подвергаться воздействию различных динамических нагрузок [24, 62], особенностью которых является изменение со временем и возбуждение заметных инерционных сил. Изменяющуюся со временем статическую нагрузку, не вызывающую существенных сил инерции, можно рассматривать как частный случай динамической нагрузки. Динамические нагрузки условно подразделяют на детерминированные (хорошо определенные) и случайные. В последнем случае нагрузка описывается статистическими методами.

Динамические нагрузки вызывают изменяющиеся реакции конструкции и волновые процессы в материале, в связи с чем для изучения полей перемещений, напряжений и деформаций необходимо формулировать и решать эволюционную задачу, выделяя экстремальные значения искомых функций, представляющих практический интерес. Действие динамических нагрузок может носить местный и общий характер. Типичной местной нагрузкой является удар по конструкции твердым телом. Типичной общей нагрузкой является действие ударной волны взрыва заряда химического ВВ или ЯБ.

При прохождении воздушной ударной волны мимо возвышающейся над грунтом части сооружения или объекта, расположенного на земной поверхности, возникает сложная дифракционная картина взаимодействия (рис. 2.1) и объект подвергается воздействию нестационарных (изменяющихся со временем) давлений. Поле давлений зависит от параметров волны, характеристик объекта, размеров и ориентации элементов относительно фронта волны. Если элемент (например, пластинка) расположен в плоскости более жесткой конструкции больших размеров, то характер нагружения элемента будет также зависеть от его расстояния до ближайшего ребра всей конструкции.

Элементарные силы, распределенные непрерывно по поверхности объекта в процессе его обтекания, образуют пространственную систему сил, которая в общем случае приводится к трем моментам и трем компонентам равнодействующей. Основой определения нагрузок на различ-

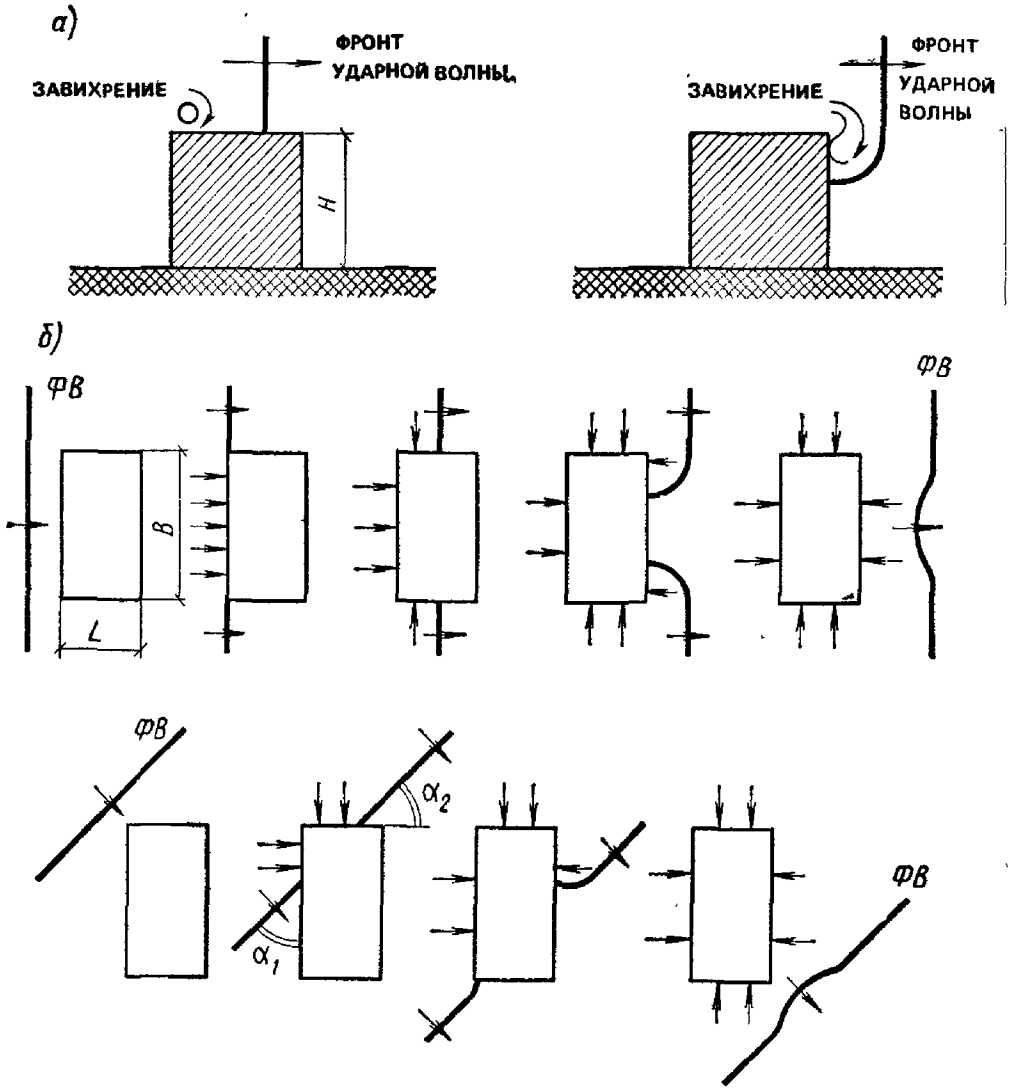


Рис. 2.1. Взаимодействие воздушной ударной волны с объектом прямоугольной формы

а — вид сбоку; *б* — вид сверху; ФВ — фронт ударной волны

ные объекты от воздушной ударной волны является эксперимент, проводимый на моделях с соблюдением правил подобия. В процессе взаимодействия волны с объектом его внешние элементы деформируются или разрушаются, что влияет на картину взаимодействия и активные нагрузки. Существующие методы определения нагрузок на жестких моделях объектов в ударных волнах и аэродинамических трубах не учитывают деформации внешних элементов. Таким образом, получаемые при моделировании данные по нагрузкам можно исполь-

зовать для расчетов в предположении малости деформаций, т. е. при обеспеченной прочности объекта, что согласуется с целью самого прочностного расчета.

Различают две характерные фазы взаимодействия длинной ударной волны с объектом: дифракции и установившегося (медленно изменяющегося) обтекания [17]. В фазе дифракции весьма малой длительности в процессе охвата объекта волной нагрузки существенно нестационарны. В связи с эффектом отражения максимальные давления на некоторые элементы значительно превышают давление на фронте проходящей волны, однако они быстро убывают, достигнув величины так наызваемого «застойного» давления, соответствующего началу второй фазы.

Максимальное давление на объект возникает в фазе дифракции на плоских фронтальных гранях при нормальном отражении (фронт волны параллелен грани). На этих элементах давление скачком достигает величины, практически равной давлению отражения от жесткой стенки, определяемому по формуле (1.25). Затем в процессе обтекания давление на фронтальной стенке уменьшается, а к концу фазы дифракции (установления режима обтекания $t=\tau_S$) становится квазистационарным. По мере продвижения фронта волны и погружения в нее объекта нагружается его остальная поверхность (см. рис. 2.1). Длительность τ_S фазы дифракции передней (фронтальной) стенки замкнутого объекта определяется скоростью фронта волны D_Φ и величиной S', равной наименьшему из размеров H или $B/2$.

$$\tau_S = 3S'/D_\Phi. \qquad (2.1)$$

Спад давления на передней стенке обусловлен волнами разрежения, распространяющимися от ее ребер.

При действии ударной волны на плоскую конструкцию под некоторым углом α происходит ее отражение с давлением $\Delta P_{отр}$, зависящим от давления в падающей волне ΔP_Φ и угла α, согласно рис. 2.2 [19].

Нагрузки в фазе дифракции, действующие на верхнюю и боковые поверхности объекта, развиваются в процессе набегания ударной волны. Поэтому максимальные значения нагрузок запаздывают во времени тем больше, чем дальше элемент расположен от фронтальной стенки объекта. Тыльная стенка нагружается в последнюю очередь затекающей ударной волной, от периферии к цент-

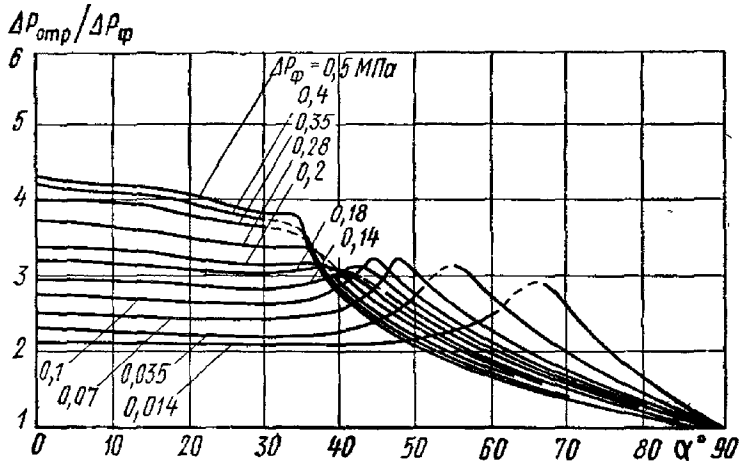


Рис. 2.2. Давление отражения при падении фронта ударной волны под углом α к преграде

ру стенки. Длительность фазы дифракции τ для объекта в целом имеет порядок

$$\tau = k_1 L/D_ф, \quad k_1 = 3-5, \tag{2.2}$$

где L — размер объекта вдоль потока.

Заметим, что $\tau_s < \tau$, так как дифракция на объекте заканчивается позже, чем на передней стенке.

Фаза установившегося обтекания имеет длительность порядка фазы сжатия τ_+, и нагрузки здесь убывают постепенно. Давления на внешние элементы объектов в этой фазе складываются из «статического» давления в волне и «динамического» давления (от скоростного напора), возникающего вследствие торможения частиц потока. Роль указанных компонентов нагрузки при воздействии на объект различна. Так, смещающая сила для объекта в целом определяется в основном динамическим давлением, так как равнодействующая статических усилий на замкнутом контуре равна нулю. В то же время поведение отдельных внешних конструктивных элементов в основном зависит от статического давления в волне, так как вклад динамического давления в полную нагрузку на элемент невелик.

Анализом взаимодействия нестационарных ударных волн с незакрепленным объектом как твердым телом [17] установлено, что когда размер объекта L мал в сравнении с длиной волны λ ($L/\lambda \ll 1$) и выполняются условия $\rho_0/\rho_m \ll 1$, $L/\lambda \ll 1 - \rho_0/\rho_ф$ (ρ_m — средняя плотность объекта), эффект фазы дифракции носит импульсивный ха-

рактер. Дальнейшее движение газа можно рассматривать как квазистационарное, так как скорость объекта намного меньше скорости частиц в волне, и единственным существенным источником нестационарности является переменность параметров за фронтом набегающей волны. Таким образом, система сил в фазе дифракции не зависит от смещений объекта, а в фазе установившегося (квазистационарного) обтекания определяется соотношениями стационарной аэродинамики (время t является параметром). Поэтому во второй фазе динамическое давление в точке поверхности объекта приближенно определяют как произведение скоростного напора $P_{ск}(t)$ на экспериментальный аэродинамический коэффициент давления C_p. Напротив, при выполнении условия, обеспечивающего импульсивность эффекта воздействия всей ударной волны $\lambda/L \leqslant \sqrt{0{,}1 k_1 \rho_m/\rho_0}$, основные смещения объекта будут происходить после прекращения действия волны, т. е. весь процесс взаимодействия носит дифракционный характер.

Нагрузки в фазе установившегося обтекания играют решающую роль при длинных ударных волнах. Картина взаимодействия таких волн с объектами весьма сложна даже при числах Маха на фронте $M_ф < 1$, когда невозмущенный поток дозвуковой $\Delta P_ф < 0{,}4$ МПа. При этом в отдельных точках вблизи объекта местная скорость потока может все же достигнуть скорости звука. Минимальное значение числа Маха на фронте, начиная с которого местная скорость обтекания достигает скорости звука, называется критическим $M_{кр}$. Как правило, $M_{кр} < 1$ ($\Delta P_ф < 0{,}35$ МПа) и в диапазоне $M_{кр} < M_ф < 1$ появляется система прямых и косых скачков уплотнения (так называемых λ скачков), приводящая к повышению сопротивления обтекания.

При докритических числах Маха существенную роль играют свойства вязкости воздуха, и помимо нормального давления на поверхности объект испытывает воздействие касательных напряжений (сил трения), определяемых состоянием пограничного слоя (погранслоя) и числом Рейнольдса Re. Обычно у поверхности плохообтекаемого объекта погранслой бывает смешанный: на одних участках — ламинарный, а на других — турбулентный. По мере возрастания шероховатости поверхности и числа Re область турбулентности расширяется, что приводит к уменьшению сил трения. Тыльные грани не-

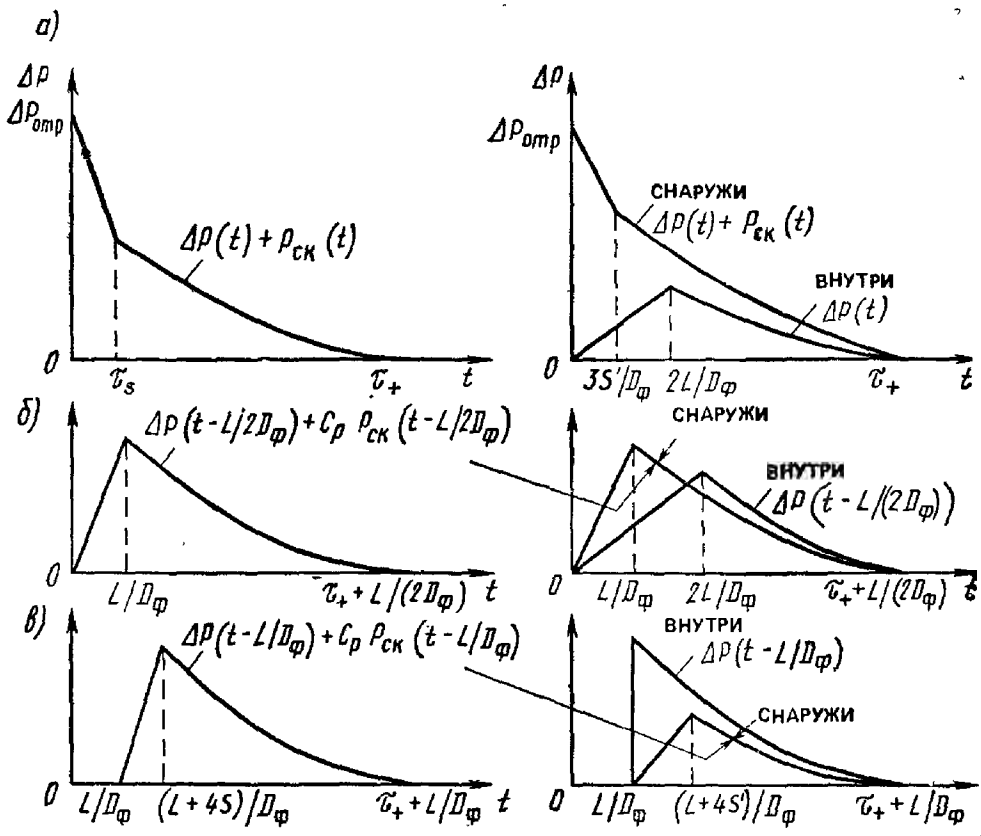


Рис. 2.3. Усредненные нагрузки на элементы прямоугольного закрытого (слева) и с проемами сооружения

а — фронтальная стена; *б* — боковые стены и крыши; *в* — тыльная стена

которых объектов представляют плоский срез. В данном случае за тыльными поверхностями образуется так называемая мертвая зона с пониженным давлением («донный» эффект), в которой происходит беспорядочное вихревое движение воздуха. Донным эффектом, в частности, обусловлено резкое снижение давления при переходе через значение $M \sim 1$. Следовательно, фаза установившегося обтекания не является строго стационарной из-за явлений турбулентности в погранслое и «донного» эффекта, которым свойственны пульсационные изменения скорости. Таким образом, скорости в каждой точке у поверхности тела могут характеризоваться лишь как некоторые усредненные по времени величины.

На рис. 2.3 приведены графики изменения средних давлений на элементы сооружений по схеме рис. 2.1, *а*, вызванных ударной волной. Для фронтальной стены $C_p = 1$, а для остальных среднее значение коэффициента $C_p < 0$ [19], т. е. скоростной напор несколько снижает

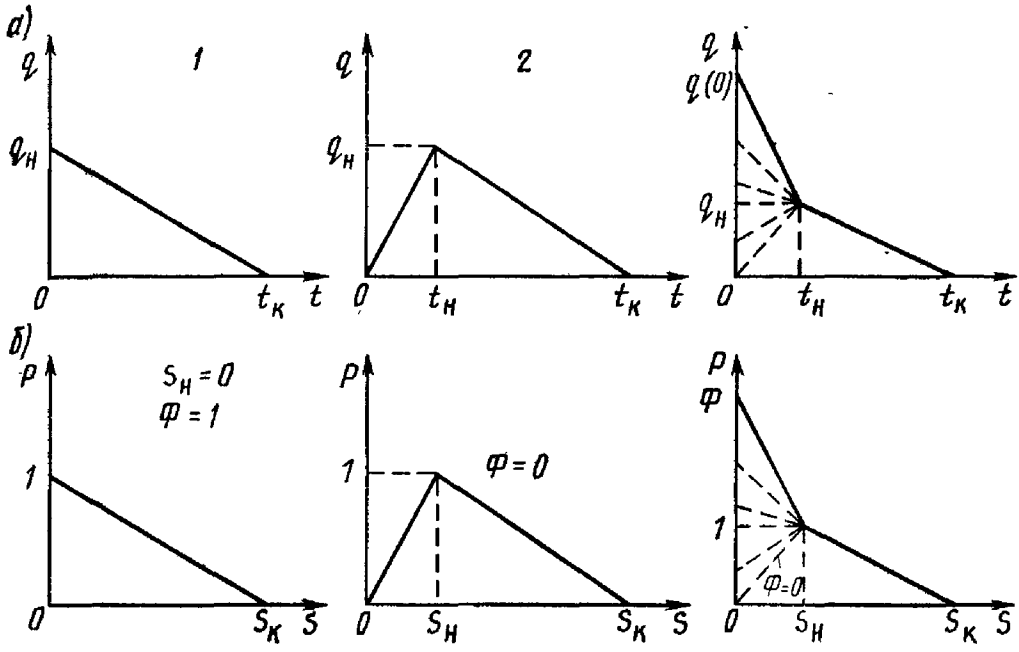


Рис. 2.4. Схематизация нагрузок на элементы сооружений

нагрузки на все элементы, кроме фронтального. При наличии проемов волна затекает внутрь сооружения, и расчетные давления на элементы сооружения равны разности внешнего и внутреннего давлений. При расчете нагрузок по схеме рис. 2.1, *а* для сооружений с проемами (до 30 % площади в передней и задней стенах), но без внутренних перегородок, величина S' является средним расстоянием (для передней стены) от центра секции до края проема.

Возможная схематизация нагрузок, действующих на различные элементы прямоугольных сооружений, согласно [62], показана на рис. 2.4, *а*, где под q подразумевают избыточное давление или среднюю нагрузку, изменяющиеся со временем t. При расчете конструкций нагрузка может быть введена в безразмерном виде (рис. 2.4, *б*), причем $P=q/q_н$, $S=\omega t$, $\Phi=P(0)$, ω — основная частота, $q_н$ — давление или нагрузка в характерный момент времени $t_н$, $S_н=\omega t_н$.

Данные о распределении давлений от воздействия ударной волны на цилиндр, которые могут быть использованы при прочностных расчетах сооружений криволинейного очертания (колец, круговых арок), приведены на рис. 2.5. Изменение давлений во времени $P(t)$ в начальной (дифракционной) фазе аппроксимировано тре-

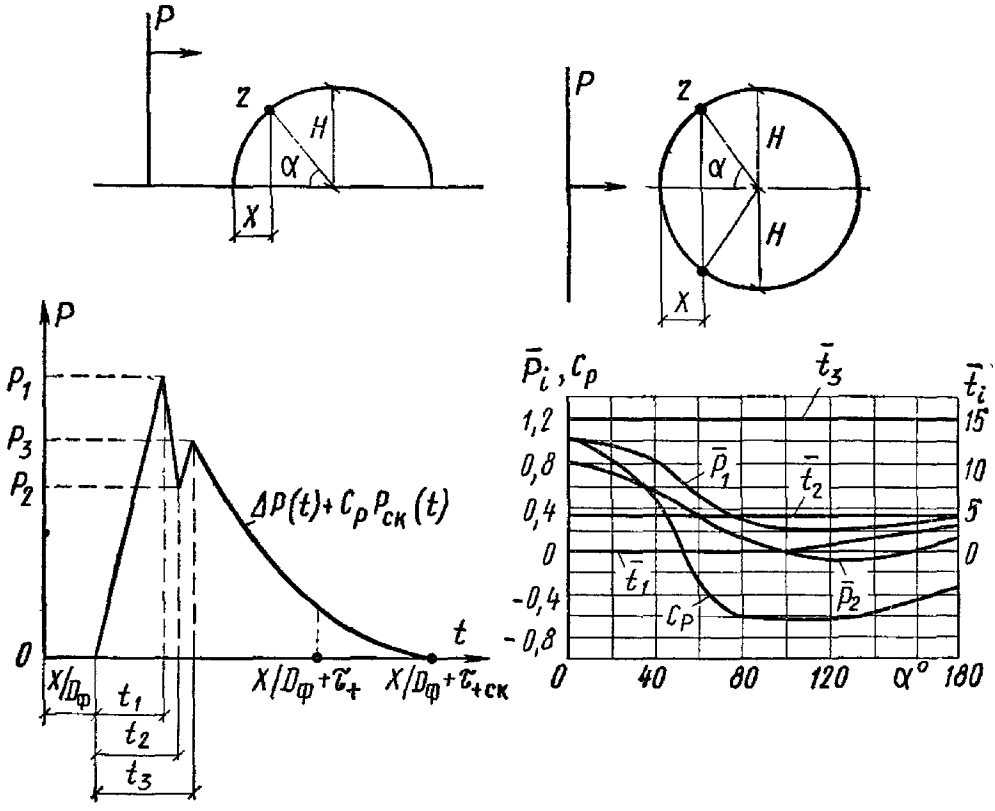


Рис. 2.5. Нагрузки на арочные и кольцевые сооружения

мя отрезками прямых, причем начало нагружения в точке с координатой X определяется временем прихода фронта ударной волны $t_X = X/D_ф$. Характерные параметры функции $P(t)$, P_i и t_i $(i=1, 2, 3)$ зависят от координаты точки, размера H и давления $\Delta P_ф$. Эти данные, а также коэффициент давления представлены в зависимости от угла α ($\bar{P}_i = P_i/\Delta P_{отр}$, $\bar{t}_i = t_i D_ф/H$), где $\Delta P_{отр}$ — давление нормального отражения. Давление P в фазе квазистационарного обтекания при $t > t_3$ представляет сумму давления $\Delta P(t)$ и скоростного напора $P_{ск}(t)$ в волне с учетом коэффициента давления C_P (см. п. 2.2)

$$P = \begin{cases} \Delta P(t) + C_P(\alpha) P_{ск}(t) & (t_3 < t - X/D_ф < \tau_+) \\ C_P(\alpha) P_{ск}(t) & (\tau_+ < t - X/D_ф < \tau_{+ск}). \end{cases} \quad (2.3)$$

Рассмотрим суммарные (смещающие) нагрузки, действующие при взрыве на наземные объекты произвольной формы. Аналогичная система нагрузок возникает при действии ударной волны на незакрепленные плохообтекаемые объекты и, в частности, на машины, механиз-

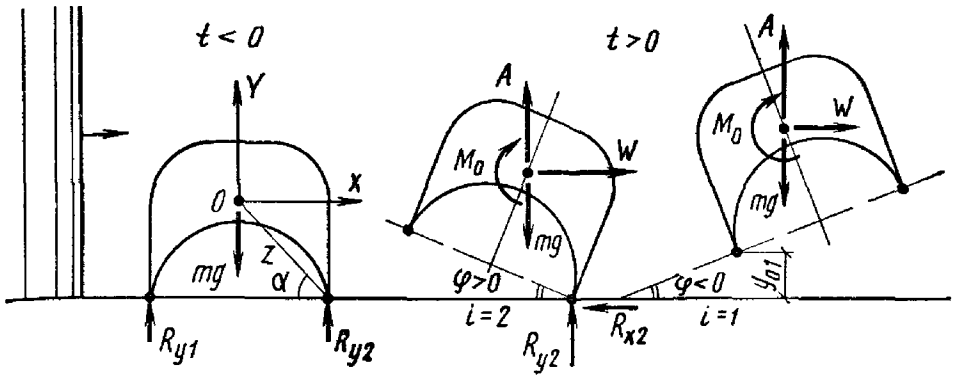


Рис. 2.6. Схема нагружения наземного объекта пронзвольной формы
справа — варианты смещенй незакрепленного объекта (R_{xi}, R_{yi} — опорные реации; g — ускоренне свободного паденя)

мы, транспортные средства [36]. Для таких объектов при наличии под ними зазора (для транспортных средств — дорожного просвета) возникает заметная вертикальная составляющая нагрузки — подъемная сила положительная или отрицательная, в зависимости от величины и знака угловых смещений. Для длинных ударных волн эффект фазы дифракции импульсивен, поэтому вектор дифракционной нагрузки можно представить мгновенным импульсом, что облегчает задачу экспериментальной оценки вклада фазы дифракции. Для определения в расчетах инерционных перегрузок (ускорений) от импульса следует перейти к функции времени.

Пусть объект ориентирован относительно центра (эпицентра) взрыва своей наибольшей поверхностью. Если совместить плоскость поперечного сечения (материальной симметрии) объекта с системой координат XOY (рис. 2.6) с началом в центре массы, то главный вектор активных сил можно представить в проекциях на оси. Будем считать, что известны импульсы S_A, S_W по осям X, Y и момент импульса M_S для фазы дифракции (см. п. 2.2). Аппроксимирующие выражения для нагрузок можно принять в виде ломаных для лобовой W, подъемной A сил и опрокидывающего момента M_0 [37]

$$\left.\begin{aligned} W(t) &= W_m(1 - t/\tau_0) \quad (0 < t \leqslant \tau < \tau_0); \\ A(t) &= \begin{cases} A_m t/\tau_1 & (0 < t \leqslant \tau_1/2), \\ A_m'(1 - t/\tau_A) & (\tau_1 < t \leqslant \tau); \end{cases} \\ M_0(t) &= M_m(1 - t/\tau_M) \quad (0 < t \leqslant \tau). \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

Здесь константы определяют через компоненты импульса с учетом сопряжения к концу фазы дифракции $t=\tau$ с функциями нагрузки в фазе установившегося обтекания

$$W_m = K_\Phi F_б \Delta P_{отр}; \quad A_m = 2S_A/\tau - \frac{1}{2}\bar{A}; \quad A'_m = \bar{A}\tau_A/(\tau_A - \tau);$$

$$M_m = \begin{cases} (2M_s - \tau\bar{M}_0)/\tau & (M_s \bar{M}_0 > 0) \\ \dfrac{M_s}{\tau} - \operatorname{sgn}\bar{M}_0 \sqrt{\left(\dfrac{M_s}{\tau}\right)^2 - \left(\dfrac{2M_s}{\tau} + \bar{M}_0\right)\bar{M}_0} & \\ (M_S \bar{M}_0 < 0,\ M_S^* \equiv |M_S/(\bar{M}_0\tau)| \geqslant \sqrt{2}-1). & \end{cases} \qquad (2.5)$$

Условие $M_s^* > \sqrt{2}-1$ означает отсутствие существенного различия в эксцентриситетах аэродинамического H° и импульса h.

Для второй фазы в предположении, что числа Рейнольдса Re находятся в закритической области, т. е. имеет место автомодельность по числу Re, что характерно для плохообтекаемых тел, нагрузки определяются соотношениями (см. п. 2.2):

$$\left.\begin{aligned} W &= P_{скф} f(\Delta P_ф, t)\, l^2 \hat{C}_W(\varphi, y)\, \alpha_W(\varphi, y, M(t)); \\ A &= P_{скф} f(\Delta P_ф, t)\, l^2 \hat{C}_A(\varphi, y)\, \alpha_A(\varphi, y, M(t)); \\ M_0 &= P_{скф} f(\Delta P_ф, t)\, l^3 \hat{C}_M(\varphi, y)\, \alpha_M(\varphi, y, M(t)), \end{aligned}\right\} \qquad (2.6)$$

где $\Delta P_ф$, $P_{скф}$ — давление и скоростной напор на фронте волны; f— фуикция угасания скоростного напора (см. рис. 1.5) $[f(\Delta P_ф, 0)=1]$; $\hat{C}_{W,A,M}$ — функции для аэродиинамических коэффициентов, зависящие от обобщенных координат смещаемого волной объекта (φ, y) для чисел Маха $M \ll 1$; $\alpha_{W,A,M}$ — поправки на сжимаемость воздуха; $F_б$ — мидель; $K_\Phi \ll 1$ — коэффициент формы; l — характерный размер тела. Для прямоугольиых объектов $K_\Phi = 1$.

Время τ определяют из условия сопряжения выражений для функции W решением уравнения $W(\tau) = W_m(1-\tau/\tau_0) = \theta(\tau)$, причем

$$\theta(t) \equiv P_{скф} f(\Delta P_ф, t)\, l^2 C_W(0,0)\, \alpha_W(0,0, M(t));$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2}\tau(1 - S_W/(W_m\tau)).$$

Из условия непрерывности для A при $t=\tau$, $t=\tau_1$,

а также для M_0 при $t=\tau$ имеем (M_Φ — число Маха на фронте ударной волны)

$$\tau_A = \left(A_m - \frac{1}{2}\bar{A}\right)/\left(A_m - \bar{A}\right); \quad \bar{A} = P_{\text{скф}} l^2 \hat{C}_A(0,0)\,\alpha_A(0,0,M_\Phi);$$

$$\tau_M = M_m \tau/\left(M_m - \bar{M}_0\right); \quad \bar{M}_0 = P_{\text{скф}} l^3 \hat{C}_M(0,0)\,\alpha_M(0,0,M_\Phi).$$

Функции $\hat{C}$, α получают методами экспериментальной аэродинамики, а импульсы S_W, S_A, M_S измеряют с помощью динамических тензовесов [36, 52]. Функции $f \equiv \equiv P_{\text{ск}}(t)/P_{\text{скф}}$ берут по рис. 1.5, *б*, $M(t)$ — по формуле (1.37).

2.2. Определение нагрузок методами физического моделирования

Нагрузки от ударной волны определяют, как правило, экспериментально методами физического моделирования. Рассмотрим условия моделирования аэродинамических нагрузок, действующих в фазе установившегося обтекания, а затем дифракционных нагрузок.

Применительно к условиям установившегося обтекания время можно исключить из числа параметров, рассматривая взаимодействие стационарного потока с фиксированным (неподвижным) объектом. Воспользуемся аппаратом анализа размерностей [63, 66], позволяющим на основе системы определяющих параметров задачи получить общий вид искомых функциональных зависимостей, не прибегая к математической формулировке задачи. Согласно π-теореме соотношению между m размерными параметрами (в числе которых m—1 независимых и один зависимый) соответствует равнозначное соотношение между n безразмерными критериями подобия (комплексами π), среди которых один зависит от остальных. При этом $n=m-k$, где k — наибольшее число параметров из числа m, которые не объединяются в безразмерный комплекс. Обычно k соответствует минимальному числу r независимых единиц измерения (размерностей) параметров процесса.

Для того чтобы установить систему определяющих параметров, оговорим учитываемые свойства среды. Будем рассматривать воздушную среду как инерционный сжимаемый газ, лишенный весомости и теплопроводнос-

ти, но обладающий свойствами вязкости в пограничном слое. Последнее позволяет использовать соотношения для идеальной среды (лишенной вязкости) во внешней области течения. Форма объекта фиксируется уравнением его поверхности, т. е. каждой точке на поверхности соответствуют координаты x_j ($j=1, 2, 3$). Положение объекта в пространстве относительно набегающего потока определяется расстоянием от его центра тяжести до поверхности грунта h_z и углами ориентации φ_i ($i=1, 2, 3$) системы координат, жестко связанной с объектом, относительно инерциальной (неподвижной) системы координат. Размеры объекта фиксируются некоторым характерным размером l. Кинематические условия обтекания, кроме координат, определяются скоростью потока v, инерционность среды — плотностью ρ, а вязкость — коэффициентом вязкости μ_*. Сжимаемость учитывают параметрами, входящими в уравнение состояния. Взяв уравнение совершенного газа (1.30), получим в качестве таких параметров температуру T_* и универсальную газовую постоянную $R_г$. Запишем систему определяющих параметров: φ_i, h_z, i, v, ρ, μ_*, T_*, $R_г$, x_j.

Будем разыскивать поле давлений $P-P_\infty$ по поверхности объекта (индексом ∞ помечают параметры в невозмущенном потоке вдали от тела). Размерности $m=10$ величин (давления и выписанных определяющих параметров) выражают через $r=4$ основных единиц измерения: длину L, массу M, время T и температуру K

$$[P]=ML^{-1}T^{-2}, \quad [\varphi_i]=1, \quad [v]=LT^{-1}, \quad [\rho]=ML^{-3},$$
$$[\mu_*]=ML^{-1}T^{-1}, \quad [T_*]=K, \quad [R_г]=L^2T^{-2}K^{-1},$$
$$[h_z]=[l]=[x_j]=L.$$

Согласно π-теореме должно существовать $n=10-4=6$ комплексов π, среди которых будет один зависимый (искомый). Представим $P-P_\infty$ в виде комплекса

$$P-P_\infty=\alpha\varphi_i^\beta h_z^s l^r v^\omega \rho^\xi \mu_*^n T_*^\tau R_г^\theta x_j^\chi, \qquad (2.7)$$

где α, β, s, r, ω, ξ, n, τ, θ, χ — отвлеченные числа.

Для согласования размерностей приравняем показатели однотипных единиц измерений (M, L, T, K) левой и правой частей выражения (2.7)

$$(M)\ \ 1=\xi+n; \quad (L)\ \ -1=r+s+\chi-3\xi-n+\omega+2\theta;$$
$$(T)\ \ -2=-n-\omega-2\theta; \quad (K)\ \ 0=\tau-\theta.$$

Входящие в эти четыре уравнения восемь величин можно выразить через любые четыре, например через s, r, ξ, τ, тогда $\theta=\tau$, $n=1-\xi$, $\omega=\xi-2\tau+1$, $\chi=\xi-r+s-1$. Подставив эти выражения в (2.7), получим

$$P-P_\infty=\alpha\varphi_i^\beta h_z^s l^r v^{\xi-2\tau+1}\rho^\xi\mu_*^{1-\xi}T_*^\tau R_\Gamma^\tau x_j^{\xi-r-s-1}.$$

Произведя группировку в безразмерные комбинации с одинаковыми показателями и введя γ, найдем

$$C_P\equiv\frac{2(P-P_\infty)}{\rho v^2}=\frac{2\alpha}{k^\tau}\varphi_i^\beta\left(\frac{h_z}{l}\right)^s\left(\frac{x_j}{l}\right)^{\xi-r-s-1}\times$$
$$\times\left(\frac{v}{\sqrt{\gamma R_\Gamma T_*}}\right)^{-2\tau}\left(\frac{\rho l v}{\mu_*}\right)^{\xi-1}.$$

Это выражение показывает общий вид безразмерной искомой функции C_P, носящей название числа (критерия) Эйлера или коэффициента давления. Безразмерная комбинация $\mathrm{Re}=\rho l v/\mu_*$ называется числом Рейнольдса, а комплекс $\mathrm{M}=v/\sqrt{\gamma R_\Gamma T_*}=v/C$ — есть число Маха. На значения α, β, r, s, τ, ξ никакие ограничения не наложены, поэтому предыдущую формулу можно записать в виде

$$2(P-P_\infty)/(\rho v^2)=C_P(\varphi_i,\ \mathrm{M},\ \mathrm{Re},\ h_z/l, x_j/l). \qquad (2.8)$$

Числа Re и M являются важнейшими критериями (инвариантами) подобия. Число Re учитывает вязкие свойства среды, характеризуя соотношения сил инерции и трения. Число M учитывает сжимаемость среды и характеризует соотношение сил инерции и давления. В рассматриваемом случае соблюдение динамического подобия, требующее постоянства зависимого критерия подобия (числа Эйлера), возможно при одних и тех же значениях всех независимых критериев подобия в модельных и натурных условиях, что обычно записывается следующим образом:

$$\varphi_i=\mathrm{idem},\quad h_z/l=\mathrm{idem},\quad \mathrm{M}=\mathrm{idem},\quad \mathrm{Re}=\mathrm{idem},$$
$$x_j/l=\mathrm{idem}. \qquad (2.9)$$

Выше рассматривалось давление на элементарную площадку. Используем π-теорему для определения суммарных сил, действующих на объект в плоскости материальной симметрии: аэродинамического момента M_0, фронтальной W и подъемной A сил. Поскольку при этом элементарные силы необходимо интегрировать по поверхности объекта, то переменные x_j/l исчезнут и их

следует исключить из числа определяющих параметров (т.е. теперь $m=9$). Поэтому безразмерные искомые функции будут выражаться через четыре безразмерные величины: φ_i, M, Re, h_z/l

$$\left.\begin{aligned} 2W/(l^2\rho v^2) &= C_W(\varphi_i, \mathrm{M}, \mathrm{Re}, h_z/l);\\ 2A/(l^2\rho v^2) &= C_A(\varphi_i, \mathrm{M}, \mathrm{Re}, h_z/l);\\ 2M_0/(l^3\rho v^2) &= C_M(\varphi_i, \mathrm{M}, \mathrm{Re}, h_z/l). \end{aligned}\right\} \qquad (2.10)$$

Функции C_W, C_A, C_M называются аэродинамическими коэффициентами сопротивления. Для получения этих коэффициентов в опытах на модели необходимо соблюдение первых четырех условий (2.9).

Формулы (2.10) соответствуют (2.6), когда нагрузки меняются в соответствии с изменениями скоростного напора $\rho v^2/2$, чисел Маха и Рейнольдса по глубине ударной волны. Однако учитывая квазистационарность процесса обтекания, коэффициенты сопротивления определяют методами экспериментальной аэродинамики [16] в аэродинамических трубах в условиях установившегося обтекания. Такое моделирование прежде всего предполагает полное геометрическое подобие модели с натурным объектом и подобное расположение относительно набегающего потока. В конкретном опыте фиксируют значения φ_i, h_z/l. Величины M и Re в каждом опыте также постоянны. Меняя от опыта к опыту координаты модели и числа M и Re (путем изменения режима работы трубы), строят зависимости (2.10). Поскольку аэродинамические трубы имеют сравнительно узкий диапазон изменения скорости потока, а следовательно, чисел M и Re, то зависимости коэффициентов сопротивления от этих критериев определяют на различных трубах или с помощью специальных методов пересчета.

Наиболее простыми в эксплуатации и экономичными являются дозвуковые аэродинамические трубы малых скоростей (примерно до 40 м/с). Влияние сжимаемости воздушного потока в этих трубах несущественно (менее 1 %, $M_\infty \sim 0{,}014$), и получаемые экспериментальные результаты практически соответствуют обтеканию несжимаемой средой. Как показывают экспериментальные исследования, зависимости коэффициентов сопротивления от числа Рейнольдса для плохообтекаемых объектов имеют некоторое критическое значение Re_*, переход

через которое характеризует возникновение неустойчивого турбулентного режима в пограничном слое, являющегося причиной уменьшения (кризиса) сопротивления. Закритическая область $Re > Re_*$ для таких объектов характеризуется несущественным влиянием Re на аэродинамические характеристики. Очевидно, если в опытах с моделью и в натурных условиях $Re > Re_*$, то коэффициенты сопротивления будут не зависимы от числа Рейнольдса (область автомодельности по Re). Таким образом, при моделировании необходимы данные по числам Re, которые обычно превышают значение Re_*.

В натурных условиях число Re изменяется по глубине ударной волны, уменьшаясь по мере падения давления, и при минимальных давлениях за фронтом (~ 1 кПа), еще имеющих практическое значение, представляет величину $Re \sim 0{,}8 \cdot 10^6$. В экспериментах на моделях в дозвуковых аэродинамических трубах $10^{-6} Re \sim \sim 0{,}7—1{,}4$, тогда как $Re_* \sim 0{,}26 \cdot 10^6$, т. е. условие $Re > > Re_*$ соблюдается как для модельных экспериментов, так и в натуре. Для плохообтекаемых (прямоугольных и т. п.) объектов с острыми кромками, являющимися турбулизаторами потока, значение Re_* также является достаточно низким, что обеспечивает осуществление закритического режима как в аэродинамическом эксперименте, так и в натуре.

Таким образом, практический диапазон давлений в ударной волне и условия в потоке аэродинамической трубы малых скоростей порядка 40 м/с соответствуют автомодельной области по числу Re, что позволяет исключить число Рейнольдса из списка критериев подобия в (2.10).

В аэродинамической трубе обычно продувают модель объекта в масштабе 1 : 10 с соблюдением геометрического подобия. (Соблюдение полного подобия с учетом требований инвариантности критерия Ньютона не требуется, так как движение объекта не моделируется). Модель устанавилвают у тонкого экрана, имитирующего земную поверхность. (Вместо экрана иногда применяют две спаренные модели, и плоскость симметрии моделирует твердую преграду — метод зеркального отражения). С помощью аэродинамических весов типа Прандтля [16] на модели измеряют усилия W, A, M_0 при различных значениях φ_i, h_2/l, а затем с помощью формул

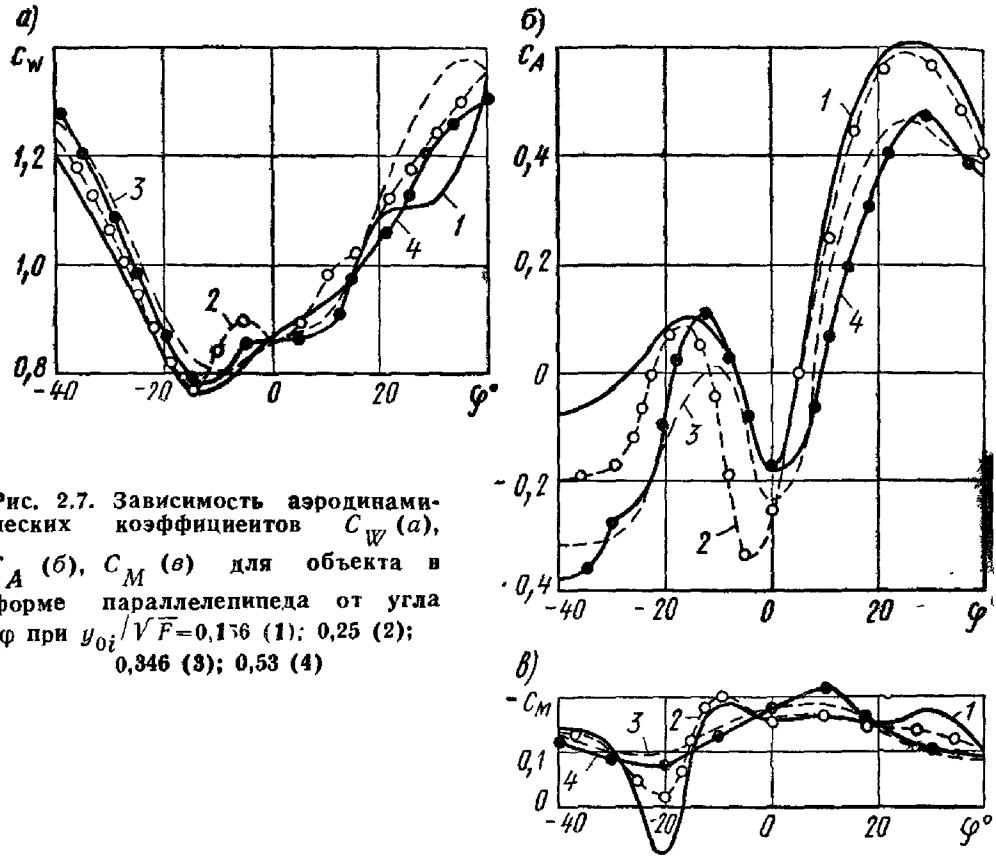


Рис. 2.7. Зависимость аэродинамических коэффициентов C_W (*а*), C_A (*б*), C_M (*в*) для объекта в форме параллелепипеда от угла φ при $y_{0i}/\sqrt{F}$=0,156 (1); 0,25 (2); 0,346 (3); 0,53 (4)

(2.10) вычисляют отнесенные к центральным осям инерции коэффициенты:

$$C_W = 2W/(\rho_0 v^2 F); \quad C_A = 2A/(\rho_0 v^2 F);$$
$$C_M = 2M_0/(\rho_0 v^2 Fl),$$

где ρ_0 — плотность воздуха; v — скорость потока в рабочей части трубы; l — характерный размер; F — характерная площадь модели объекта.

Для примера на рис. 2.7 приведены графики аэродинамических коэффициентов для замкнутого параллелепипеда, полученные в дозвуковой трубе Т-1 ЛГУ [36] (труба с открытой рабочей частью, диаметр 1,5 м, v = =30 м/с, критическое число Рейнольдса по шару $0{,}3\times$ $\times 10^6$, мера турбулентности 0,5). Модель расположили в трубе по схемам рис. 2.1, *а*; 2.6: H/L=0,6; B/L=2. Коэффициенты C_W, C_A, C_M отнесены к $F=BL$, $l=L$. В опытах варьировали расстояние y_{0i} от нижней точки модели до экрана и угол наклона φ модели (в плоскости рис. 2.6), причем $\varphi>0$ соответствует повороту по часовой стрелке. Кривые для C_M условно отнесены к гори-

зонтальной оси инерции x' параллелепипеда на расстоянии $h'=0{,}156\sqrt{F}$ от его верхней грани. Для пересчета к значениям C_M соответствующим осям на расстояниях h_M от оси x', можно использовать формулу $C'_M=C_M+h_M C_W\sqrt{F}$.

Коэффициенты давления C_P (табл. 2.1) получены

Таблица 2.1. **Средние коэффициенты давления для элементов прямоугольного объекта**

Элемент	Коэффициент C_P при $\varphi°$			
	—30	—20	—10	0
Фронтальный	0,92	0,95	0,97	1,0
Тыльный	—0,20	—0,20	—0,20	—0,20
Верхний	0,50	0,25	0,05	—0,22
Нижний (при наличии просвета)	—0,15	—0,20	—0,17	0

Продолжение табл. 2.1

Элемент	Коэффициент C_P при $\varphi°$			
	10	20	30	40
Фронтальный	0,95	0,90	0,85	0,75
Тыльный	—0,20	—0,20	—0,20	—0,25
Верхний	—0,30	—0,28	—0,25	—0,20
Нижний (при наличии просвета)	0,45	0,68	0,75	0,83

в тех же опытах при измерении давлений на поверхностях дренированных моделей с помощью батарейных микроманометров в точках выхода дренажных каналов [36].

На рис. 2.8 приведены зависимости $C_P(\psi)$ (полученные при участии А. И. Олехвера, Б. С. Расторгуева и В. И. Тимохина) по данным измерения давлений на гранях параллелепипеда у экрана и без него. Угол ψ между внутренней нормалью к грани и направлением распространения потока (ось OX на рис. 2.6) выражается через угол φ по формулам: для фронтального элемента $\psi=\varphi$ $(\varphi>0)$, $\psi=360°+\varphi$ $(\varphi<0)$; тыльного $\psi=180°+\varphi$; верхнего $\psi=90°+\varphi$; нижнего (при наличии просвета) $\psi=270°+\varphi$. При отсутствии экрана кривая

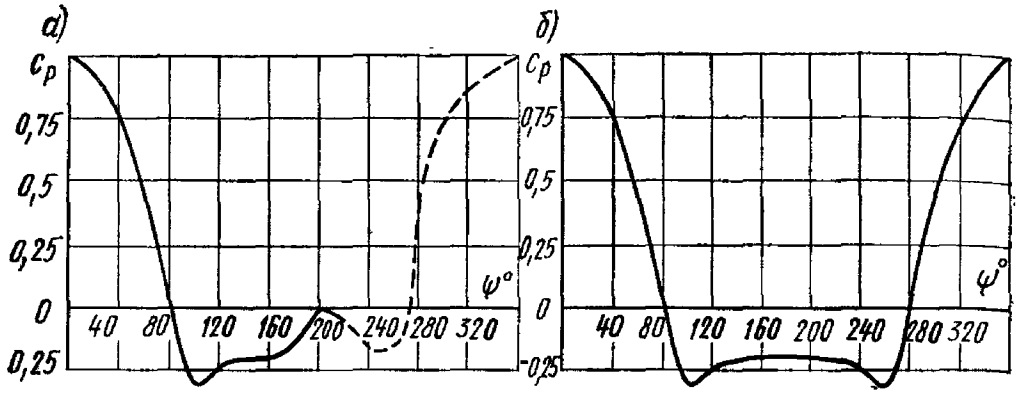


Рис. 2.8. Зависимость коэффициентов C_p от угла ψ для граней параллелепипеда при наличии экрана (*а*) и без него (*б*)

$C_P(\psi)$ симметрична относительно вертикали $\psi=\pi$. Несимметричность вызвана влиянием экрана, имитирующего земную поверхность. Для конструкции, расположенной достаточно высоко над поверхностью земли, влияние экрана учитывать не следует, т. е. кривую $C_P(\psi)$ при $\psi>\pi$ можно принимать симметричной относительно вертикали $\psi=\pi$.

При не очень малых скоростях потока заметным становится влияние на аэродинамические нагрузки сжимаемости воздуха. Для уточнения данных, получаемых в дозвуковых аэродинамических трубах, можно использовать соотношение, связывающее давление P и скорость v в изэнтропическом течении

$$P/P_\infty = \left[1+\frac{1}{2}(\gamma-1)\,M_\infty^2\left(1-v^2/v_\infty^2\right)\right]^{\gamma/(\gamma-1)}.$$

С учетом уравнения Бернулли для струйки идеальной несжимаемой среды, дающего связь между P и v для частиц у поверхности объекта и теми же параметрами на бесконечности P_∞, v_∞,

$$P+\frac{1}{2}\rho v^2 = P_\infty+\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 \text{ или}$$

$$\bar{C}_P = 2\left(P-P_\infty\right)/\left(\rho v_\infty^2\right) = 1-v^2/v_\infty^2,$$

имеем

$$P/P_\infty = \left[1+\frac{1}{2}(\gamma-1)\,M_\infty^2\,\bar{C}_P\right]^{\gamma/(\gamma-1)}.$$

Можно уточнить значение давления P на объект в зависимости от числа Маха потока и коэффициентов $\bar{C}_P$, получаемых при малых числах М. Используя разложение по малым степеням M^2, имеем

$$\frac{P}{P_\infty} = 1 + \frac{\gamma}{2} M_\infty^2 \bar{C}_P + \frac{\gamma}{8} M_\infty^4 \bar{C}_P^2 + \frac{\gamma}{48}(2-\gamma) M_\infty^6 \bar{C}_P^3 + \ldots$$

и, вводя коэффициент давления $C_P = (P - P_\infty)/P_{ск\infty} = \bar{C}_P(1+\varepsilon_P)$, для сжимаемой среды, учитывая, что $P_\infty/P_{ск\infty} = 2/(\gamma M_\infty^2)$, запишем формулу для поправки на сжимаемость ε_P

$$\varepsilon_P = \frac{1}{4} M_\infty^2 \bar{C}_P \left(1 + \frac{2-\gamma}{6} M_\infty^2 \bar{C}_P + \frac{1}{48}(2-\gamma)(3-2\gamma) M_\infty^4 \times \right.$$

$$\left. \times \bar{C}_P^2 + \ldots\right) \approx \frac{1}{4} M_\infty^2 \bar{C}_P.$$

Поправки для коэффициентов C_W, C_A, C_M можно получить, интегрируя (суммируя) давления на поверхности Ω объекта. Например, для C_W имеем

$$C_W = \bar{C}_W (1 + \varepsilon_W),$$

$$\varepsilon_W = \frac{1}{l^2 \bar{C}_W} \int_\Omega \varepsilon_P \bar{C}_P \cos \psi_x \, d\Omega, \qquad (2.11)$$

где Ψ_x — углы, образуемые нормалями к поверхности с осью X, — функции координат x_j.

Учитывая громоздкость данной процедуры, на практике также используют продувки моделей в трансзвуковых аэродинамических трубах. На рис. 2.9 приведены поправки на сжимаемость (полученные при участии В. И. Тимохина и А. И. Олехвера) для параллелепипедов по схеме рис. 2.6 в зависимости от числа Маха М и угла φ ($y_{0i}/\sqrt{F} = 0{,}156$)

$$\alpha_W = 1 + \varepsilon_W = C_W/\bar{C}_W; \quad \alpha_A = 1 + \varepsilon_A = C_A/\bar{C}_A,$$

$$\alpha_M = 1 + \varepsilon_M = C_M/\bar{C}_M,$$

где коэффициенты, помеченные чертой, измерены в тех же опытах при $M = 0{,}3$.

Далее рассмотрим методику определения импульса фазы дифракции в ударной волне на модели. Из (2.8) для глубоких ударных волн ($\tau \ll \tau_+$, т. е. влияние τ_+ несущественно), учитывая зависимости (1.20) — (1.23)

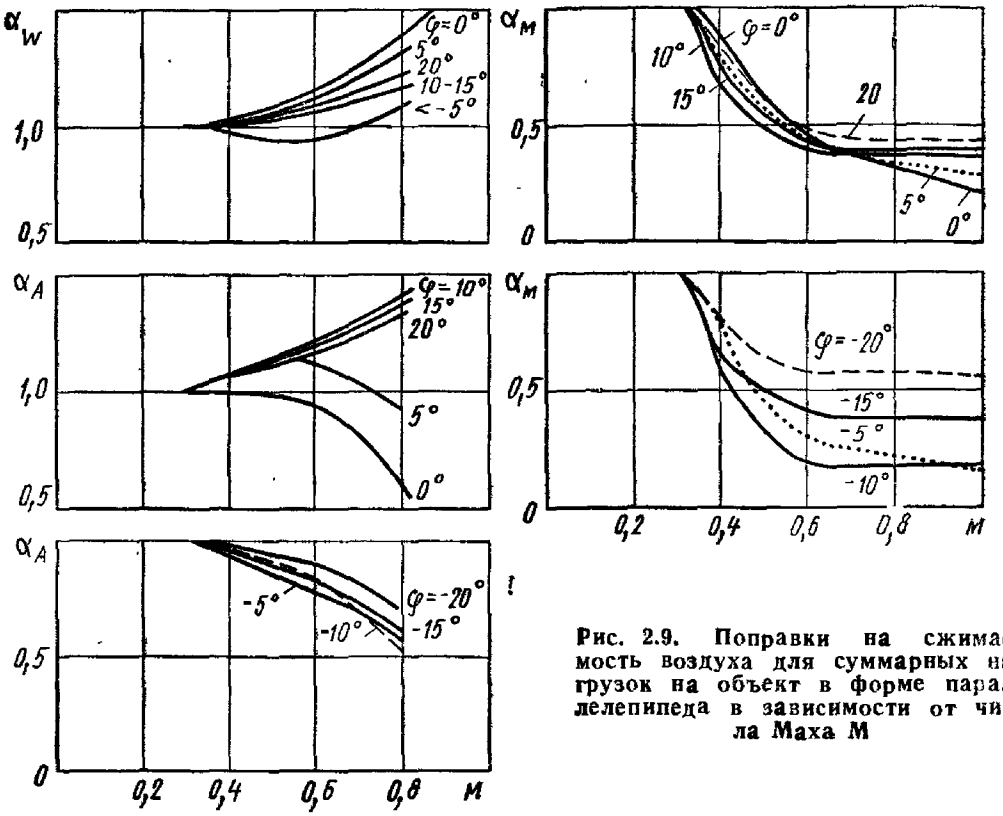


Рис. 2.9. Поправки на сжимаемость воздуха для суммарных нагрузок на объект в форме параллелепипеда в зависимости от числа Маха M

между параметрами на фронте ударной волны, получаем масштабы величин (помечены чертой сверху) для физического моделирования ударной волны $\Delta\bar{P}=\bar{P}_{\text{ск}}=\bar{D}_{\text{ф}}=1$. Из (2.2) масштаб длительности фазы дифракции равен масштабу $\bar{l}$ длины $\bar{\tau}=\bar{l}$. Масштабы импульса и момента импульса $\bar{M}_S$ фазы дифракции $\bar{S}=\Delta\bar{P}\bar{l}^2\bar{\tau}=\bar{l}^3$, $\bar{M}_S=\bar{S}\bar{l}=\bar{l}^4$.

В опытах на малых моделях при длинных волнах достаточно зафиксировать начальные линейные и угловую скорости и подсчитать импульс и момент импульса фазы дифракции, перейдя затем к натуре с помощью указанных масштабных коэффициентов. Скорости можно замерить в опытах по схеме баллистического маятника или с помощью тензовесов [36, 52]. На тензовесах можно также измерить аэродинамические коэффициенты.

Тензовесы [52] представляют собой чувствительный элемент в виде тонкой жесткой упругой консоли, к которой прикрепляют модель объекта (рис. 2.10). В методе зеркального отражения используют вторую модель (парную, нерабочую). Ударная волна действует на мо-

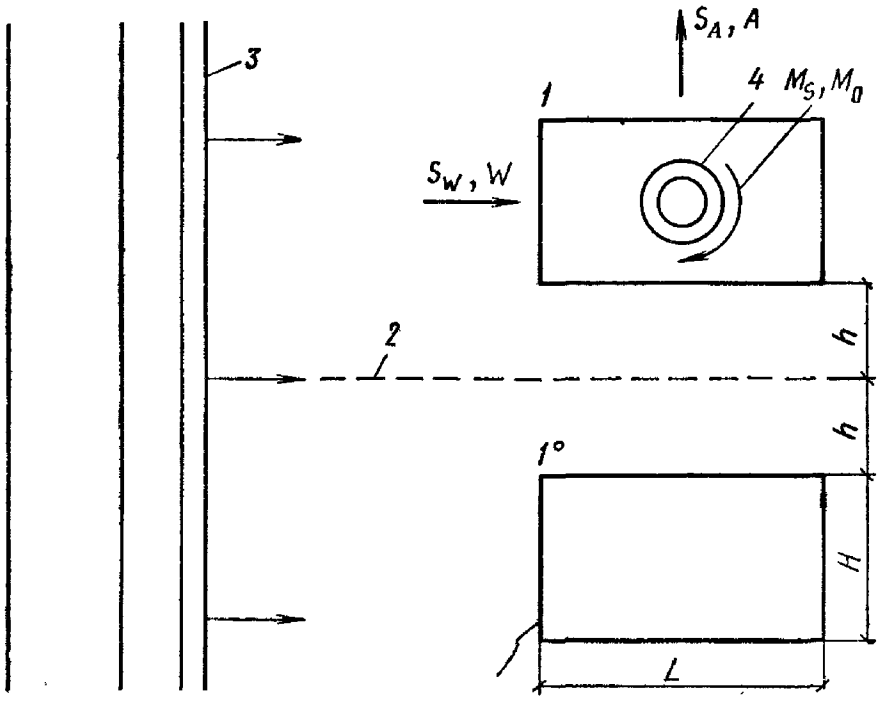


Рис. 2.10. Схема опыта по определению нагрузок на тензовесах методом зеркального отражения

1 — параллелепипед (модель объекта); *1°* — парная модель; *2* — плоскость симметрии, моделирующая жесткую преграду; *3* — фронт ударной волны; *4* — сечение консоли тензовесов

дель, вызывая ее малые колебания на консоли. По осциллограммам горизонтальных, вертикальных и крутильных колебаний консоли определяют компоненты линейных и угловой начальных скоростей, а также амплитуды перемещений. Опытные данные обрабатывают в предположении, что допустима интерпретация нагрузки в виде синтеза начального импульса фазы дифракции и квазистационарной силы аэродинамической природы с учетом коэффициентов динамичности упругого осциллятора (см. рис. 10.12 и методику п. 10.1). На рис. 2.11 даны зависимости от параметра $h/\sqrt{F}$ безразмерных коэффициентов $K_W = S_W/S_*$, $\gamma_A = S_A/S_W$, $\chi_0 = M_S/(S_W\sqrt{F})$, характеризующих дифракционный импульс, а также аэродинамические коэффициенты C_W, C_A, C_M для параллелепипеда ($B/L = 2$; $H/L = 0{,}6$; $F = BL$), причем характерный импульс S_* определяют через параметры на фронте ударной волны

$$S_* = \frac{3}{2} L(\Delta P_{отр} BH + P_{скф} BLC_{W0})/D_ф. \qquad (2.12)$$

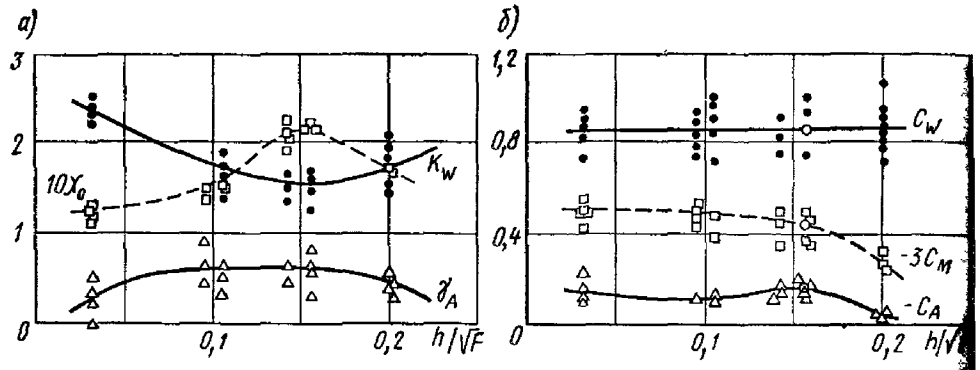


Рис. 2.11. Коэффициенты импульса фазы дифракции (*а*) и аэродинамически коэффициенты (*б*), полученные при действии ударной волны на параллелеп пед с помощью тензовесов

кружками отмечены значения коэффициентов, полученные в трубе Т-1

Данные получены при $\Delta P_\Phi = 50$ кПа ($M = 0{,}28$), т. е. при условиях, в которых влияние сжимаемости воздуха мало. Средние значения коэффициентов при $h/\sqrt{F} = 0{,}156$: $K_W = 1{,}55 \pm 0{,}3$; $\gamma_A = 0{,}55 \pm 0{,}2$; $\chi_0 = 0{,}21 \pm 0{,}16$. С увеличением $h/\sqrt{F}$ до 0,15 величины γ_A и χ_0 возрастают, а затем убывают, причем γ_A становится несущественной величиной при $h/\sqrt{F} > 0{,}22$.

Компоненты и момент импульса фазы дифракции не отрицательны, тогда как в фазе установившегося обтекания при $\varphi = 0$ подъемная сила и момент отрицательны. Таким образом, переход от одной фазы к другой характеризуется изменением знаков подъемной силы и момента.

На полученных данных могли сказаться искажение дифракционной картины, вносимое консолью весов, а также колебания системы консоль — модель. Впрочем влияние колебаний, по-видимому, было несущественным, так как амплитуды линейных перемещений не превышали 0,5 мм, а углового — 0,003 рад.

2.3. Полуэмпирический расчет взаимодействия

В связи со сложной картиной взаимодействия ударных волн с телами различной формы в расчетной практике для определения динамических нагрузок часто используют полученное экспериментально на геометрически подобной модели объекта пространственно-временно́е

распределение давления на его поверхностях. Требования подобия распространяются также на условия взрыва, параметры ударной волны и ориентацию объекта относительно фронта волны. Полуэмпирический расчет основан на опытных данных [19] по измерению давлений в процессе набегания ударной волны на объект, что позволяет строить эпюры нагрузок и определять суммарные смещающие силы в последовательные моменты времени.

Далее используем плоскую схему, т. е. будем считать, что геометрия сооружения определена формой его поперечного сечения, соответствующей внешнему контуру. В динамических расчетах криволинейный контур аппроксимируется многоугольником, в вершинах которого (узлах) сосредоточена инерция сооружения как дискретной системы. Стороны многоугольника (элементы) в процессе деформации сооружения остаются прямолинейными. Набегающая на сооружение ударная волна создает сложную систему подвижной распределенной нагрузки. Расчет сооружения сводится к определению движения узлов в последовательные моменты времени. Поэтому необходимо систему распределенной нагрузки взаимодействия свести к узловым силам. Считается, что распределенные нагрузки взаимодействия приложены по нормали к непроницаемому контуру (или прямолинейным элементам), а параметры невозмущенной волны у любых (в том числе узловых) точек отличаются только фазой, т. е. временем прихода фронта волны t_*. Влиянием деформации на нагрузки пренебрегается, что согласуется с целями прочностного расчета. Изменение избыточного давления $\Delta P(t)$ и скоростного напора $P_{ск}(t)$ в любой точке можно принять в виде (1.32), (1.33) или (1.36) — (1.38).

Узловые силы вычисляют как систему сил, приложенных по концам элементов, статически эквивалентную волновой нагрузке, что соответствует опорным реакциям (с обратным знаком) для однопролетных балок, шарнирно опертых по концам (где расположены узлы). При этом главный вектор сил, действующих на сооружение, не изменится. Для длинных ударных волн распределение нагрузки в пределах элемента можно линеаризовать. Тогда для подсчета узловых сил достаточно знать координаты узлов, координаты фронта $X_ф$ и хвостовой точки X_x волны

$$X_{\Phi} = D_{\Phi} t + X_0, \quad X_{\text{л}} = X_{\Phi} - L_{\text{В}}; \quad L_{\text{В}} = D_{\Phi} v_{+\text{ск}},$$

где X_0 — координата узла, нагружаемого первым; $L_{\text{В}}$ — длина волны.

Рассмотрим поверхность сооружения в виде произвольного замкнутого контура (рис. 2.12). Ударная волна распространяется в направлении оси X. При обходе контура против часовой стрелки индексы j, k соответствуют входному и выходному узлам для j-того элемента, т. е. если N — число узлов, то при $j=N$ $k=1$, иначе $k=j+1$. Компоненты узловых сил вычисляют проектированием на оси X, Y погонных нормальных нагрузок. Сила на j-тый узел появляется, если волна соприкасается хотя бы с одним из сходящихся в него элементов.

Возможные схемы расположения подвижной ударной волновой нагрузки на j-том горизонтальном и наклонном прямолинейном элементе контура следующие:

№ схемы	условия взаимодействия
11	$X_x \leqslant X_j, \quad X_j < X_{\Phi}, \quad X_{\Phi} < X_k$
12	$X_x \leqslant X_k, \quad X_k < X_{\Phi}, \quad X_{\Phi} < X_j$
21	$X_x \leqslant X_j, \quad X_k \leqslant X_{\Phi}, \quad X_j < X_k$
22	$X_x \leqslant X_k, \quad X_j \leqslant X_{\Phi}, \quad X_k < X_j$
31	$X_j < X_x, \quad X_x < X_k, \quad X_k \leqslant X_{\Phi}$
32	$X_k < X_x, \quad X_x < X_j, \quad X_j \leqslant X_{\Phi}$
41	$X_j < X_x, \quad X_{\Phi} < X_k$
42	$X_k < X_x, \quad X_{\Phi} < X_j.$

От загрузки j-того элемента определяют компоненты сил по осям X, Y инерциальной системы координат для j-того узла $P_{X1,j}$, $P_{Y1,j}$ и для k-того узла $P_{X2,j}$, $P_{Y2,j}$. За-

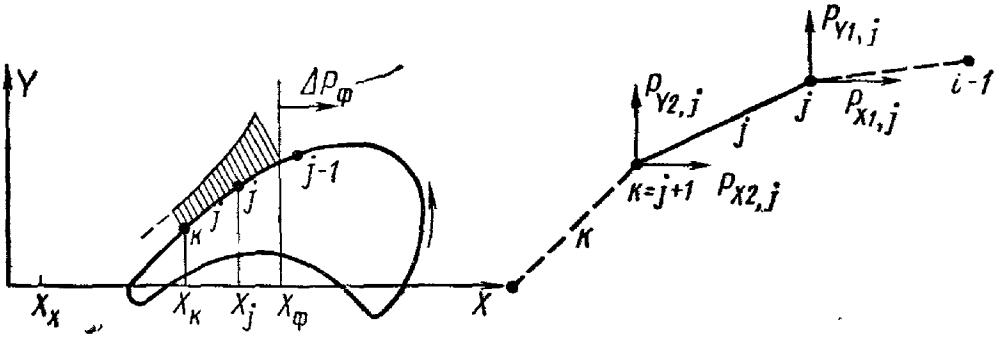


Рис. 2.12. Схема к определению узловых нагрузок от загрузки j-того элемента сооружения произвольной формы, взаимодействующего с набегающей ударной волной

тем определяют суммарные значения компоиент усилий $P_{X,K}$, $P_{У,K}$ на узлы

$$P_{x,1} = P_{x1,1} + P_{x2,N}; \quad P_{y1} = P_{y1,1} + P_{y2,N},$$
$$P_{x,k} = P_{x1,k} + P_{x2,j}, \quad P_{y,k} = P_{y1,k} + P_{y2,j}.$$

Обозначим через $P_ф$, P_j, P_k погонные нагрузки от волны в точках $X_ф$, X_j, X_k. Линеаризуя нагрузку в пределах элемента, запишем формулы для взвешенных сил $P_{Y1,j}$, $P_{Y2,j}$:

схема 11

$$P_{Y2,j} = (P_j + 2P_ф)(X_ф - X_j)^2/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$
$$P_{Y1,j} = (X_ф - X_j)(P_j + P_ф - (P_j + 2P_ф)(X_ф - X_j)/(X_k - X_j)/3)\,C_j/2,$$

схема 12

$$P_{Y2,j} = (X_k - X_ф)(P_k + P_ф - (P_k + 2P_ф)(X_ф - X_k)/(X_j - X_k)/3)\,C_j/2,$$
$$P_{Y1,j} = (P_k + 2P_ф)(X_ф - X_k)^2/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$

схемы 21, 22

$$P_{Y2,j} = (P_j + 2P_k)(X_k - X_j)\,C_i/6;$$
$$P_{Y1,j} = (P_k + 2P_j)(X_k - X_j)\,C_j/6;$$

схема 31

$$P_{Y2,j} = P_k(X_k - X_x)(2X_k + X_x - 3X_j)/(X_k - X_j)\,C_j/6,$$
$$P_{Y1,j} = P_k(X_k - X_x)^2/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$

схема 32

$$P_{Y2,j} = P_j(X_j - X_x)^2/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$
$$P_{Y1,j} = P_j(X_j - X_x)(2X_j + X_x - 3X_k)/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$

схема 41

$$P_{Y2,j} = P_ф(X_ф - X_x)(2X_ф + X_x - 3X_j)/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$
$$P_{Y1,j} = P_ф(X_ф - X_x)(3X_k - 2X_ф - X_x)/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$

схема 42

$$P_{Y2,j} = P_ф(X_ф - X_x)(3X_j - 2X_ф - X_x)/(X_k - X_j)\,C_j/6;$$
$$P_{Y1,j} = P_ф(X_ф - X_x)(2X_ф + X_x - 3X_k)/(X_k - X_j)\,C_j/6.$$

Для всех схем компоненты горизонтальных сил

$$P_{x2,j} = P_{Y2,j}(Y_j - Y_k)/(X_k - X_j),$$
$$P_{x1,j} = P_{Y1,j}(Y_j - Y_k)/(X_k - X_j).$$

Для вертикальных элементов $X_j - X_k = 0$, $P_{y1,j} = P_{y2,j} = 0$ и, если

$$X_x < X_j \leqslant X_\Phi, \text{ то } P_{x1,j} = P_{x2,j} = P_j (Y_j - Y_k) C_j/2.$$

Параметр C_j представляет собой аэродинамический коэффициент давления.

Для расчета на ЭВМ нагрузок взаимодействия с учетом набегания ударной волны на объект со взвешиванием узловых нагрузок разработаны внешние процедуры CILINDR, VOLNA, VEGA, в которых волновое давление может быть введено как для волн сжатия в грунте, так и для воздушных ударных волн, причем в последнем случае волновое давление в зоне j-того узла определяется как сумма статического давления в волне и от скоростного напора.

Для арочных и кольцевых сооружений функцию для давления на конструкцию согласно рис. 2.5 аппроксимируют на пяти временных интервалах (первый интервал существует при $t_1 > 0$, т.е. при $\alpha > 100°$). Для первых трех интервалов:

$$1)\ P = P_1 (t - X/D_\Phi)/t_1 \quad (t_1 > 0,\ X/D_\Phi < t \leqslant t_1 + X/D_\Phi);$$

$$2)\ P = P_1 + (P_2 - P_1)(t - t_1 - X/D_\Phi)/(t_2 - t_1) \quad (t_1 < t < X/D_\Phi \leqslant t_2);$$

$$3)\ P = P_2 + (P_3 - P_2)(t - t_2 - X/D_\Phi)/(t_3 - t_2) \quad (t_2 < t - X/D_\Phi \leqslant t_3).$$

Для четвертого и пятого интервалов используют формулы (2.3). Параметры P_i, t_i, $(i = 1, 2, 3)$ в этих формулах определяют по графику рис. 2.5, а давление P_3, соответствующее моменту времени $t^* = t_3 + X/D_\Phi$ перехода к фазе квазистационарного обтекания, — из выражения, соответствующего (1.32), (1.33),

$$P_3 = \Delta P_\Phi (1 - t^*/\tau_+) \exp(-at^*/\tau_+) + C_p P_{\text{скф}} (1 - t^*/\tau_{+\text{ск}})^2 \times \exp(-bt^*/\tau_{+\text{ск}}) \quad (t^* \leqslant \tau_+).$$

При $\tau_+ < t^* \leqslant \tau_{+\text{ск}}$ давление P_3 определяют по второму слагаемому этой формулы.

На рис. 2.13 приведен пример расчета на ЭВМ взаимодействия ударной волны с круговой аркой. Показаны эпюры давлений в различные моменты времени и изменения со временем горизонтальной W_x и вертикальной W_y смещающих сил в процессе обтекания (знак минус у W_y показывает, что сила направлена вниз).

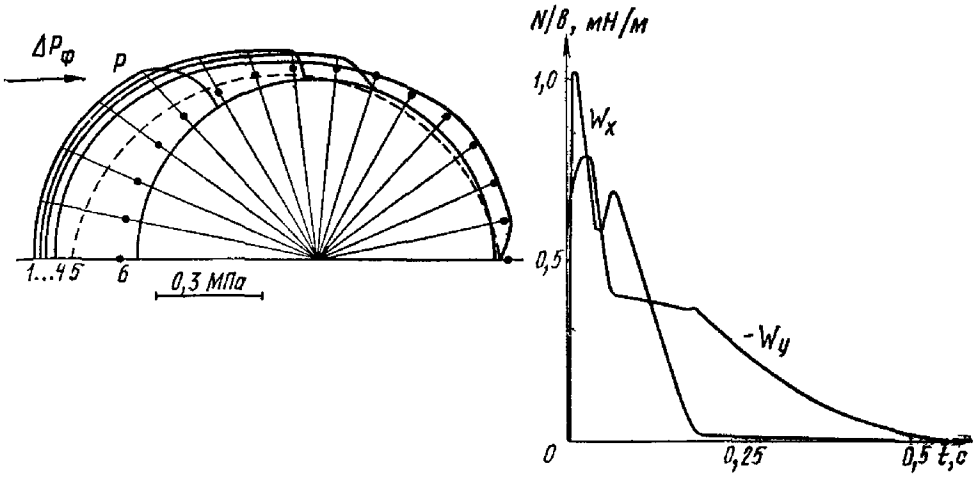


Рис. 2.13. Эпюры давлений P на круговую арку диаметром 10 м от взаимодействия с ударной волной $\Delta P_ф = 100$ кПа, $\tau_+ = 0{,}5$ с при $t = 5$, 10, 15, 35, 70 и 200 мс (линии *1—6*) и смещающие силы W_x, W_y по осям, отнесенные к единице ширины арки

2.4. Нагрузки на заглубленные сооружения от волн сжатия в грунте

На расстояниях от эпицентра взрыва, где превалируют нагрузки от воздушной ударной волны (режим *2* на рис. 1.2), заглубленные сооружения рассчитывают на действие волн сжатия в грунте (см. п. 1.3). На больших расстояниях (опережающий режим *5* на рис. 1.2) картина волнового нагружения становится столь сложной, что наиболее подходящей является статистическая трактовка нагрузки на основе представлений о нестационарном случайном процессе.

Определение нагрузок от волн сжатия выполняют расчетом взаимодействия с ними сооружений. Такие задачи являются многопараметрическими, так как нагрузки зависят от характеристик сооружения, геологии, свойств материалов объекта и грунтовой среды, параметров ударной волны. Для объективной оценки нагрузок на сооружение, его параметров движения и напряженно-деформированного состояния необходим полный расчет, учитывающий конкретные условия посадки сооружения и внешних воздействий. Такие методы, ориентированные на использование ЭВМ, рассмотрены ниже. С их помощью можно строить привычные для проектировщиков графики коэффициентов динамического взаимодействия к эквивалентным статическим нагруз-

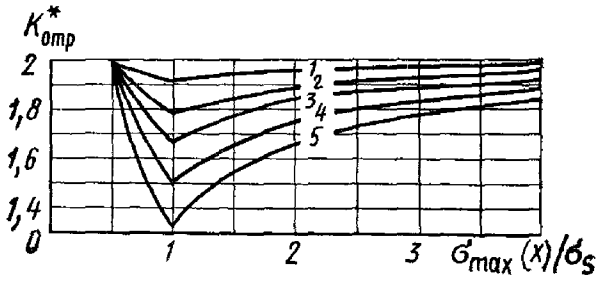


Рис. 2.14. Коэффициент отражения для волны сжатия в грунте

кам. Однако большое число параметров полной задачи затрудняет построение таких графиков, охватывающих необходимые диапазоны изменения всех парамертов. Поэтому обычно рассматривают изменение небольшого числа наиболее существенных для процесса величин, принимая остальные за константы.

Для приближенной оценки нагрузок от волн сжатия [62] грунт, как и в п. 1.3, считается упругопластической средой. Нагрузку на покрытие заглубленного сооружения (с некоторым запасом, связанным с неучетом смещений и деформаций сооружения) принимают по рис. 1.7 с заменой значения σ_{max} на давление $\sigma^*_{отр}$, соответствующее давлению отражения волны сжатия от неподвижной преграды на глубине слоя засыпки $X=H$. На рис. 2.14 приведен график зависимости коэффициентов отражения $K^*_{отр}=\sigma^*_{отр}/\sigma_{max}(X)$ от отношений $\sigma_{max}(X)/\sigma_S$ и скоростей волн $a_0/a_1=1{,}1$ (кривая 1); 1,3 (2); 1,5 (3); 2,0 (4); 3,0 (5). Давление σ_{max} определяют по формулам (1.46). На стены сооружения действуют напряжения, равные давлению в волне сжатия $\sigma(X, t,)$ согласно (1.45), умноженному на коэффициент бокового давления $K_б$, причем σ_{max} по формуле (1.46) берут для середины стены [62].

Более подробно приближенные методы определения нагрузок на заглубленные сооружения приведены в гл. 12, а уточненные мотоды комплексного расчета сооружений — в гл. 13.

2.5. Статистическое моделирование сейсмических нагрузок

Как упомянуто выше, некоторые типы нагрузок не могут рассматриваться как детерминистические и нуждаются в статистической трактовке. Сейсмовзрывные волны, распространяющиеся в грунтовом массиве и вза-

имодействующие с сооружениями, представляют собой нестационарный случайный процесс, образуемый семейством (ансамблем) реализацией с определенными статистическими свойствами, зависящими от мощности, условий взрыва, а также в значительной степени от геологических условий.

Реализации процесса могут заметно отличаться друг от друга, в связи с чем одиночный детерминистический расчет не дает объективного представления о прочности и надежности сооружения. Если при нормативных расчетах обычно ограничиваются детерминистическим расчетом на некоторые регламентированные воздействия, то в исследовательских целях перспективным является использование метода статистического моделирования (Монте-Карло) при генерировании на ЭВМ ансамбля реализаций со статистическими характеристиками, полученными специальной предварительной обработкой имеющихся записей — акселерограмм или спектров действия, отражающих колебания почвы в сейсмических волнах при ядерных взрывах [59—61]. Общая схема метода статистического моделирования в задачах случайных колебаний рассмотрена в [14], а методы моделирования случайных процессов в виде дискретных временных последовательностей с заданными вероятностными характеристиками — в [11].

При статистическом моделировании в целях контроля прочности сооружения выполняют его многократный динамический детерминистический расчет на действие реализаций ансамбля с обработкой данных по параметрам движения и напряженно-деформированного состояния элементов объекта. Далее проводят оценку показателей риска относительно сейсмического воздействия. Поскольку эти показатели должны быть малыми, статистическое моделирование применяют для оценки показателей условного риска, т. е. вероятности возникновения разрушений при заданном конкретном воздействии (частоте события выброса за пределы области допустимых состояний).

Вводят функцию риска $H(t)$ как дополнение функции безопасности $S(t)$ до единицы [8]

$$H(t) = 1 - S(t),$$

$$S(t) = P\{\nu(\tau) \in \Omega_S, \quad \tau \in [0, t]\},$$

где $S(t)$ — вероятность случайного события, которое заключается в том, что в интервале $[0; t]$ не возникнет условий, приводящих

к разрушению; ν — вектор типа вектора качества в теории надежности; Ω_S — область безопасности, включающая допустимую область по предельным состояниям.

Если $H(t)$ не очень малая величина, то при статистическом моделировании из N испытаний (расчетов) допустима оценка для $H(t)$ на отрезке $[0, t]$

$$\overset{\vee}{H}(t) = n(t)/N,$$

где $n(t)$ — число испытаний (расчетов), в которых прочностные или деформационные параметры объекта вышли за пределы допустимой области по предельным состояниям.

Предельно допустимое значение риска H_* назначают с учетом ответственности объекта, а также некоторой неопределенности исходной информации (свойства грунтов, геология). Изменчивостью характеристик объекта по сравнению с изменчивостью сейсмических нагрузок в большинстве случаев можно пренебречь.

Учитывая известную аналогию качественных и относительных количественных кинематических характеристик волновых процессов в мягких грунтах и горных породах при взрывах и землетрясениях [59], для оценки сейсмовзрывных волн можно использовать подходы, развиваемые для моделирования сейсмических волн от землетрясений. Заметим, что приведенные в [59] данные о различии параметров сейсмических волн от ядерных взрывов и землетрясений представляют интерес для распознавания и идентификации подземных ядерных взрывов.

Существуют различные методы генерирования на ЭВМ реализаций случайных процессов при ограниченности информации о характеристиках сейсмических колебаний почвы. Наибольшее распространение получила модель нестационарного случайного процесса В. В. Болотина [7, 8], основанная на представлении ускорений $Z^{\cdot\cdot}$ в форме

$$Z^{\cdot\cdot}(t \mid S) = \sum_{k=1}^{a} L_k(t|s)\,\varphi_k(t|s), \qquad (2.13)$$

где s — вектор, характеризующий (применительно к сейсмовзрывным волнам) параметры условий взрыва, расстояние до эпицентра, геологию; L_k — квазиогибающие, характеризующие медленное изменение амплитуд во времени на отрезке θ преобладающих периодов колебаний, и нулевые вне отрезка длительности θ; φ_k — стационарные случайные функции времени, характеризующие спектральный состав волнового процесса с нулевым математическим ожиданием $E[\varphi_k(t|s)] = 0$ и единичной дисперсией $D[\varphi_k(t|s)] = 1$.

Представление (2.13) позволяет учесть изменение со временем спектрального состава колебаний при $0<t<\theta$.

Одночленное приближение ($a=1$) для модели (2.13) соответствует допущению о пренебрежимости изменения спектрального состава. Такой подход применим для аппроксимации нестационарных случайных процессов, близких к стационарному (с медленно меняющейся дисперсией). В этом случае введением компонент q_i вектора s модель (2.13) представляет реализацию стационарного случайного процесса φ с фиксированным спектром, модулированного некоторой детерминированной квазиогибающей L:

$$Z^{\cdot\cdot}(t) = \eta L(q_1, q_2, \ldots, q_r, t)\,\varphi(q_{r+1}, q_{r+2}, \ldots, q_m, t), \quad (2.14)$$

где $q_1, q_2, \ldots, q_r$ — интегральные признаки процесса; $q_{r+1}, q_{r+2}, \ldots, q_m$ — параметры, характеризующие спектральный состав; η — единичная функция Хевисайда.

Метод статистического моделирования, основанный на представлении (2.14), позволяет получить нужное число реализаций путем умножения генерируемых стационарных случайных функций φ (со спектральными характеристиками, соответствующими имеющимся записям колебаний грунта) на детерминированную функцию L. Таким образом, формулу (2.14) используют при анализе, а затем при синтезе акселерограмм, причем анализ можно проводить с учетом гипотезы об эргодичности стационарного процесса, что позволяет усреднение по множеству реализаций заменить усреднением по времени единственной акселерограммы.

Движение грунта в сейсмовзрывных волнах — неодномерный процесс. Поэтому в общем случае следует учитывать возможность горизонтального, вертикального и углового движения сооружения и подачу на вход программы детерминистического расчета одновременно ряда компонент кинематического возмущения в виде соответствующих реализаций.

Для L часто используют аппроксимацию типа импульса Берлаге (C, A_0 — положительные постоянные)

$$L(t) = CA_0 t \exp(-Ct),$$

а для φ — представление в виде стационарного гауссового процесса со скрытой периодичностью с корреляционной функцией

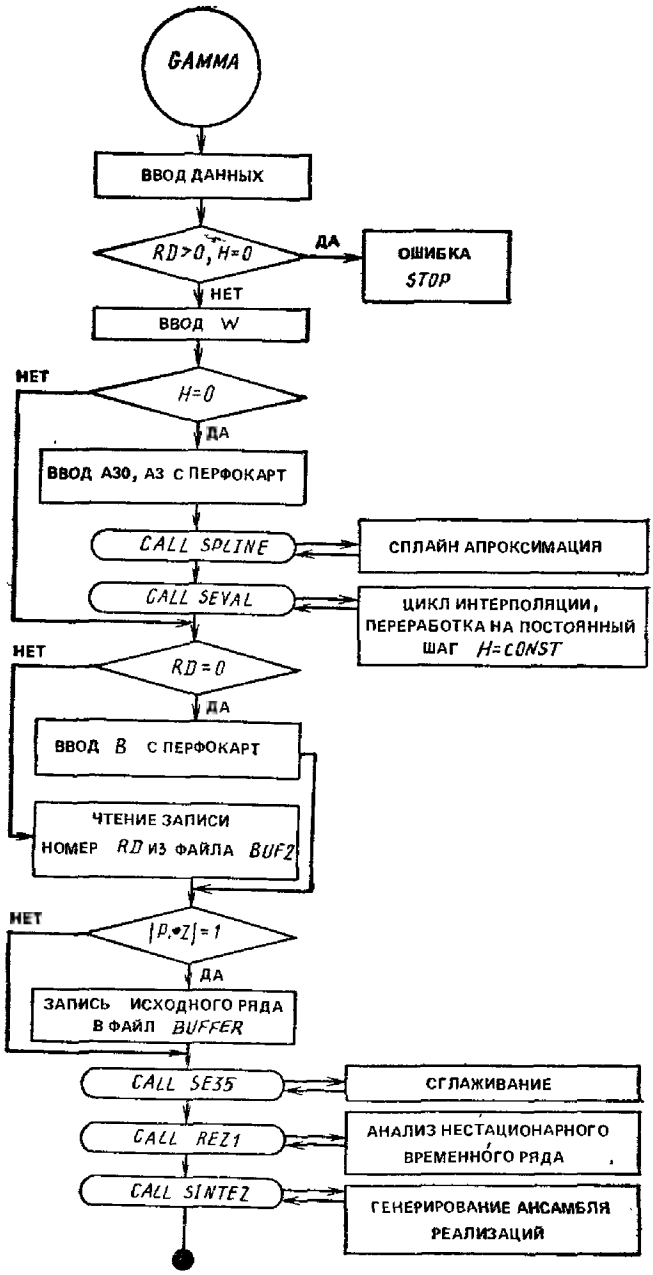


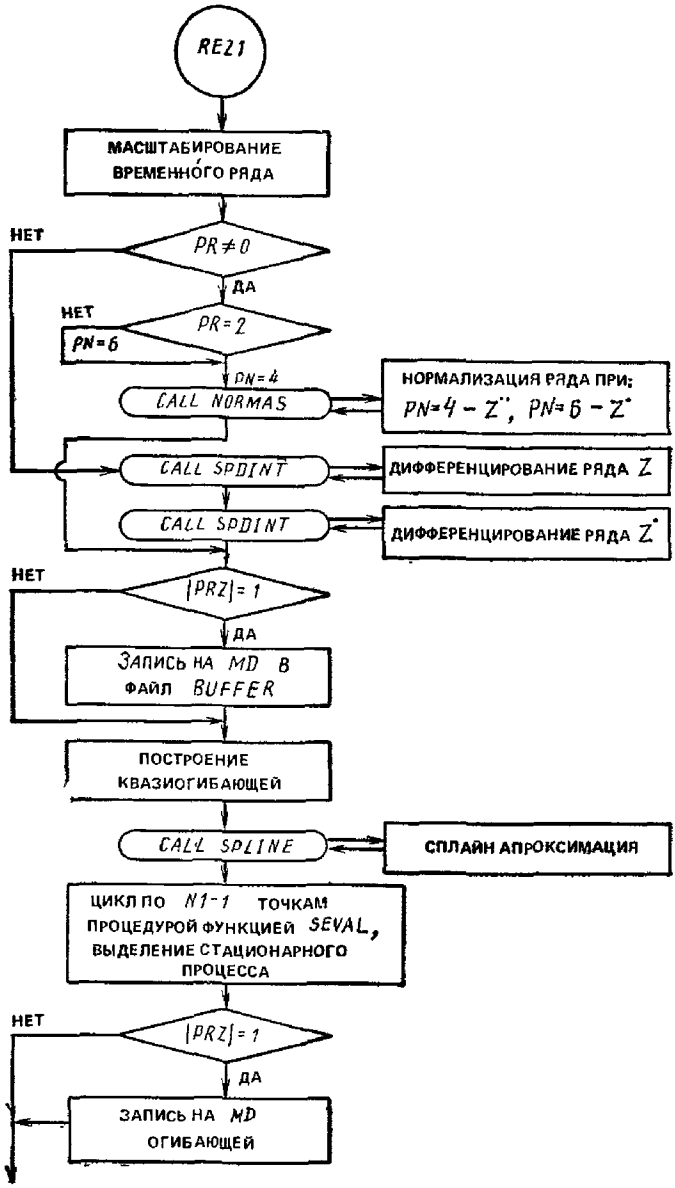
Рис. 2.15. Глобальная блок-схема вычислительного комплекса GAMMA

$$K(\tau) = \sigma_0^2 \exp\left(-\frac{\alpha}{\tau}\right)\left(\cos\theta_\alpha \tau + \frac{\alpha}{\theta_\alpha}\sin\theta_\alpha |\tau|\right)$$

и спектральной плотностью

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi}\sigma_0^2 \alpha\theta^2 / \left(\left(\omega^2 - \theta^2\right)^2 + 4\alpha^2\omega^2\right), \qquad \theta^2 = \theta_\alpha^2 + \alpha^2,$$

где $\theta > 0$ — характерная частота; $\alpha > 0$ — параметр корреляции (α^{-1} — характерное время корреляции); σ_0^2 — дисперсия.

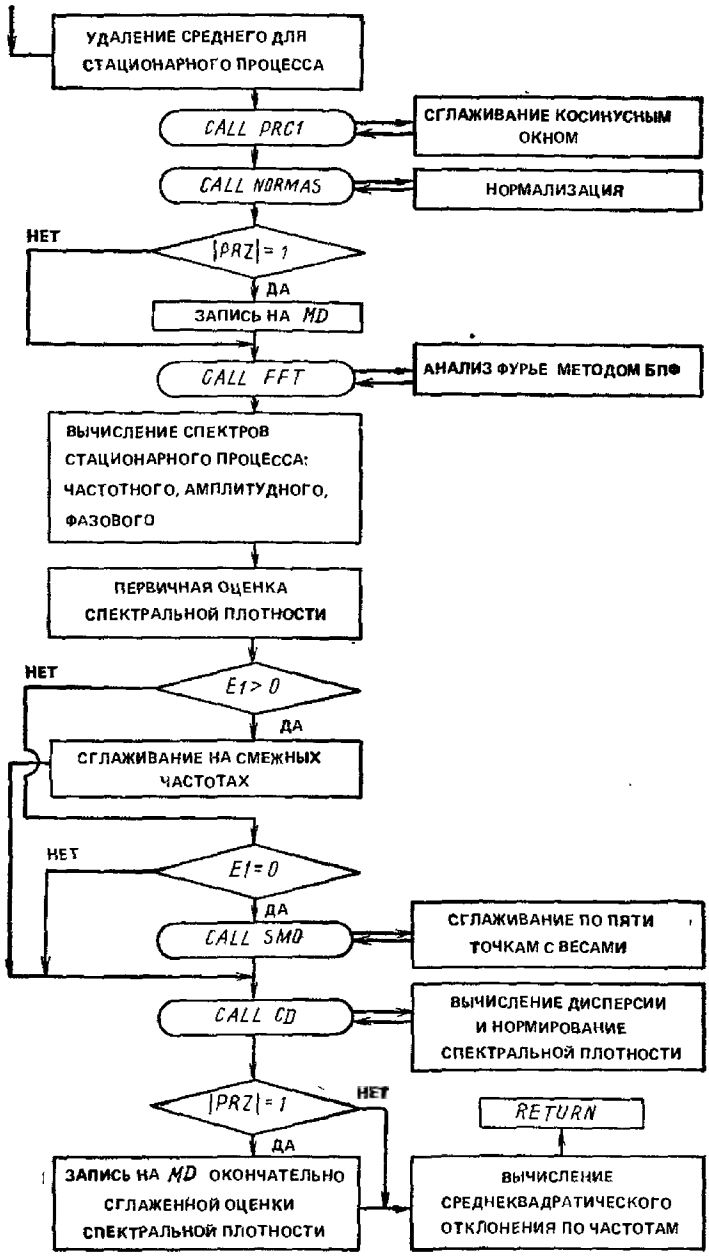


Этот процесс получается при пропускании белого шума через линейную систему второго порядка с постоянными параметрами.

Для аппроксимации φ можно использовать метод моделирования центрированных случайных процессов, основанный на их представлении в форме канонических разложений

$$\varphi = \sum_k V_k \varphi_k(t), \qquad (2.15)$$

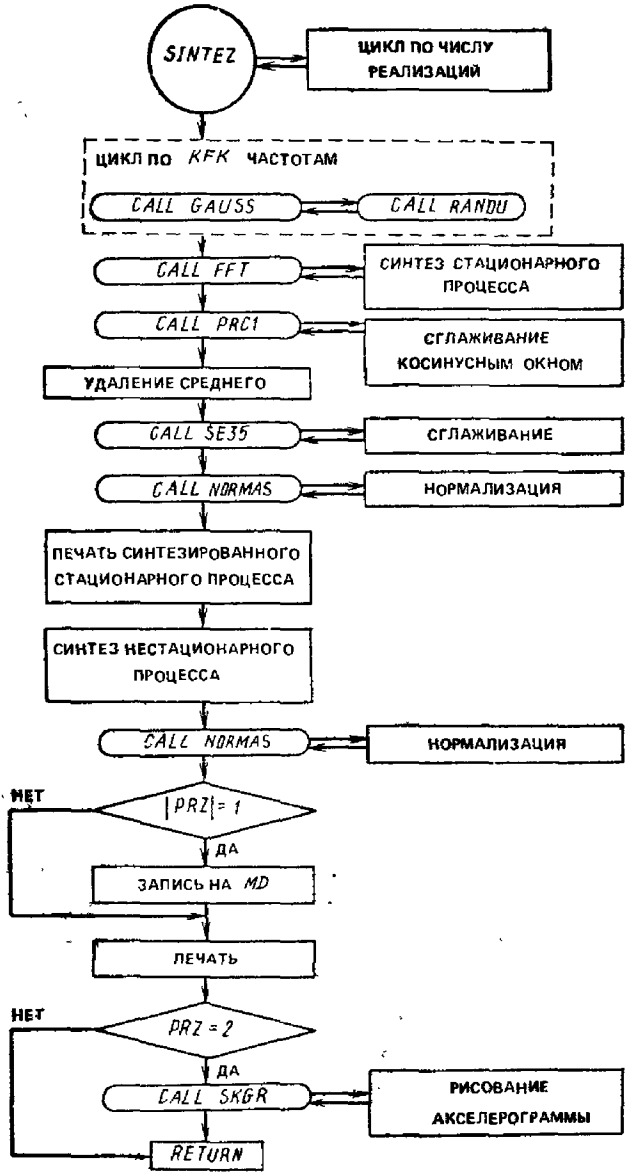
где V_k — некоррелированные случайные коэффициенты с параметра-



ми $(0, \sigma_к)$; $\varphi_к(t)$ — система иекоторых координатных функцнй; $\sigma_к^2$ — дисперснн коэффнцнентов.

Можно использовать и другие методы, например скользящего суммирования, генерирования белого шума и др. [11, 14].

Рассмотрим алгоритм вычислительного комплекса (программы) GAMMA[38—41], блок-схема которой при-



ведена на рис. 2.15. Алгоритм основан на представлении (2.14) в форме (q — нормирующий множитель)

$$Z^{\cdot\cdot}(t) = \eta q L_0(t)\,\varphi(t). \qquad (2.16)$$

Программа выполняет на ЭВМ дискретный анализ реальной записи, а затем генерирование реализаций случайного нестационарного процесса с использованием метода канонических разложений. Анализ стационарной части входного процесса (временного ряда) производится методом быстрого преобразования Фурье (БПФ) без ограничений на вид аппроксимирующей функции с ис-

пользованием сплайн-интерполяции. При генерировании реализаций используется синтез Фурье методом БПФ.

Погрaмма оверлейного типа состоит из трех программных секций, включающих 19 процедур. GAMMA — главная процедура — диспетчер. Вводит исходную информацию, производит предварительную обработку временного ряда, удаление трендов и сглаживание, по условию — запись исходного ряда на МД. Затем управление передается последовательно внешним процедурам — диспетчерам REZ1 и SINTEZ. Процедура REZ1 нормализует временной ряд, при необходимости выполняет дифференцирование или интегрирование на основе сплайн-аппроксимации; выделеляет квазиогибающую и стационарную часть процесса; передает управление процедурам, выполняющим анализ Фурье, сглаживание, вычисление оценок спектральной плотности, дисперсии, среднеквадратического отклонения по частотам; обеспечивает записи на МД. Процедура SINTEZ выполняет цикл по числу реализаций, синтезируя нестационарные процессы — акселерограммы.

Входная информация содержит несколько параметров и временно́й ряд B, который считывается с МД из банка данных или вводится с перфокарт. Задается число элементов временно́го ряда N_0, число целых участков для усреднения N_2, признак сглаживания исходного ряда методом наименьших квадратов *PRB*, число реализаций в ансамбле *PZOO*, признак сглаживания на смежных частотах *YS*, номер ансамбля *IXX*, признак записи рядов на магнитный диск *PRZ*, признак исходного временно́го ряда *PR* (0 — ряд представляет сейсмограмму Z, 1 — велосиграмму $Z^{\cdot}$, 2 — акселерограмму $Z^{\cdot\cdot}$), шаг квантования ряда *H*, масштабный коэффициент *KMS* [q в формуле (2.16)], величина остаточного смещения грунта *ZO* (используемая при балансировке исходного ряда), стандартная ошибка окончательно сглаженной оценки спектральной плотности E_1, вектор весовых коэффициентов W процедуры сглаживания *SMO* [51]. При задании $H>0$ вводится ряд B с постоянным шагом, при $RD\neq 0$ чтением с МД, а при $RD=0$ — с перфокарт. По признаку $H=0$ с перфокарт вводятся ряд аргументов АЗО и функции АЗ с последующим преобразованием на ряд с постоянным шагом с использованием сплайн-интерполяции.

Предварительная обработка исходного временно́го

ряда состоит в сглаживании, масштабировании, для $Z^{\cdot}$, Z-дифференцировании, а для $Z^{\cdot\cdot}$, $Z^{\cdot}$ также в балансировке при заданном значении ZO. Необходимость в сглаживании и балансировке исходного ряда возникает вследствие неточностей при оцифровке, а также систематических ошибок, вносимых аппаратурой при регистрации процессов (напирмер, «дрейфа нуля») и прочих случайных причин. Наличие погрешностей (трендов) приводит к заметному разбалансу интеграла возмущения по времени к некоторму моменту $t=t_*$ «успокоения» колебаний почвы.

Известны различные способы сглаживания и удаления трендов, среди которых отметим пременение цифровых фильтров и метода наименьших квадратов. В программе GAMMA сплайн-аппроксимация числовых рядов производится с помощью процедуры SPLINE [65], а сплайн-интерполяция — процедуры-функции SEVAL [65]. Сглаживание осуществляется локальным методом наименьших квадратов многочленом третьей степени по пяти точкам посредством процедуры SE35 из математического обеспечения ЕС ЭВМ на языке FORTRAN [51].

Балансировка рядов выполняется разработанной процедурой NORMAS при сплайн-аппроксимации функций. Если задан одномерный массив $Z^{\cdot\cdot}(t)$, то его балансировка требуется при наличии разбаланса скорости $Z^{\cdot}(t_*)$ к «концу» воздействия

$$\int_0^{t_*} Z^{\cdot\cdot}(t)\,dt = Z^{\cdot}(t_*) \equiv \delta_1 \neq 0$$

и (или) несоответствия разбаланса перемещения $Z(t_*)$ заданной величине Z_0. В этом случае исходный массив $Z^{\cdot\cdot}$ балансируется исключением низкочастотного тренда $\bar{\gamma}$ в форме кубического полинома

$$Z_{\text{н}}^{\cdot\cdot} = Z^{\cdot\cdot} - \bar{\gamma}, \qquad \bar{\gamma} = at + bt^2 + ct^3.$$

Коэффициенты полинома получают из условий $(\bar{\gamma}(0) = 0)$:

$$\bar{\gamma}(t_*) = 0; \qquad \delta_1 = \int_0^{t_*} \bar{\gamma}(t)\,dt;$$

$$\delta_2 = \int_0^{t_*} \left(\int_0^{t_*} Z^{\cdot\cdot}(t)\,dt\right) dt = Z_0 + \int_0^{t_*} \left(\int_0^{t_*} \bar{\gamma}(t)\,dt\right) dt;$$

$$a = 60t_*^{-3}\left(\delta_2 - Z_0 - \frac{2}{5}\delta_1 t_*\right);$$

$$b = 180t_*^{-4}\left(-\delta_2 + Z_0 + \frac{7}{15}\delta_1 t_*\right);$$

$$c = 120t_*^{-5}\left(\delta_2 - Z_0 - \frac{1}{2}\delta_1 t_*\right).$$

Если задана скорость $Z^{\cdot}(t)$, а к моменту $t=t_*$, в ко торый полагается $Z^{\cdot}(t_*)=0$, имеется разбаланс по пе ремещению δ_2

$$\int_0^{t_*} Z^{\cdot}(t)\,dt = \delta_2 \neq Z_0,$$

то табличная функция преобразуется к $Z_н^{\cdot}$

$$Z_н^{\cdot} = Z^{\cdot} - \bar{\gamma}_v, \qquad \bar{\gamma}_v = t^2(b+ct), \qquad b = -ct_* = 12(\delta_2 - Z_0)/t_*^{-3},$$

причем $\bar{\gamma}_v(0) = \bar{\gamma}_v^{\cdot}(0) = \bar{\gamma}_v(t_*) = 0$.

Данная процедура работает совместно с процедурой SPDINT (написанной В. М. Кожевниковым) для интегрирования и дифференцирования на основе сплайн-аппроксимации.

Для выделения квазиогибающей $L_0(t)$ ряд A, представляющий акселерограмму, разбивается на N_2 «целых» интервалов, на которых содержится N_N квантов H и, возможно, последнего «нецелого» интервала. На каждом j-том интервале производится усреднение по времени, т.е. определяется средний квадрат ускорения $\overline{a_j^2}$, и величины $\sqrt{\overline{a_j^2}}$ вместе с начальным значением $A(1)$ заносятся в массив огибающей L_0, элементы которого отнесены соответственно к центрам интервалов и началу ряда $t=0$. Производится сплайн-аппроксимация огибающей, а затем выделение стационарного случайного процесса φ делением элементов массива A на интерполированные значения огибающей. В результате имеем $\varphi(t)$ со средним квадратом $\overline{\varphi^2(t)}=1$ и спектральной плотностью $S(\omega)$, причем $\int_0^{\infty} S(\omega)\,d\omega = 1$.

При выборе N_2 длительность интервала должна быть велика по сравнению с характерным временем корреляции процесса $\varphi(t)$, но на интервале свойства процесса

не могут меняться существенно, и функция $\varphi(t)$ должна удовлетворять условиям стационарности [8]. Проверка на стационарность может быть проведена, например, по дисперсии с использованием критерия масштаба Кокрена [23]. Для всех N_2 интервалов (выборок объемом N_N) процесса φ вычисляют оценки дисперсии σ_i^{*2} и статистику $G=\sigma_{\max}^{*2}/\sum_{i=1}^{N_2}\sigma_i^{*2}$ которая сравнивается с критическим значением $Z_G(\nu, N_N, P_D)$, где $\nu=N_N-1$. Если $G<Z_G$, то с вероятностью P_D стационарность процесса считается установленной. Используется функция Z_G для $P_D=0{,}95$ в графической форме из [23].

Для получения первичной оценки спектральной плотности методом БПФ временно́й ряд на начальном временно́м интервале $T_0=H(N_0-1)$ сглаживается $^1/_{10}$-косинусным окном (умножением на α)

$$\alpha=\frac{1}{4}(1-\cos 10\pi t/T_0)^2 \quad (t/T_0\leqslant 0{,}1),$$

$$\alpha=1\,(0{,}1<t/T_0<0{,}9), \quad \alpha=\frac{1}{4}[1-\cos(10\pi t/T_0-8\pi)]^2$$

$$(t/T_0\geqslant 0{,}9).$$

Затем программа GAMMA выполняет вещественный гармонический анализ временно́го ряда φ_i. Дискретное прямое преобразование Фурье производится с помощью процедуры FFT (метод БПФ), имеющейся в математическом обеспечении ЕС ЭВМ на языке ПЛ/1 [22]. Числовой ряд должен при этом содержать 2^M элементов (M — целое число), а для хранения коэффициентов Фурье требуется 2^M+2 полей памяти. Вычисляется параметр M и из ряда φ_i формируется массив $A1$ с ближайшим к N_0+2 числом элементов $N_1+2=2^M+2\geqslant N_0+2$, причем добавленные сверх числа N_0 элементы заполняют нулями. Обращение к процедуре FFT содержит вектор $A1$, параметр M и признак ОРТ, определяющий характер операции. При ОПТ=0 выполняется вещественный анализ, 1 — комплексный анализ, 2 — вещественный синтез, 3 — комплексный синтез. В результате работы FFT (ОРТ=0) на место входного массива A1 помещаются коэффициенты Фурье X_j ($j=1, 2, 3, \ldots, N_1$)

$$1/2a_0,\ b_0=0,\ a_1, b_1, \ldots, a_{N-1}, b_{N-1},\ 1/2a_N,\ b_N=0 \quad (N=1/2N_1).$$

Фиксируется временной интервал $T=(N_1-1)H$ с уче-

том добавленных нулей, частотный интервал $\Delta\omega = 2\pi/T$, частота среза $\omega_c = \pi/H$, частотный спектр $\omega_к = K\Delta\omega$ ($K = 1, 2, \ldots, N = {}^1/_2 N_1$). Амплитудный частотный спектр $A_S(\omega_к)$ вычисляют через коэффициенты Фурье $A_S(\omega_1) = X_1$, $A_S(\omega_N) = X_{N_1}$,

$$A_S(\omega_к) = \frac{1}{2}\sqrt{X_j^2 + X_{j+1}^2} \quad (j = 2K - 1, \quad 1 \leqslant K < N).$$

Первичная оценка спектральной плотности $\tilde{S}(\omega_к)$ корректируется коэффициентом $\beta = {}^1/_{0{,}875}$, чтобы восстановить потерю дисперсии при косинусном сглаживании, $\tilde{S}(\omega_1) = \beta X_1^2/\Delta\omega$,

$$\tilde{S}_к = \tilde{S}(\omega_к) = 2\beta\,|A_S(\omega_к)|^2/\Delta\omega \quad (K > 1).$$

Окончательно сглаженная оценка спектральной плотности получается осреднением первичной оценки на l смежных частотах (E — нормированная ошибка)

$$\hat{S}_k = \left(\tilde{S}_k + \tilde{S}_{k+1} + \ldots + \tilde{S}_{k+M_1-1}\right)/M_1, \quad M_1 = E^{-2},$$

причем эффективная разрешающая способность оценки $B' = M_1\Delta\omega/(2\pi)$ [5]. Предусмотрен вариант получения окончательно сглаженной оценки $\hat{S}_K$ с помощью процедуры SMO [51]. При этом M_1 задается ($E = \sqrt{M_1^{-1}}$) и функция $\hat{S}_K$ вычисляется как скользящее арифметическое среднее с применением свертки вида

$$\hat{S}_k = \sum_{j=1}^{M_1} \tilde{S}_p W_j, \quad P = j + m - 1, \quad m = i + I_L + 1,$$

где W_j (при $M_1 = 5$) — биноминальные веса сглаживания ($^1/_{16}$, $^4/_{16}$, $^6/_{16}$, $^4/_{16}$, $^1/_{16}$), а индекс i меняется от I_L до $I_н$, причем

$$I_L = (M_1 - 1)/2 + 1, \qquad I_н = N_1 - (M_1 - 1)/2.$$

При таком сглаживании несколько сужается частотный спектр, а именно исключаются по две крайние частоты. Обращение к процедуре SMO содержит: A — входной вектор (временно́й ряд); W — вектор, представляющий веса; R — выходной вектор; N_1 — размерность векторов A и R; $L = 1$; $M1$ — размерность вектора W (нечетное число).

Для генерирования стационарного процесса используют частный случай канонического разложения (2.15), представляющий разложение на конечном интервале с

координатными функциями в виде синусов и косинусов (разложение случайного процесса в ряд Фурье)

$$\varphi(t_i) = U_0 + \sum_{k=1}^{N} (U_K \cos \omega_k t_i + V_k \sin \omega_k t_i), \qquad (2.17)$$

где U_0, U_K, V_K — некоррелированные гауссовы случайные величины с вероятностными характеристиками (среднее $<*>$ и дисперсия σ^2) $<U_0>=<U_K>=<V_K>=0$, $\sigma_0^2=\hat{S}_0\Delta\omega/2$, $\sigma_K^2=\hat{S}_K\Delta\omega$, N — учитываемое число частот ω_K в спектре.

Функция $\varphi(t_i)$ — периодическая, т. е. не является эргодической. С использованием параметров квазиогибающей и распределения дисперсий могут любое число раз генерироваться реализации нестационарного процесса. Для получения реализации φ используется синтез Фурье методом БПФ, что соответствует формуле (2.17) (процедура FFT, OPT=2). Генерирование гауссовых чисел производится с помощью датчиков — процедур GAUSS и RANDU [51]. Обращение к процедуре GAUSS содержит: *IX* — случайное равномерно распределенное целое число, поступающее на вход при каждом обращении (при первом обращении — целое нечетное число с девятью или меньшим числом цифр); *S* — среднеквадратическое отклонение σ_K; *AM* — среднее (*AM*=0); *V* — образованное гауссово число. Числа с равномерным распределением образует процедура RANDU, обращение к которой содержит: *IY* — случайное число, вырабатываемое для подачи на вход (*IX* = *IY*) при следующем обращении, *YFL* — образованное число, поступающее на вход процедуры GAUSS. По данным [65], датчик RANDU вырабатывает последовательность чисел с заметной корреляцией между тремя подряд идущими случайными числами, в связи с чем рекомендуется более совершенный датчик URAND. В программе GAMMA для устранения указанного недостатка используется каждое третье обращение к RANDU.

Нестационарная реализация образуется умножением φ на интерполированные значения огибающей L_0. Результаты каждого цикла генерирования после сглаживания и балансировки выдаются на печать и записываются на внешние носители (магнитный диск) для дальнейшего использования в методе Монте-Карло.

При генерировании очередного ансамбля реализаций указывается его номер *IXX*, причем на вход процедуры

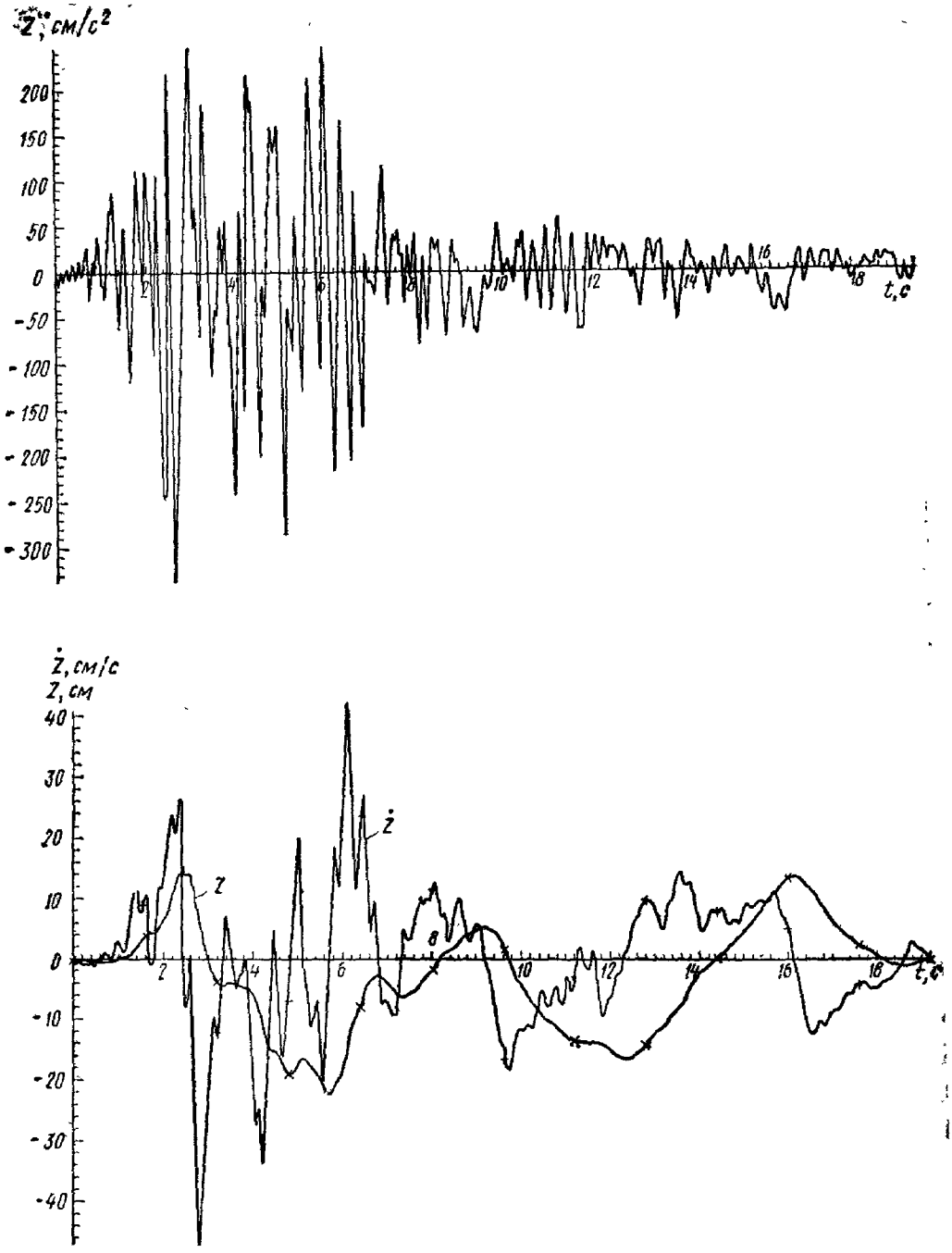


Рис. 2.16. Исходная функция, характеризующая изменение ускорения грунта во времени (акселерограмма) $\ddot{Z}(t)$, скорости $\dot{Z}(t)$ и перемещения $Z(t)$ грунта в сейсмической волне, полученные интегрированием исходной функции

GAUSS подается число $IX=2\cdot IXX+1$. При работе программы основная и промежуточная расчетная информация выдается на печать АЦПУ ЭВМ. Печатаются в форме таблиц реализации ансамбля с выдачей экст-

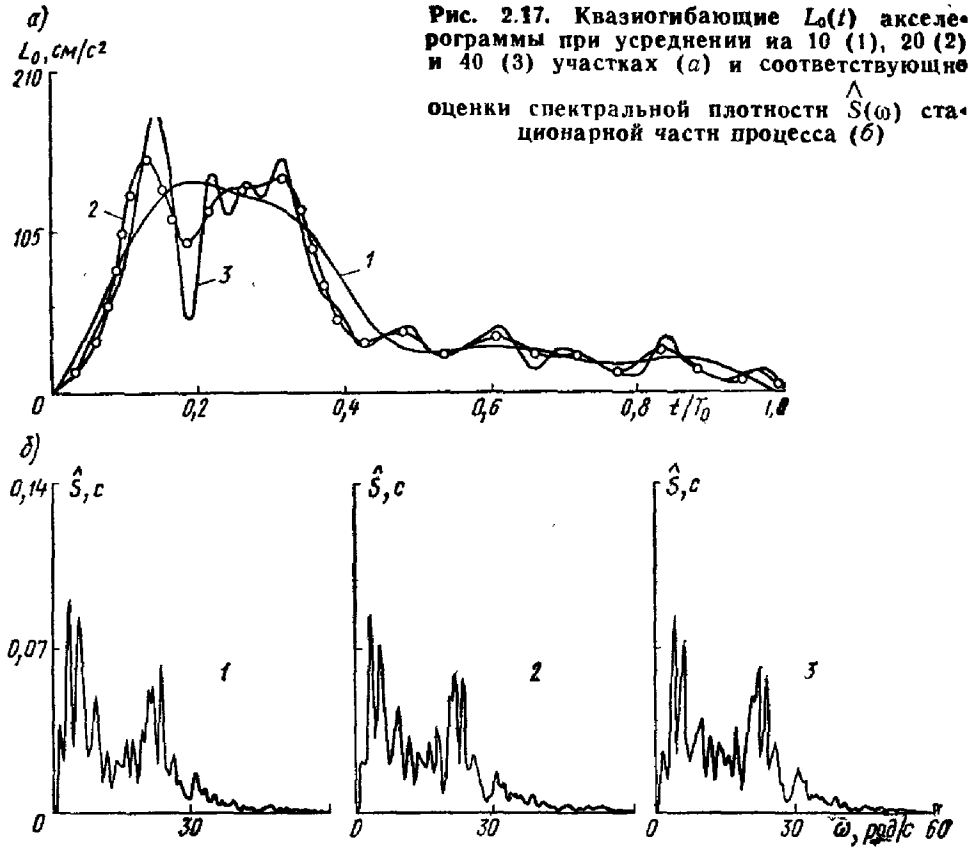


Рис. 2.17. Квазиогибающие $L_0(t)$ акселерограммы при усреднении на 10 (1), 20 (2) и 40 (3) участках (*а*) и соответствующие оценки спектральной плотности $\hat{S}(\omega)$ стационарной части процесса (*б*)

ремальных значений и производится их запись на МД. По признаку PRZ=2 осуществляется рисование акселерограмм на АЦПУ с помощью процедуры SKGR.

Исходный временно́й ряд и все вспомогательные и генерируемые массивы, записанные на магнитный диск, могут быть нарисованы графопостроителем. Для этого используют разработанную программу RIS1, вызывающую процедуру GRAF2 (написанную Л. А. Шамароковой), использующую комплект графических программ Графор [4].

Приводятся примеры, иллюстрирующие работу программы GAMMA. Использован временно́й ряд с $N_0=961$, $H=0{,}02$ с, полученный оцифровкой акселерограммы [69] (отброшено 190 и 20 точек соответственно в начале и конце таблицы, где возмущения несущественны) (рис. 2.16). Число участков для усреднения принято от 10 до 40. С уменьшением числа участков огибающая становится менее подробной и более гладкой, что влияет на спектральный состав стационарной части процесса. На

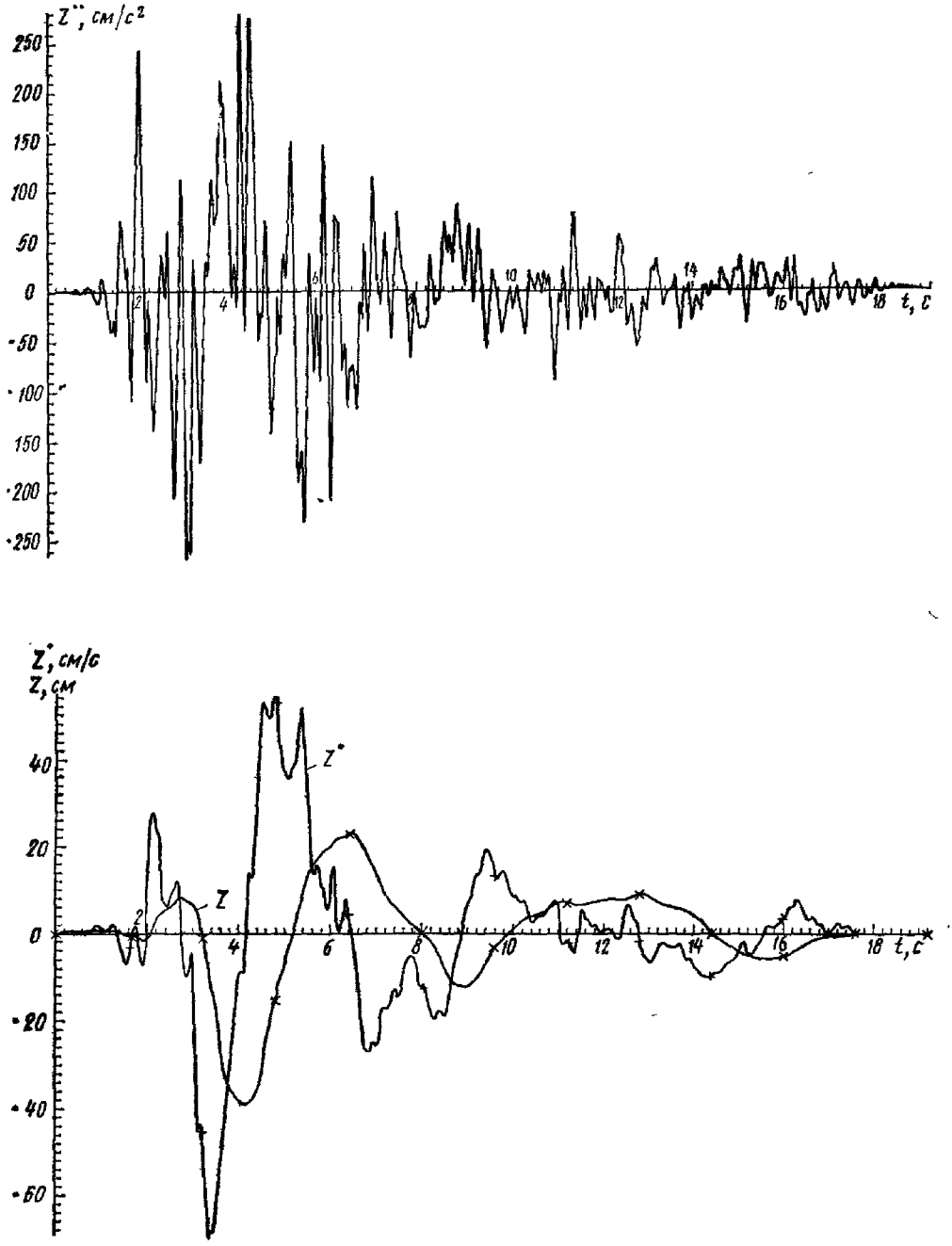


Рис. 2.18. Пример синтетической акселерограммы, генерированной программой GAMMA, соответствующих скоростей и перемещений, полученных интегрированием акселерограммы, при усреднении на 20 участках исходного ряда

рис. 2.17, *а* показаны огибающие, полученные при усреднении на различном числе участков, а на рис. 2.17, *б* — оценки спектральной плотности $\hat{S}_к$. Образцы реализаций

даны на рис. 2.18. Приведенная информация была записана на МД в процессе работы программы, а затем считана с диска и нарисована графопостроителем.

В табл. 2.2 приведены экстремальные значения ускорений, скоростей и перемещений реализаций (ансамбль № 1), а также ускорений стационарной части процесса, которые сравниваются с данными исходного ряда. Усреднение проведено на двадцати участках акселерограммы. Экстремальное значение квазиогибающей $\ddot{Z}_{max} = 154$ см/с^2 соответствует моменту времени $t = 2{,}4$ с.

Таблица 2.2. **Параметры ансамбля из пяти реализаций**

Параметр	Размерность	Реализация исходная	Реализации синтетические					
			1	2	3	4	5	среднее
$\ddot{Z}_{max}$	см/с^2	247	282	245	304	269	423	305
$-\ddot{Z}_{min}$	»	339	269	335	481	237	267	318
$\dot{Z}_{max}$	см/с	40,8	54,7	77,6	80,6	39,7	57,8	62,1
$-\dot{Z}_{min}$	»	47,3	69,3	55,6	110,7	39,0	68,4	68,6
Z_{max}	см	14,5	23,4	16,7	15,1	18,1	9,15	16,5
$-Z_{min}$	»	22,6	39,2	79,1	135,6	30,2	60,1	68,8
Стационарная часть процесса								
φ_{max}	—	2,10	2,37	2,43	2,43	2,61	3,16	2,60
$-\varphi_{min}$	—	2,37	2,78	2,47	3,59	3,22	3,00	3,01
Средний квадрат	—	0,82	0,76	0,70	1,11	0,74	0,86	0,83

Более подробное описание программы GAMMA и примеры ее использования при статистическом моделировании объектов при сейсмических нагрузках даны в [38—40].

2.6. Расчет на ЭВМ параметров воздушных ударных волн

Для расчета на ЭВМ параметров ударных волн точечного взрыва для трех видов симметрии разработана программа EFIR [46], реализующая табличную инфор-

мацию [32, 33]. Таблицы [32] соответствуют автомодельным функциям для сильного точечного взрыва и функциям для линеаризованной задачи о взрыве с учетом противодавления. Автомодельные функции относятся к начальным моментам времени, когда давление $\Delta P_ф$ значительно превышает давление P_0. Функции для линеаризованной задачи относятся к более поздним моментам времени, когда, например, для $\gamma=1{,}4$ (воздух) давление $\Delta P_ф > 8$. Таблицы [33] для неавтомодельных функций относятся к поздней стадии взрыва, когда давление $\Delta P_ф$ может падать до акустического уровня.

С помощью программы EFIR можно рассчитать параметры ударных волн в одноатомных ($\gamma=5/3$), двухатомных ($\gamma=1{,}4$) газах, плазме ($\gamma=2$ и 3) и в продуктах детонации ВВ ($\gamma=3$). Программа позволяет определить:

1) распределение параметров ударной волны в фиксированные моменты времени по координате;

2) изменение со временем параметров ударной волны в заданной точке пространства;

3) изменение со временем параметров ударной волны в фиксированной частице среды.

Решение может быть проведено для одной задачи или серии задач как в безразмерной, так и размерной форме. Для получения решения в размерном виде задают давление $\Delta P_ф$, теплоту взрыва Q_v и массу заряда $M_з$, определяющие энергию взрыва $W=Q_v M_з$. Параметры ударной волны по координате r вычисляются в точках r_j на отрезке $0<r<R$, разделенном на несколько интервалов, причем каждый из них делится точками r_j с равным на интервале шагом. На печать выдаются параметры с различной степенью подробности на интервалах.

Изменение параметров ударной волны во времени можно вычислить для ряда K1 точек пространства и K2 частиц среды. Эти точки и частицы фиксируются давлениями $\Delta P_ф$ в моменты прихода в них фронта волны. При расчетах, в которых перекрываются большие интервалы времени, происходит сшивание решений, использующих автомодельные и неавтомодельные таблицы. Примеры использования программы даны в [46].

2.7. Инерционные нагрузки

При ускоренном движении объектов под действием ударно-волновых нагрузок в их конструктивных элементах возникают значительные силы инерции, вызванные как деформациями элементов, так и смещениями их опор. Эти дополнительные силы инерции от смещений опор следует учитывать наряду с активными нагрузками, приложенными к поверхностям элементов. Для определения инерционных составляющих нагрузки необходимо изучить параметры движения (изменения со временем вектора ускорения) объекта в целом, например, в результате деформаций (податливости) оснований под фундаментами сооружений. Особенно сильно инерционные эффекты проявляются в заглубленных сооружениях, взаимодействующих с грунтовой средой, а также в незакрепленных объектах, расположенных на поверхности грунта. При действии активных нагрузок на поверхности объектов инерционные эффекты от смещения опор приводят к снижению расчетных (деформирующих элементы объекта) нагрузок. Движение сооружений, вызванное сейсмовзрывными волнами, смещения опор междуэтажных перекрытий, стен и других внутренних элементов часто называют кинематическим нагружением.

Инерционные нагрузки на элементы сооружений, взаимодействующих с грунтом, естественным образом могут быть включены в формулировку задачи о сквозном расчете системы сооружение — грунт на основе уравнений волновой динамики сплошных сред. В такой постановке задачи динамического расчета заглубленных сооружений могут формулироваться в одномерном [43] и неодномерном [45] приближении с учетом достаточно реалистичных моделей грунтовых сред [44].

Параметры движения и инерционные нагрузки в объектах, расположенных на поверхности грунта, определяют при схематизации объекта твердым телом. Формулировка и решение данной задачи для объектов, имеющих плоскость материальной симметрии, в которой действуют силы от ударной волны (2.4) — (2.6) и реакции односторонних связей, по схеме твердого тела с переменным числом степеней свободы даны в [37], где рассмотрены методы оценки устойчивости наземных объектов к сдвигу и опрокидыванию. На рис. 2.19 в плоскости μ_0—r показаны области различных состояний объекта (по фор-

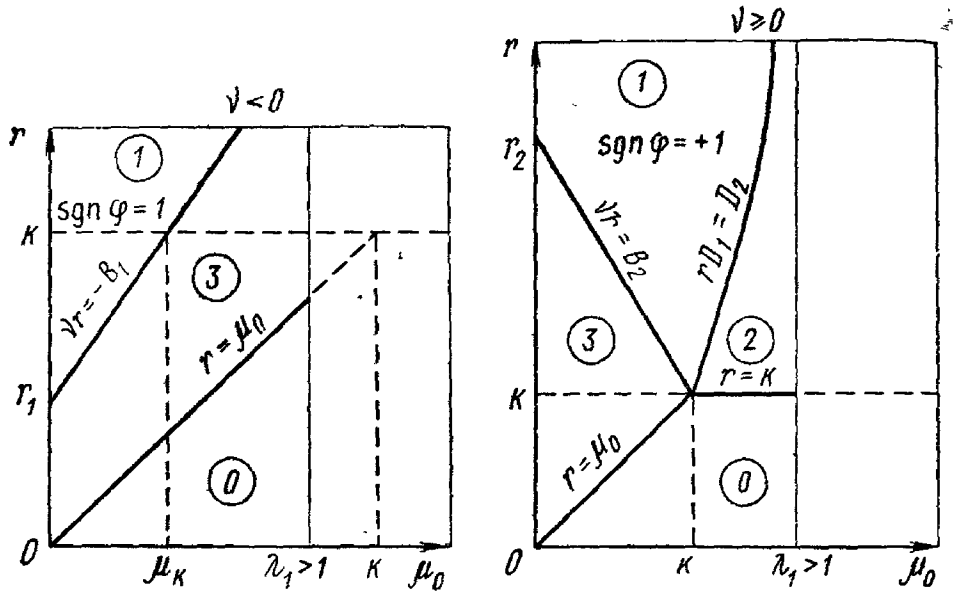


Рис. 2.19. Схема к анализу устойчивости наземных объектов к сдвигу и опрокидыванию от действия ударной волны

ме, близкого к параллелепипеду) в начале воздействия ударной волны [μ_0 — коэффициент трения опоры сооружения о грунт, $r = W_m/(mg)$, где W_m берут по (2.5); m — масса объекта; g — ускорение свободного падения]. Область <0> соответствует несмещаемости объекта; <1> — возникновению скольжения с вращением; <2> — вращению без проскальзывания; <3> — скольжению по грунту. Границы областей определяются параметрами K, ν, β, причем K фиксирует область неподвижности и является показателем склонности объекта к реализации определенной формы движения. С ростом K область неподвижности расширяется, а склонность к потере устойчивости уменьшается. Граница $\mu_0 = \lambda_1$ для начальных значений параметров перекрывает величину $\mu_0 = 1$. При $\nu < 0$ и $\alpha < \pi/4$ имеем $K > 1$. Значения параметров определяются формулами (см. также рис. 2.6):

$$K = \operatorname{ctg}\alpha/(\nu+1), \quad \nu = h/(Z\sin\alpha), \quad \beta = mZ^2/I;$$

$$\lambda_1 = 2(1+\beta\cos^2\alpha)/(\beta\sin 2\alpha), \quad \alpha_0 = (\lambda_1 - \nu\operatorname{tg}\alpha)/(\nu+1);$$

$$h = M_m/W_m, \quad B_1 = \mu_0 + \operatorname{ctg}\alpha, \quad B_2 = B_1 - 2\mu_0;$$

$$D_1 = 1 + \beta\left[1 - (\nu+1)\left(\sin^2\alpha + \frac{1}{2}\mu_0\sin 2\alpha\right)\right];$$

$$D_2 = \mu_0(1+\beta\sin^2\alpha) - \frac{1}{2}\beta\sin\alpha,$$

где I — центральный момент инерции массы объекта; h — эксцентриситет силы W_m относительно центра массы (точка 0 на рис. 2.6).

Полный анализ устойчивости можно выполнить на ЭВМ по разработанной программе INERCIA [37, 46].

Глава 3. ТРЕБОВАНИЯ К УБЕЖИЩАМ И ВЫБОР ИХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

3.1. Требования к убежищам и их классификация

Убежища ГО предназначены для защиты людей от оружия массового поражения — взрыва ядерного боеприпаса, а также от действия отравляющих веществ и бактериальных средств. Эти сооружения должны также обеспечивать защиту от так называемых вторичных факторов, обусловленных действием ударной волны и светового излучения ядерного взрыва. К вторичным относятся факторы: воздействие обломков разрушающихся зданий, взрывы сжиженных газов и нефтепродуктов при разрушении технологических емкостей и резервуаров, интенсивные пожары и т. п. При проектировании и расчете убежищ основополагающими являются воздушная ударная волна, волна сжатия в грунте и ионизирующие излучения ядерного взрыва.

Ниже сформулированы основные требования, предъявляемые к убежищам гражданской обороны. Ограждающие конструкции убежищ должны быть прочными и обеспечивать ослабление ионизирующих и других излучений до допустимого уровня. Ограждающие конструкции должны также обеспечивать защиту от прогрева при пожарах и удовлетворять требованиям теплотехнического расчета в условиях эксплуатации убежищ в мирное и военное время. Убежища следует размещать в максимальной близости от мест пребывания людей. Местоположение убежищ связано с их вместимостью и зависит от плотности заселения рассматриваемой территории, этажности зданий и других факторов.

Быстрое и своевременное заполнение убежищ обеспечивается при оборудовании их входами, имеющими необходимую пропускную способность. На случай возможного разрушения входов или их завала обломками наземных зданий убежища необходимо оборудовать аварийным выходом, обеспечивающим самостоятельный

выход людей из убежища. При определении общей пропускной способности входов следует учитывать технологические входы, предназначенные для прохода людей и проезда транспорта в условиях эксплуатации убежищ в мирное время. Для убежищ ГО (кроме убежищ, возводимых в особый период) важным требованием является их использование в мирное время для нужд народного хозяйства страны. Это требование влияет на выбор объемно-планировочных и конструктивных решений сооружений. Если для целей, которые решает убежище, рациональны помещения незначительных размеров, то для нормальной эксплуатации помещений в мирное время, как правило, эти размеры в проекте необходимо увеличивать.

Сложной задачей является перевод в короткие сроки помещений, используемых в мирное время, на режим работы убежища. Прежде всего это относится к освобождению площади помещений от технологического оборудования, машин, материалов и максимального использования площади для размещения укрываемых.

Длительное пребывание укрываемых в убежище выдвигает требование жизнеобеспечения людей. Для этого убежище оснащают системой внутреннего оборудования, поддерживающей допустимые санитарно-гигиенические условия. В комплекс оборудования убежищ должны входить элементы, обеспечивающие противоатомную, противохимическую и противобактериальную защиту. Надежность защиты от указанных средств поражения обеспечивается необходимой герметичностью ограждающих конструкций с созданием требуемого подпора воздуха внутри помещений убежища.

Убежища ГО классифицируются по параметрам, зависящим от времени и условий возведения сооружений, степени защиты, вместимости, вертикальной посадки, размещения в условиях городской застройки и т. д. (рис. 3.1). Параметром, наиболее существенно влияющим на объемно-планировочные и конструктивные решения убежищ, является время возведения защитных сооружений. По времени возведения убежища подразделяются на заблаговременно возведенные и возводимые в особый период, как правило, в короткие сроки. Убежища, возведенные заблаговременно, характеризуются значительными пролетами несущих конструкций и высотой помещений, исходя из требований технологии предприятий, раз-

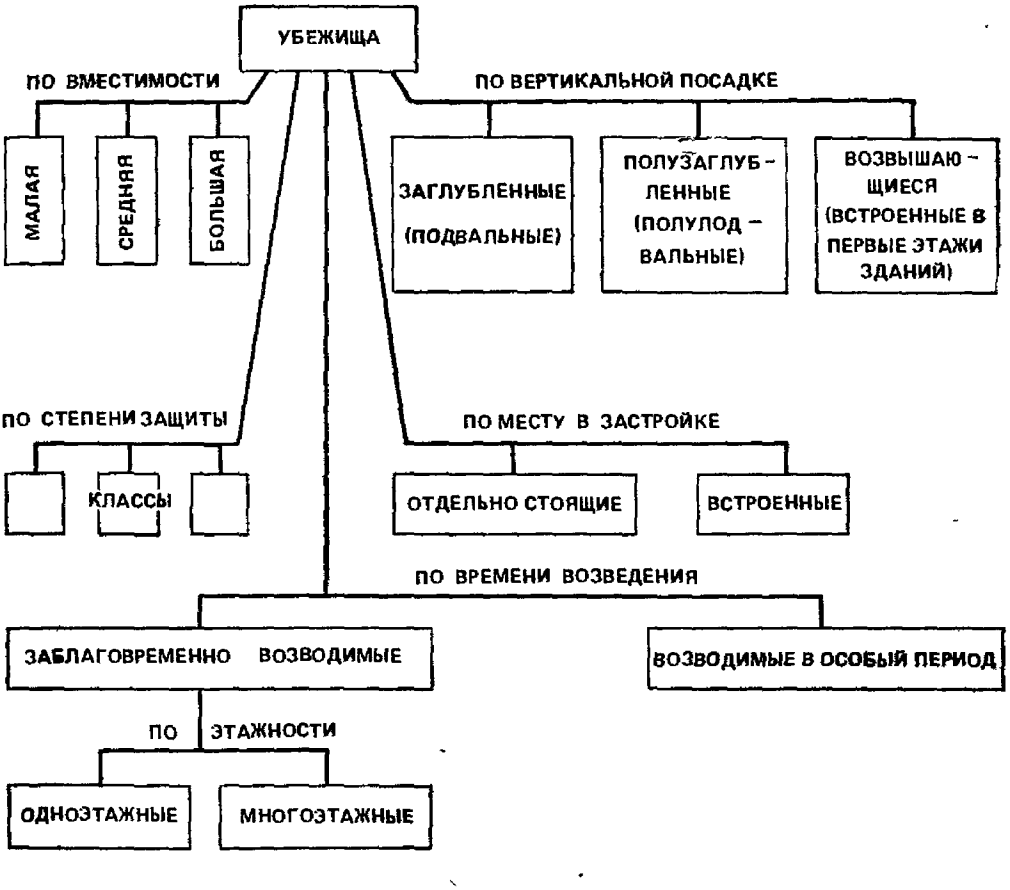


Рис. 3.1. Классификация убежищ гражданской обороны

мещаемых в убежищах в условиях мирного времени. Сооружения возводят из сборного, сборно-монолитного и монолитного железобетона. Допустимо применение каменной (кирпичной) кладки. Убежища, возводимые в особый период и короткие сроки, имеют меньшие пролеты и высоту помещений. Они меньше по площади (вместимости) и проще по своим планировочно-конструктивным решениям. Это объясняется тем, что к указанным сооружениям не предъявляются требования по обязательному их использованию в мирное время. Характерным для быстровозводимых убежищ является применение в ограждающих и несущих конструкциях подручных материалов и изделий из сборного железобетона, а также дерева, металла и т. д.

По месту расположения в застройке убежища подразделяются на отдельно стоящие и встроенные. Отдельно стоящие убежища возводят на свободных от застройки участках. Встроенные убежища устраивают в под-

вальных, полуподвальных (цокольных) и первых этажах зданий. К встроенным относятся убежища, возводимые внутри одноэтажных производственных зданий и не связанных с его ограждающими и несущими конструкциями.

По вертикальной посадке отдельно стоящие убежища бывают заглубленными, полузаглубленными и возвышающимися.

В настоящей классификации и далее не рассмотрены защитные сооружения, расположенные на значительной глубине, (сооружения подземного типа — тоннели метрополитена глубокого заложения, горные выработки и т. д.).

В заглубленных убежищах отметка покрытия сооружения находится на уровне или несколько ниже планировочной отметки земли. В полузаглубленных — отметка уровня пола сооружения должна быть не менее чем на 1,5 м ниже планировочной отметки земли. Возвышающимися следует считать убежища, у которых отметка уровня пола колеблется от 0 до —1,5 м от уровня планировочной отметки земли. Заглубленные убежища покрывают грунтовой засыпкой слоем толщиной не более 1 м. Полузаглубленные и возвышающиеся отдельно стоящие убежища также имеют грунтовую засыпку покрытия и стен.

Наиболее целесообразно строительство заглубленных убежищ, так как в них в наибольшей степени снижены динамические нагрузки на стены. При высоком уровне грунтовых вод, выходе близко к поверхности земли скальных пород, наличии коммуникаций на небольшой глубине и т. д. более экономичным (а для водонасыщенных грунтов и более надежным) может оказаться строительство полузаглубленных или возвышающихся убежищ. Заглубленные и полузаглубленные убежища, возводимые в короткие сроки, обязательно должны иметь грунтовую обсыпку покрытия и стен. Подвальные, полуподвальные убежища и убежища, расположенные в первых этажах зданий, по характеру вертикальной посадки и расчетным характеристикам в основном аналогичны соответственно заглубленным, полузаглубленным и возвышающимся отдельно стоящим убежищам. Разновидностью подвальных убежищ, возводимых заблаговременно, являются убежища, размещенные под техническими подпольями, в жилых зданиях.

Под встроенными убежищами, возводимыми в корот-

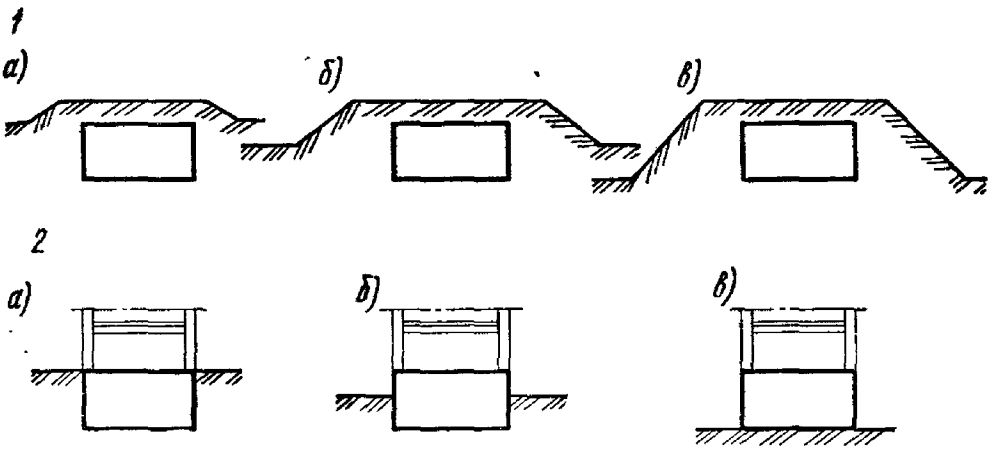


Рис. 3.2. Схема вертикальной посадки убежищ

1 — отдельно стоящее убежище: *а* — заглубленное; *б* — полузаглубленное; *в* — возвышающееся; *2* — встроенное убежище; *а* — подвальное; *б* — полуподвальное; *в* — в первом этаже здания

кие сроки, понимаются существующие подвальные помещения, приспосабливаемые под защитные сооружения. В перечень работ по приспособлению подвалов входят в основном мероприятия по повышению несущей способности ограждающих и несущих конструкций, устройству входов и аварийного выхода. Встроенные убежища могут располагаться под всем зданием или только под его частью (рис. 3.2).

По вместимости (числу укрываемых людей) убежища подразделяются на малые, средние и большие. Убежища малой вместимости, возводимые заблаговременно, укрывают до 150 чел., средней — 150—600 чел. и большой — более 600 чел. Убежища малой вместимости, возводимые в особый период, рассчитаны на 40—60 чел., средней — 60—100 чел. и большой — более 100 чел.

По защитным свойствам убежища подразделяются на классы в зависимости от расчетной величины давления ΔP_{Φ} ударной волны ЯВ. К убежищам каждого класса предъявляются соответствующие требования по ослаблению радиационного воздействия, а также по защите от взрывов обычных боеприпасов (снарядов, авиабомб) расчетных калибров.

3.2. Общие положения применения вероятностных методов

Для решения задач проектирования убежищ требуется ряд данных: степень защиты (класс) убежища, его вместимость, число входов, коэффициент защиты от ионизирующих излучений, длительность непрерывного пребывания укрываемых в убежищах и т. д. Нормы проектирования позволяют установить значения этих данных, которые будем называть характеристиками убежищ. Рассмотрим методы, положенные в основу разработки таких требований норм проектирования.

Воздействия на конструкции убежищ и условия, в которых могут оказаться укрываемые, носят ярко выраженный случайный характер. Например, в силу того что невозможно установить заблаговременно координаты эпицентров взрыва ЯБ, не представляется возможным определить достоверно, какое давление $\Delta P_ф$ будет действовать в районе расположения защитного сооружения. Это давление с разной вероятностью может принимать значения от небольших величин до десятков и даже сотен МПа. Поэтому в отличие от объектов, рассчитываемых на нагрузки мирного времени, практически невозможно возвести убежища весьма высокой степени надежности. Отсюда возникает необходимость применения методов, позволяющих определить целесообразную степень защиты убежища, т. е. расчетное значение давления $\Delta P_ф$ в районе его расположения.

Поскольку практически невозможно обеспечить абсолютную защиту укрываемых в убежищах, при любой их прочности всегда будет существовать некоторая вероятность поражения укрываемых, вызванного разрушением конструктивных элементов убежища. Вероятность поражения может служить одним из главных критериев оценки эффективности убежищ. При определении величины этого критерия необходимо учитывать, что на разрушения однотипных конструктивных элементов влияет разброс прочности материалов, отклонения от номинальных размеров и различие условий изготовления.

На рис. 3.3 показаны графики изменения вероятности наступления различной степени разрушения железобетонных балок от действия ударной волны в зависимости от отношения $X=\Delta P_ф/\Delta P_р$, где $\Delta P_р$ — расчетное давление по СНиП II-11-77. Графики даны для слабых, сред-

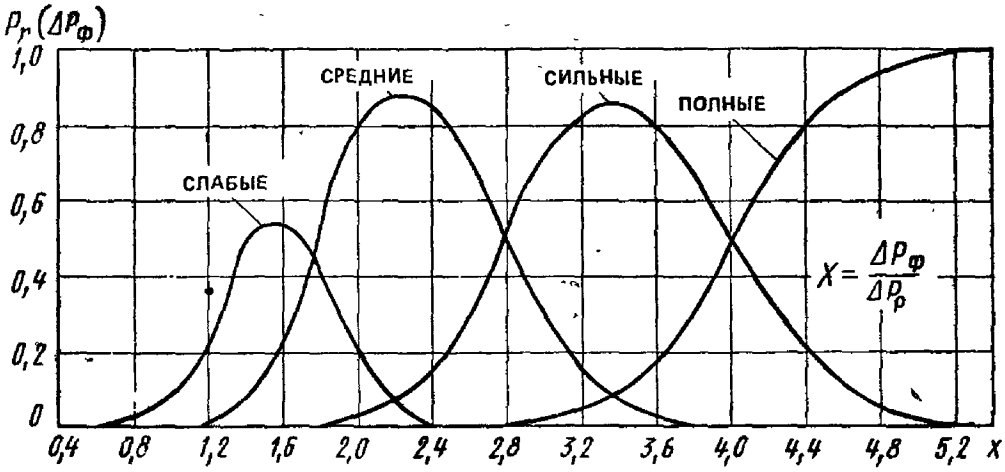


Рис. 3.3. Параметрические законы разрушения железобетонных балок

них, сильных и полных степеней разрушений на основе (выполненной В. И. Ларионовым) статистической обработки результатов испытаний более 500 балок. Принимались следующие характеристики степеней разрушения:

слабые разрушения — в растянутой зоне бетона появляются трещины, которые не нарушают герметичности убежища;

средние разрушения — начинает разрушаться сжатая зона бетона, появляются трещины, которые могут нарушить герметичность убежища, несущая способность конструкции сохраняется;

сильные разрушения — образуются сквозные трещины с частичным проникание через них грунта в сооружение, конструкции теряют первоначальную несущую способность, но не обрушиваются;

полные разрушения — конструкции полностью утрачивают свою несущую способность, обрушиваются.

Из рис. 3.3 видно, что при $X=1$ вероятность разрушений не менее средней степени практически равна нулю, а вероятность слабых разрушений равна примерно $P=0{,}1$. При воздействии давления, в два раза превышающего расчетное ($X=2$), вероятность наступления различной степени разрушения будет составлять: слабой $P=0{,}19$; средней $P=0{,}8$; сильной $P=0{,}01$ и полной $P=0$. Значительный разброс прочности обусловлен различными условиями опирания конструкций.

Для того чтобы определить вероятность поражения укрываемых в убежище от давления ΔP_Φ (эта зависи-

мость называется параметрическим законом поражения), необходимо иметь вероятности различной степени разрушения конструктивных элементов, а также вероятность поражения укрываемых при достижении конкретной степени разрушения.

Приближенные методы определения потерь основываются на представлении о том, что до наступления предельного состояния конструкции вероятность поражения укрываемых в убежище равна нулю, а работа конструкции за предельным состоянием приводит к вероятности поражения, равной единице. Обычно для изгибаемых железобетонных конструкций в качестве предельного принимают такое состояние, при котором начинает разрушаться сжатая зона бетона, а растянутая арматура работает в пластической стадии, что соответствует примерно средней степени разрушения.

Основываясь на указанном выше упрощенном представлении зависимости вероятности поражения укрываемых от состояния конструкции и принимая в качестве предельного состояния среднюю ступень разрушения конструкции, получим с учетом рис. 3.3 в качестве параметрического закона поражения укрываемых функцию вероятности наступления не менее средней степени разрушения от величины действующего давления (рис. 3.4).

В реальных условиях каждому состоянию конструктивного элемента будет соответствовать своя вероятность поражения укрываемых, а при наступлении средней степени разрушения какого-либо элемента вероятность поражения людей в убежище будет меньше единицы. Недостаточная общность графика обусловлена однотипностью использованных в опытах изгибаемых элементов. Убежище состоит из различных конструктивных элементов: покрытия, стен, колонн, входов. Разрушение каждого элемента влечет за собой различную вероятность поражения укрываемых. Возникает задача уточнения параметрического закона поражения укрываемых с учетом возможности разрушения каждого конструктивного элемента.

Представляется целесообразным использовать существующий подход к расчету убежищ для определения размеров сечений конструктивных элементов, исходя из требования недостижения предельного состояния от расчетной нагрузки, соответствующей принятой степени защиты убежищ.

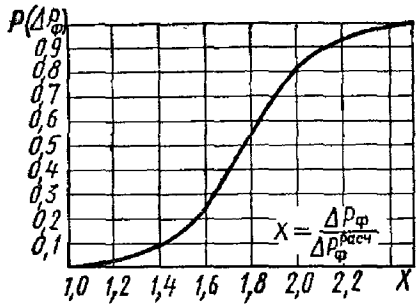


Рис. 3.4. Приближенный параметрический закон наступления общих потерь среди укрываемых

Нормативные требования к степени защиты убежищ следует разрабатывать на основе специальных критериев, учитывающих изменение величины потерь среди укрываемых и стоимости убежищ в зависимости от степени защиты. Определение степени защиты является составной частью общего расчета убежища, от которой в наибольшей мере зависит надежность защиты укрываемых.

Надежность защиты зависит также от вместимости убежища и пропускной способности его входов. Так, если к моменту ядерного взрыва убежище будет заполнено не до конца, а защитные двери в убежище будут открыты, то с высокой вероятностью будут поражены неуспевшие войти и уже вошедшие в убежище люди. Поэтому важным является требование по обеспечению своевременного заполнения убежищ и закрыванию дверей.

В процессе заполнения убежищ в условиях крайнего лимита времени и большой опасности каждый будет стремиться как можно быстрее попасть в убежище, в результате чего при входе может возникнуть давка, резко сокращающая пропускную способность входов и приводящая к «пробкам». Это может вызвать человеческие жертвы до поражения ядерным взрывом и сокращение числа людей, вошедших в убежище. В связи с этим возникает задача определения расчетом интенсивности подхода людей к убежищу и там, где максимальное значение этой величины A_m будет превышать суммарную пропускную способность входов, необходимо предусмотреть мероприятия по уменьшению величины A_m.

Время, которым могут располагать укрываемые для заполнения убежищ (время упреждения), измеряется с момента подачи сигнала воздушной тревоги до момента прихода воздушной ударной волны и является слу-

чайной величиной. Время упреждения можно принимать с разной вероятностью от нуля до 30 мин. Поэтому за счет несвоевременного заполнения убежищ и закрывания защитных дверей всегда будет существовать вероятность поражения людей в процессе заполнения убежищ. Задача состоит в том, чтобы как можно больше снизить эту вероятность.

Чем меньше вместимость убежища и чем больше суммарная пропускная способность его входов, тем меньше будет время заполнения убежища и соответственно вероятность поражения укрываемых в процессе заполнения убежищ. В связи с этим встает задача определения оптимального сочетания значений указанных характеристик. Необходимо также выявление целесообразных значений других характеристик убежищ, влияющих на надежность защиты: коэффициента защиты от ионизирующих излучений и расчетной длительности непрерывного пребывания укрываемых в убежищах.

3.3. Критерии для определения рациональных значений основных характеристик убежищ

Рациональные характеристики убежищ определяются на основе оценки их эффективности, сопоставлением значений специальных критериев (показателей эффективности). Как правило, при определении рациональных решений применяют несколько критериев. Каждый критерий должен количественно выражать существенный эффект от применяемого решения. Основным критерием при определении рациональных значений характеристик убежищ является снижение потерь среди населения за счет их применения.

Другим критерием служит стоимость убежищ в расчете на одного укрываемого.

Решение задачи оптимизации характеристик убежищ ГО возможно на основе компромисса этих критериев с использованием так называемых «дисциплинирующих условий», смысл которых состоит в требовании рационального расходования имеющихся ресурсов.

Возможны различные варианты решения поставленной задачи. Например, в качестве дисциплинирующего условия можно применить величину допустимых потерь. В этом случае характеристики убежищ определяют на

основе минимизации стоимости убежищ в расчете на одного укрываемого.

Можно задать общую стоимость убежищ (дисциплинирующее условие). Тогда определяются характеристики убежищ, соответствующие минимуму потерь среди укрываемых при заданной стоимости убежищ.

Однако эти решения практически не приемлемы, так как установить величину допустимых потерь или общую сумму денежных средств для строительства убежищ невозможно.

В качестве дисциплинирующего условия целесообразно поставить требование: обеспечить наиболее эффективное расходование денежных средств на каждом этапе строительства убежищ ГО.

Сделаем некоторые пояснения.

Возведение в городе убежищ потребует значительного времени и соответствующих денежных средств, которые будут расходоваться постепенно. Средства, выделяемые на определенном этапе строительства, можно расходовать по-разному. Возьмем два крайних случая: в одном случае возводят убежища с предельно высокими требованиями к их характеристикам, в другом с очень низкими требованиями. В первом случае убежища будут дорогими и поэтому их будет сравнительно мало. Среди укрываемых в таких убежищах потери будут небольшие, но общие потери среди укрываемых и части населения, не обеспеченной убежищами, будут большими. Во втором случае будет построено сравнительно много убежищ, но вследствие их несовершенства потери среди укрываемых будут большие, что повлечет за собой увеличение общих потерь среди населения.

Следовательно, существуют оптимальные значения характеристик убежищ, при которых денежные средства будут расходоваться наиболее эффективно, т. е. будет обеспечен минимум общих потерь среди населения.

Рассмотрим зависимость общих потерь среди населения города от изменения характеристик убежищ. Количественное выражение потерь среди населения будем оценивать математическим ожиданием потерь $M(N)$. Для определения этой величины разделим весь город на n частей, в пределах которых можно принимать условия поражения людей одинаковыми. При строительстве убежищ только на промышленных предприятиях в качестве частей города примем эти предприятия.

Математическое ожидание потерь $M(N)$ среди населения с N числом людей от воздействия поражающих факторов ядерного взрыва определяют по формуле

$$M(N) = \sum_{i=1}^{n} [P_{yi} N_{yi} + P_{0i} (N_i - N_{yi})], \qquad (3.$$

где N_i — число людей в i-той части города; N_{yi} — число людей, обеспеченных убежищами, в i-той части города; P_{0i} — вероятность поражения незащищенных людей; P_{yi} — вероятность поражения людей, обеспеченных убежищами.

Предположим, что выделенные для возведения убежищ на каком-либо этапе строительства денежные средства распределяют между районами города так, что сохраняется условие пропорциональности числа защищенных людей в каждой части города числу людей, находящихся в этой части, т. е.

$$N_{yi} = N_y N_i / N, \qquad (3.2$$

где N_{yi} — общая вместимость убежищ в i-той части города, построенных на рассматриваемом этапе; N_y — общая вместимость убежищ в городе на рассматриваемом этапе.

С учетом (3.2) выражение (3.1) примет вид

$$M(N) = \sum_{i=1}^{n} N_i \left[\frac{N_y}{N} (P_{yi} - P_{0i}) + P_{0i} \right]. \qquad (3.3)$$

Общее количество средств для строительства убежищ в городе на рассматриваемом этапе

$$D = \sum_{i=1}^{n} D_i = \sum_{i=1}^{n} S_i N_{yi} = \frac{N_y}{N} \sum_{i=1}^{n} S_i N_i, \qquad (3.4)$$

где D_i — количество средств для строительства убежищ в i-той части города на том же этапе; S_i — стоимость убежищ в i-той части города в расчете на одного укрываемого.

Из равенства (3.4) получим

$$N_y = DN / \sum_{i=1}^{n} S_i N_i. \qquad (3.5)$$

Подставив это выражение в формулу (3.3), получим:

$$M(N) = \sum_{i=1}^{n} P_{0i} N_i - D\eta_1, \quad \eta_1 = \eta; \qquad (3.6)$$

$$\eta = \sum_{i=1}^{n} N_i (P_{0i} - P_{yi}) / \sum_{i=1}^{n} S_i N_i. \qquad (3.7)$$

Из (3.6) следует, что минимуму $M(N)$ соответствует максимум величины η или минимум обратной величины η_2

$$\eta_2 = \eta^{-1}. \tag{3.8}$$

В качестве критериев (показателей) эффективности расходования денежных средств на строительство убежищ можно применять величины η_1 или η_2, не зависящие от размеров выделяемых средств, если они не превышают суммы, необходимой для полного обеспечения населения города убежищами с оптимальными характеристиками. Смысл критерия η_2 сводится к стоимости убежищ, отнесенной к одному сохранившемуся человеку за счет укрытия людей в убежищах.

Если части города выбрать таким образом, что число проживающих людей в каждой части будет одинаковым, то в этом случае критерии (3.7) и (3.8) приобретают вид

$$\eta_3 = (P_{0i} - P_{yi})/S_i; \tag{3.9}$$

$$\eta_4 = S/(P_{0i} - P_{yi}). \tag{3.10}$$

К такому же виду приводятся критерии, если денежные средства на строительство убежищ выделяются для каждой части города пропорционально числу людей, проживающих в этой части города.

В большинстве случаев по ряду соображений некоторые характеристики убежищ (например, степень защиты) целесообразно назначать одинаковыми в пределах промышленной и жилой зоны города в отдельности.

Значения рациональных характеристик убежищ (степени защиты, вместимости, пропускной способности входов, длительности пребывания укрываемых, коэффициента ослабления радиоактивного излучения, нормы площади убежища в расчете на одного укрываемого и т. д.) определяются с помощью одного из критериев (3.6)—(3.10) из системы уравнений:

$$\frac{\partial \eta}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial \eta}{\partial x_2} = 0; \ldots; \quad \frac{\partial \eta}{\partial x_i} = 0; \quad \frac{\partial \eta}{\partial x_m} = 0, \tag{3.11}$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_m$ — значения характеристик убежища.

На практике для определения оптимальной степени защиты используют соотношение

$$\partial \eta / \partial \lambda = 0, \tag{3.12}$$

где λ — степень защиты убежищ.

При этом другие характеристики целесообразно принимать по их примерно средним величинам.

Оптимальные значения других характеристик можно приближенно оценить с помощью уравнения

$$\Delta_\lambda P/\Delta_\lambda S = \Delta_{x_i} P/\Delta_{x_i} S, \qquad (3.13)$$

где $\Delta_\lambda P$ и $\Delta_\lambda S$ — приращение вероятности поражения укрываемых и стоимости убежищ в расчете на одного укрываемого при незначительном изменении степени защиты относительно оптимального значения; $\Delta_{x_i} P$ и $\Delta_{x_i} S$ — приращение вероятности поражения укрываемых и стоимости убежища в расчете на одного укрываемого при незначительном изменении i-той характеристики убежищ относительно заданного значения.

Приращение $\Delta_\lambda S$, $\Delta_\lambda P$, $\Delta_{x_i} S$, $\Delta_{x_i} P$ можно получить из равенств:

$$\Delta_\lambda S \approx \frac{\partial S}{\partial \lambda}\Delta\lambda; \quad \Delta_\lambda P \approx \frac{\partial P}{\partial \lambda}\Delta\lambda;$$

$$\Delta_{x_i} S \approx \frac{\partial S}{\partial x_i}\Delta_{x_i}; \quad \Delta_{x_i} P \approx \frac{\partial P}{\partial x_i}\Delta_{x_i}.$$

Следовательно, отношения $\Delta_\lambda S/\Delta_\lambda P$ и $\Delta_{x_i} S/\Delta_{x_i} P$ можно представить как отношения частных производных

$$\frac{\Delta_\lambda S}{\Delta_\lambda P} \approx \frac{\dfrac{\partial S}{\partial_\lambda}}{\dfrac{\partial P}{\partial_\lambda}}; \quad \frac{\Delta_{x_i} S}{\Delta_{x_i} P} \frac{\dfrac{\partial S}{\partial x_i}}{\dfrac{\partial P}{\partial x_i}}. \qquad (3.14)$$

Уравнение (3.13) выражает требование равной эффективности использования денежных средств, предназначенных для изменения каждой характеристики.

Графическое изображение величин $\Delta_\lambda P$; $\Delta_\lambda S$, $\Delta_{x_i} P$, $\Delta_{x_i} S$ показано на рис. 3.5.

Для выявления оптимального значения какой-либо характеристики сначала следует найти величину $\Delta_\lambda S/\Delta_\lambda P$, затем, последовательно изменяя значение x_i, определить $\Delta_{x_i} S/\Delta_{x_i} P$ и сравнить ее с величиной $\Delta_\lambda S/\Delta_\lambda P$. Значение характеристики, при котором будет соблюдаться условие (3.13), следует считать оптимальным.

Критерий целесообразности оборудования убежищ различными устройствами и дополнительными элемен-

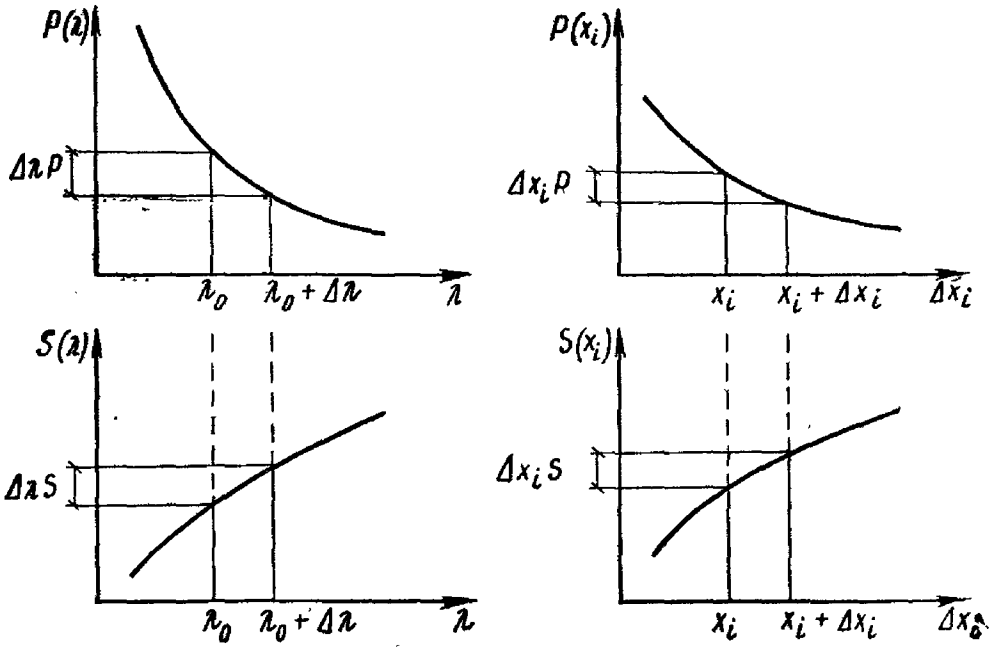


Рис. 3.5. Построения, иллюстрирующие порядок определения оптимального значения характеристики x_i

тами (шлюзами, автоматическими дверями и т. п.) может быть представлен в виде

$$\Delta_\lambda P/\Delta_\lambda S \leqslant \Delta_j P/\Delta_j S, \qquad (3.15)$$

где $\Delta_j P$ и $\Delta_j S$ — приращение вероятности поражения укрываемых и стоимости убежища в расчете на одного укрываемого в результате оборудования убежища j-тым устройством.

3.4. Определение потерь среди укрываемых и обеспеченных убежищами людей

При ядерном взрыве на людей вне убежища будут действовать световое излучение, ударная волна, летящие обломки разрушенных зданий и проникающая радиация. Укрываемые в убежищах могут получить поражения от разрушения конструктивных элементов и воздействия проникающей радиации.

Разница в вероятностях поражения среди укрываемых в убежищах и обеспеченных убежищами людей обусловлена тем, что в силу случайного характера времени упреждения убежища могут быть не полностью заполнены людьми к моменту подхода к ним ударной волны.

Вероятность поражения за счет неполного заполне-

ния убежища к моменту воздействия воздушной ударной волны и несвоевременного закрывания защитных дверей назовем вероятностью поражения в процессе заполнения. Рассмотрим связь между вероятностью поражения среди обеспеченных убежищами людей, вероятностью поражения среди укрываемых и вероятностью поражения в процессе заполнения, зависящую от наличия в убежище шлюзов или автоматических дверей.

Примем за начало отсчета времени $t=0$ момент подачи сигнала об опасности ядерного нападения. Момент взрыва обозначим через $t_в$.

Рассмотрим вариант, когда убежище не имеет ни шлюзов, ни автоматических дверей, а защитные двери закрываются при $t = t_з$ после полного заполнения убежищ, причем $t_в < t_з$.

Математическое ожидание потерь среди людей, которых предполагается укрыть в данном убежище, определится из выражения

$$M_t(N) = P_0[W - F(t)] + P_{0у} F(t), \tag{3.16}$$

где W — вместимость убежища; $F(t)$ — число людей, зашедших в убежище на момент времени $t_в$; P_0 — вероятность поражения людей, находящихся вне убежищ; $P_{0у}$ — вероятность поражения людей, находящихся в убежище с незакрытыми дверями.

При $t_в \geqslant t_з$ будем иметь

$$M_t(W) = P_{zr} W, \tag{3.17}$$

где P_{zr} — вероятность поражения людей, находящихся в убежище с закрытыми дверями.

Математическое ожидание потерь с учетом возможности нанесения ядерного удара в различные моменты времени

$$M(W) = P_0 \int_0^{t_з} [W - F(t)]\,\varphi(t)\,dt + P_{0у} \int_0^{t_з} F(t)\,\varphi(t)\,dt + \\ + P_{zr} \int_{t_з}^{t_к} W\varphi(t)\,dt, \tag{3.18}$$

где $\varphi(t)$ — плотность распределения времени упреждения.

Вероятность поражения обеспеченных убежищами людей P можно получить как частное $M(W)/W$

$$P = P_0 \int_0^{t_з} \varphi(t)\,dt - (P_0 - P_{0у}) \int_0^{t_в} F(t)\,W^{-1}\varphi(t)\,dt +$$

$$+ P_{zr} \int_{t_з}^{t_к} \varphi(t)\, dt. \qquad (3.19)$$

Первые два слагаемых в формуле (3.18) определяют математическое ожидание потерь в процессе заполнения. В соответствии с этим формула для определения вероятности поражения в процессе заполнения будет иметь вид

$$P_W = P_0 \int_0^{t_з} \varphi(t)\, dt - (P_0 - P_{0y}) \int_0^{t_з} F(t)\, W^{-1} \varphi(t)\, dt. \qquad (3.20)$$

С учетом выражения (3.20) формулу (3.19) можно представить в виде

$$P = P_W + P_{zr} \int_{t_з}^{t_к} \varphi(t)\, dt. \qquad (3.21)$$

В ряде случаев допустимо принимать $P_0 = P_{0y} = 1$. Тогда формулы для определения величин P и P_W упрощаются. Вероятность поражения при заполнении определится из выражения

$$P_W = \int_0^{t_з} \varphi(t)\, dt. \qquad (3.22)$$

Принимая во внимание равенство

$$\int_{t_з}^{t_к} \varphi(t)\, dt = 1 - \int_0^{t_з} \varphi(t)\, dt, \qquad (3.23)$$

величину P можно в этих случаях определить по формуле

$$P = P_{zr} + P_W - P_{zr} P_W \qquad (3.24)$$

или

$$P = 1 - (1 - P_{zr})(1 - P_W). \qquad (3.25)$$

Из (3.24) и (3.25) следует, что при $P_0 = P_{0y} = 1$ поражение при заполнении и поражение людей, находящихся в убежище с закрытыми дверями, можно рассматривать как независимые события.

Если убежище оборудовано шлюзами или автоматическими дверями, математическое ожидание числа пораженных людей будет определяться из выражения

$$M(W) = P_0 \int_0^{t_к} [W - F(t)]\, \varphi(t)\, dt + P_{zr} \int_0^{t_к} F(t)\, \varphi(t)\, dt, \qquad (3.26)$$

откуда получаем

$$P = P_0 \int_0^{t_к} [1 - F(t) W^{-1}] \varphi(t)\, dt + P_{zr} \int_0^{t_к} F(t) W^{-1} \varphi(t)\, dt. \quad (3.27)$$

Первое слагаемое в этой формуле представляет собой вероятность поражения при заполнении убежищ, т. е.

$$P_W = P_0 \int_0^{t_к} [1 - F(t) W^{-1}] \varphi(t)\, dt. \quad (3.28)$$

Учитывая, что $\int_0^{t_к} \varphi(t)\, dt = 1$, формулу (3.28) можно представить в виде

$$P_W = P_0 - P_0 \int_0^{t_к} F(t) W^{-1} \varphi(t)\, dt. \quad (3.29)$$

Преобразования выражения (3.27) с учетом (3.29) приводят к следующей зависимости:

$$P = P_W + P_{zr} - P_{zr} P_W / P_0. \quad (3.30)$$

При $P_0 = 1$ выражение (3.30) принимает вид формулы (3.25).

Радиус поражения проникающей радиацией укрываемых в убежищах заглубленных или обвалованных обычно бывает существенно меньше радиуса поражения ударной волной, поэтому можно считать, что дополнительного поражения укрываемых проникающей радиацией в таких убежищах к числу пораженных ударной волной не происходит. В связи с этим в дальнейшем вероятность комплексного поражения укрываемых ударной волной и проникающей радиацией P_{zr} будем приравнивать к вероятности поражения только ударной волной P_z.

3.5. Вероятность поражения ударной волной ядерного взрыва укрываемых и людей, находящихся вне убежища

При ядерном взрыве на убежище с разной вероятностью могут действовать ударные волны с различными диапазонами давлений $\Delta P_ф$. Функцию, выражающую вероятность появления случайной величины менее заданного значения, называют функцией распределения [12]

Применительно к давлению функцию распределения $F(\Delta p_\Phi)$ можно выразить как

$$F(\Delta p_\Phi) = P(\Delta \bar{p}_\Phi \leqslant \Delta p_\Phi), \qquad (3.31)$$

где $\Delta \bar{p}_\Phi$ — случайная величина давления на фронте воздушной ударной волны; Δp_Φ — текущая переменная (заданное значение давления).

Функцию распределения давления $\Delta \bar{p}_\Phi$ можно выразить через вероятность поражения точечного объекта $P_{т.о}$, под которой обычно понимают вероятность появления у объекта давлений не менее заданного

$$P_{т.о} = P(\Delta \bar{p}_\Phi \geqslant \Delta p_\Phi). \qquad (3.32)$$

Из сравнений выражений (3.31) и (3.32) следует, что

$$F(\Delta p_\Phi) = 1 - P_{т.о}. \qquad (3.33)$$

Производную от функции распределения принято называть плотностью распределения или плотностью вероятности. Применительно к распределению $F(\Delta p_\Phi)$ будем иметь

$$f(\Delta p_\Phi) = dF(\Delta p_\Phi)/d(\Delta p_\Phi) = -dP_{т.о}/d(\Delta p_\Phi). \qquad (3.34)$$

Вероятность поражения точечного объекта одним боеприпасом определяется как вероятность попадания боеприпаса в круг площадью F, очерченный относительно точечного объекта радиусом, равным радиусу поражения $p_п$. Принимая рассеивание боеприпасов круговым и подчиненным нормальному закону, можно определить вероятность поражения точечного объекта i-тым боеприпасом с координатами прицеливания X_i, Y_i по формуле [13]

$$P_{т.оi} = \frac{\rho^2}{\pi E^2} \iint\limits_{F(x,y)} \exp\{-\rho^2[(\bar{x} - X_i)^2 + (\bar{y} - Y_i)^2] E^{-2}\} d\bar{x}\, d\bar{y}, \qquad (3.35)$$

где $\rho = 0{,}477$; E — вероятностное отклонение.

Вероятность поражения точечного объекта несколькими боеприпасами определяют по формуле

$$P_{т.о} = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - P_{т.оi}), \qquad (3.36)$$

где n — число боеприпасов.

Зависимость вероятности поражения укрываемых при условии воздействия данного давления Δp_Φ будем

называть параметрическим законом поражения укрываемых и обозначим $P_z(\Delta p_\Phi)$.

Вероятность поражения укрываемых с учетом возможности появления различных давлений Δp_Φ в районе расположения убежища определяют по формуле

$$P_z = \int_{\Delta p_н}^{\Delta p_к} f(\Delta p_\Phi) P_z(\Delta p_\Phi) d(\Delta p_\Phi), \quad (3.37)$$

где $\Delta p_н$ — значение давления Δp_Φ, ниже которого вероятность поражения укрываемого равна нулю; $\Delta p_к$ — давление Δp_Φ, выше которого вероятность появления давлений равна нулю.

Формула для определения вероятности поражения людей вне убежищ поражающими факторами, действующими в момент ядерного взрыва, имеет аналогичный формуле (3.37) вид

$$P_0 = \int_{\Delta p_н}^{\Delta p_к} f(\Delta p_\Phi) P_0(\Delta p_\Phi) d(\Delta p_\Phi), \quad (3.38)$$

где $P_0(\Delta p_\Phi)$ — параметрический закон поражения людей, находящихся вне убежищ, поражающими факторами, действующими в момент ядерного взрыва.

На людей вне убежищ будут действовать поражающие факторы ядерного взрыва и обломки разрушенных зданий, поэтому параметрический закон $P_0(\Delta p_\Phi)$ должен учитывать воздействие всех этих факторов в совокупности.

Вероятность различной степени разрушения зданий и сооружений можно определить по формуле (3.37), заменяя параметрический закон поражения людей на закон разрушения.

При определении вероятности поражения укрываемых необходимо в ряде случаев учитывать изменение действующей нагрузки на конструктивные элементы в зависимости от ориентации убежища относительно направления на эпицентр ядерного взрыва (фиксируется углом α), а также от изменения свойств грунта в данном районе. С этой целью вероятность поражения укрываемых в убежищах можно представить как функцию от ориентации убежища

$$P(x, y, \alpha). \quad (3.39)$$

Тогда вероятность поражения укрываемых с учетом

разной ориентации убежища можно определить по формуле

$$P(x,y) = \int_{\alpha_н}^{\alpha_к} f(\alpha) P(x,y,\alpha)\, d\alpha, \qquad (3.40)$$

где $\alpha_н$ и $\alpha_к$ — минимальное и максимальное возможные значения угла α; $f(\alpha)$ — функция плотности распределения угла α.

Функцию $f(\alpha)$ в большинстве случаев можно принять постоянной $f(\alpha) = \frac{1}{360}$, тогда

$$P(x,y) = \frac{1}{360} \int_0^{360} P(x,y,\alpha)\, d\alpha. \qquad (3.41)$$

Аналогично определяют $P(x, y)$ с учетом изменения свойств грунта. С этой целью необходимо воспользоваться статистическими данными свойств грунта в пределах региона или всей страны. В качестве обобщенной характеристики свойств грунта целесообразно принять скорость распространения в грунте упругих колебаний a_0.

Пусть каждому диапазону возможных значений a_{0j} соответствует вероятность появления значений a_0 в пределах этого диапазона P_j, тогда вероятность поражения укрываемых в убежищах можно определить по формуле

$$P(x, y) = \sum_{j=1}^{L} P(x,y)_j P_j, \qquad (3.42)$$

где $P(x, y)_j$ — вероятность поражения для j-того диапазона; L — число диапазонов.

Вычисление вероятности поражения людей по формулам (3.35) — (3.38) без применения ЭВМ представляет собой трудную задачу. Ниже приведены два приближенных способа вычисления вероятности.

Первый способ основан на приближенном представлении функции плотности распределения давления $\Delta p_ф$, одинаковой во всех точках города. Для представления $f(\Delta p_ф)$ разобьем диапазон возможных значений $\Delta p_ф$ на m интервалов и для каждого интервала $\Delta p_ф$ определим среднее значение функции $f(\Delta p_ф)$. Для этого всю территорию города разобьем на n частей и для середины каждой части определим величину $f_i(\Delta p_ф)$

$$f_i(\Delta p_\Phi) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} f_{ij}(\Delta p_\Phi), \qquad (3.43)$$

где $f_i(\Delta p_\Phi)$ — среднее по всему городу значение плотности распределения Δp_Φ для i-того интервала давления; $f_{ij}(\Delta p_\Phi)$ — значение плотности распределения $f(\Delta p_\Phi)$ для i-того интервала давления и для j-той части города.

Среднюю вероятность P_i появления значений i-того интервала давлений определим, умножая f_i на интервал давления $\Delta(\Delta p_\Phi)$

$$P_i = f_i(\Delta p_\Phi)\,\Delta(\Delta p_\Phi). \qquad (3.44)$$

Вероятности P_i представляют в табличной форме и называют моделью воздействия. Модель в ряде случаев может быть задана. Исходя из данных вероятности P_i и параметрических законов поражения людей или разрушения зданий и сооружений, можно сравнительно легко определить соответствующие вероятности поражения или разрушения

$$P = \sum_{i=1}^{m} P_i\, P_i(\Delta p_\Phi), \qquad (3.45)$$

где $P_i(\Delta p_\Phi)$ — вероятность поражения людей (разрушения зданий или сооружений) при воздействии i-того интервала давлений.

Второй способ основан на замене параметрического закона ступенчатой функцией (рис. 3.6). Тогда при $\Delta p_\Phi < \Delta p_{\Phi пр}$ $P(\Delta P_\Phi) = 0$, а при $\Delta p_\Phi \geqslant \Delta p_{\Phi пр}$ $P(\Delta p_\Phi) = 1$. Подставив ступенчатую функцию $P(\Delta p_\Phi)$ в формулу (3.37), получим

$$P_z = \int_{\Delta p_{\Phi пр}}^{\Delta p_к} f(\Delta p_\Phi)\, d(\Delta p_\Phi), \qquad (3.46)$$

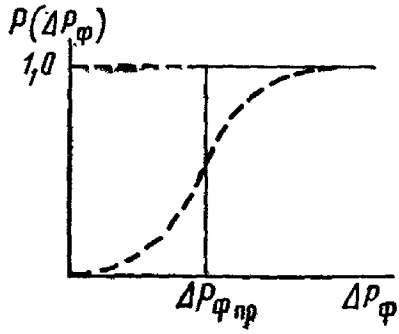


Рис. 3.6. Замена параметрического закона ступенчатой линией

где в качестве нижнего предела интегрирования взята величина $\Delta p_{\text{фпр}}$, так как при $\Delta p_{\text{ф}} < \Delta p_{\text{фпр}}$ $P(\Delta p_{\text{ф}}) = 0$. Интеграл этого выражения определяет вероятность появления давления более $\Delta p_{\text{фпр}}$, т. е.

$$\int_{\Delta p_{\text{фпр}}}^{\Delta p_{\text{к}}} f(\Delta p_{\text{ф}})\, d(\Delta p_{\text{ф}}) = P(\Delta \bar{p}_{\text{ф}} \geqslant \Delta p_{\text{фпр}}). \qquad (3.47)$$

Эту вероятность, как указывалось выше, называют вероятностью поражения точечного объекта.

Напомним смысл названия вероятности поражения точечного объекта. Величина $P_{\text{т.о}}$ определяет вероятность попадания боеприпаса в круг, очерченный относительно точечного объекта радиусом, равным радиусу поражения $R_{\text{п}}$ [формула (3.35)]. В то же время эта величина определяет вероятность появления в районе расположения точечного объекта не менее заданного значения давления ($\Delta p_{\text{фпр}}$), соответствующего величине $R_{\text{п}}$, и вместе с тем эта величина определяет вероятность поражения объекта при условии, если объект поражается при $\Delta p_{\text{ф}} \geqslant \Delta p_{\text{фпр}}$. Под точечным объектом принято понимать площадной объект, линейные размеры которого не превышают $0{,}2\, R_{\text{п}}$ и одного вероятного отклонения.

Для облегчения расчетов вероятности поражения точечного объекта составлена номограмма (рис. 3.7). Верхняя часть рисунка представляет зависимость вероятности поражения точечного объекта от отношения радиуса поражения к вероятному отклонению (R/E) и удаления объекта от точки прицеливания в долях от вероятного отклонения (d/E). По оси ординат отложены значения $P_{\text{т.о}}$. Значения R/E по оси абсцисс не показаны, вместо них отложены соответствующие значения $\Delta p_{\text{ф}} = \Delta P_{\text{фпр}}$.

Нижняя часть номограммы представляет зависимость радиуса поражения R от $\Delta p_{\text{ф}}$ и от мощности ядерного боеприпаса в Мт. Наклонные прямые позволяют при переходе от верхней части номограммы к нижней преобразовать величину R/E в R и наоборот.

На номограмме пунктирной линией показан пример определения вероятности $P_{\text{т.о}}$ для исходных данных: $\Delta p_{\text{фпр}} = 0{,}2$ МПа; мощность ядерного боеприпаса $q = 0{,}5$ Мт; $E = 0{,}5$ км и $d = 2$ км. Результат определения $P_{\text{т.о}} = 0{,}21$.

Отметим, что принятая в качестве исходной величина

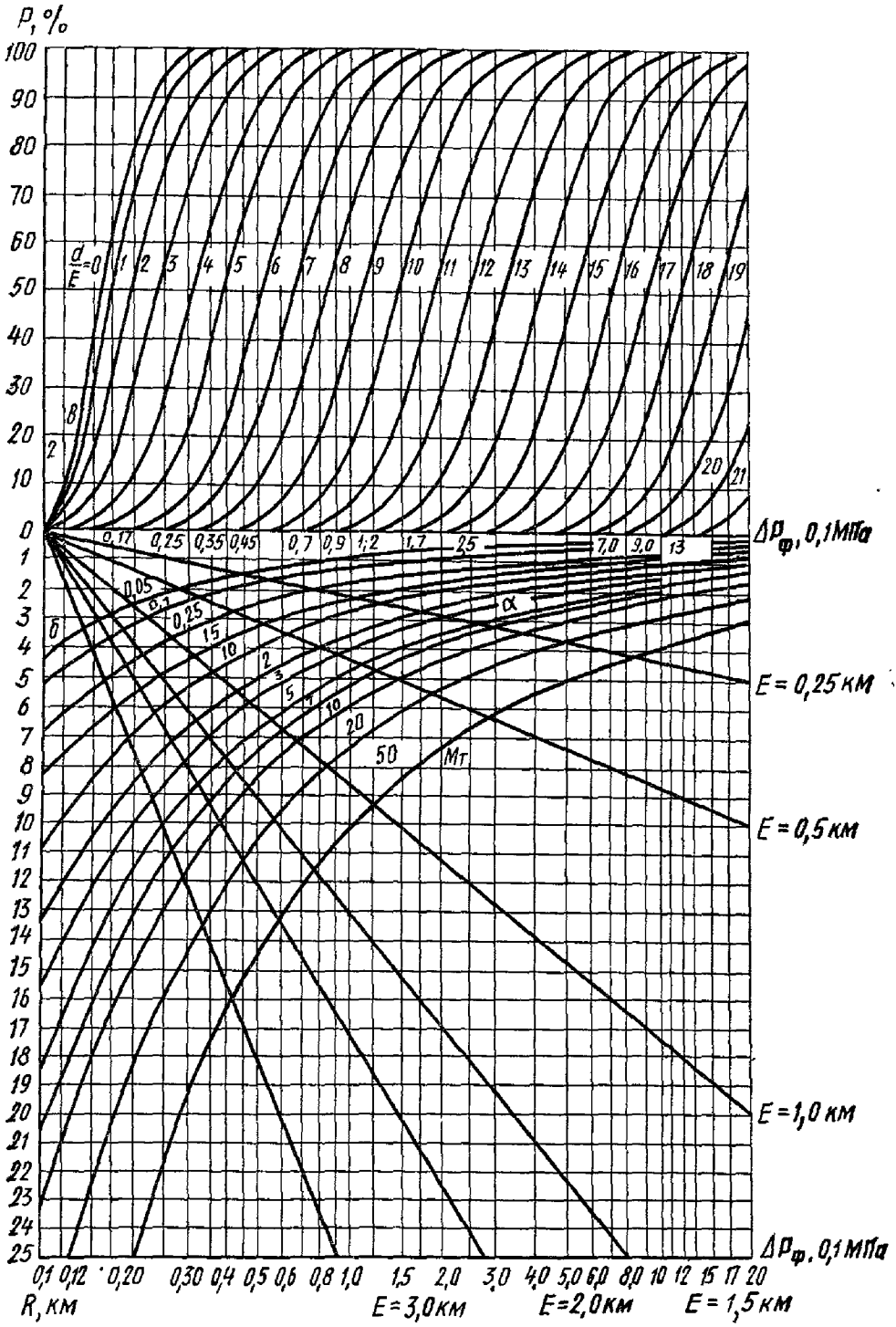


Рис. 3.7. Номограмма для определения вероятности поражения точечного объекта

$\Delta p_{\text{фпр}}$ не означает степень защиты точечного объекта. Эта величина соответствует значению давления, при котором аппроксимирующая функция $P(\Delta p_{\text{ф}})$ делает скачок, и должна быть существенно больше степени защиты (см. рис. 3.4 и 3.6).

Номограмма позволяет решить ряд задач: подобрать мощность ядерного боеприпаса для поражения точечного объекта, определить при заданной вероятности непоражения объекта требуемое удаление от предполагаемой точки прицеливания, определить при заданной вероятности поражения объекта и расстояния от его центра до точки прицеливания требуемую степень защиты сооружений объекта.

3.6. Параметрические законы разрушения убежищ и поражения в них укрываемых

В качестве величин, характеризующих состояние конструкции, обычно принимают напряжение, прогиб, кривизну, угол раскрытия трещины и т. д. В качестве характеристики состояния конструкции условимся применять некоторую обобщенную величину $z(\Delta p_{\text{ф}})$, имея в виду одну из перечисленных выше. При действии на поверхность грунта ударной волны с давлением $\Delta p_{\text{ф}}$, в элементах сооружения, рассчитанных на одну и ту же нагрузку, вследствие разброса прочности материала и других причин могут возникнуть различные значения $z(\Delta p_{\text{ф}})$, т. е. $z(\Delta p_{\text{ф}})$ есть случайная функция от нагрузки действующей на однотипные конструкции.

При испытании конкретного конструктивного элемента можно получить экспериментальную зависимость $z(\Delta p_{\text{ф}})$, представляющую реализацию случайной функции. Каждому сечению этой случайной функции при заданном значении $\Delta p_{\text{фз}}$ соответствует закон распределения случайной величины $z(\Delta p_{\text{ф}})$ (рис. 3.8). Каждому значению $z(\Delta p_{\text{ф}})$ для конструктивного элемента соответствует вероятность поражения укрываемых. При этом для людей, удаленных на различные расстояния от данного конструктивного элемента, эта вероятность поражения при одном и том же значении $z(\Delta p_{\text{ф}})$ различна.

Примем в качестве расчетной вероятность поражения, соответствующую расположению человека в середине убежища. Чем больше значение величины $z(\Delta p_{\text{ф}})$, тем выше вероятность поражения укрываемых. Максималь-

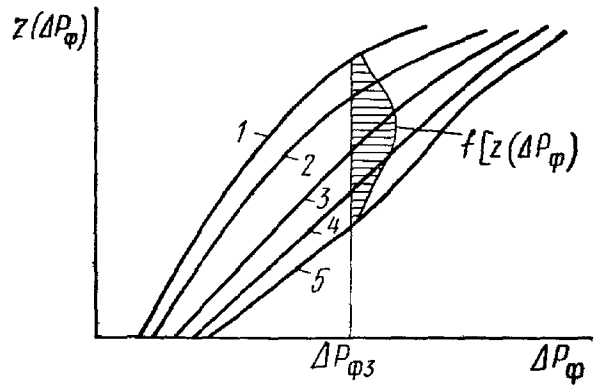


Рис. 3.8. Функция случайной величины $z(\Delta p_\Phi)$

ная вероятность поражения будет соответствовать полному разрушению конструктивного элемента. При этом не обязательно вероятность поражения будет равна единице. Например, полное разрушение одних лишь входов не приведет к поражению всех людей в убежище.

Допустим, что для j-того конструктивного элемента известна функция плотности распределения $f_j[z(\Delta p_\Phi)]$ случайной величины $z(\Delta p_\Phi)$ в каждом сечении Δp_Φ случайной функции и пусть также известна для этого элемента зависимость вероятности поражения укрываемых $P_j[z(\Delta p_\Phi)]$ от величины $z(\Delta p_\Phi)$. Тогда значения параметрического закона поражения укрываемых для j-того конструктивного элемента в зависимости от Δp_Φ можно получить из формулы

$$P_j(\Delta p_\Phi) = \int_{z_{min}}^{z_{max}} f_j[z(\Delta p_\Phi)]\, P_j[z(\Delta p_\Phi)]\, d[z(\Delta p_\Phi)], \qquad (3.48)$$

где z_{max} и z_{min} — максимально и минимально возможные значения величины $z(\Delta p_\Phi)$ при воздействии данной величины Δp_Φ.

Вероятность поражения укрываемых с учетом возможного поражения людей при разрушении каждого конструктивного элемента убежища можно приближенно определить по формуле

$$P(\Delta p_\Phi) = 1 - \prod_{j=1}^{k} [1 - P_j(\Delta p_\Phi)], \qquad (3.49)$$

где k — количество конструктивных элементов в убежище.

Эта формула справедлива для независимых событий. В данном случае мы пренебрегаем зависимостью, которая может проявляться в совокупном воздействии поражающих факторов от разрушения нескольких конструктивных элементов.

В ряде случаев целесообразно определять параметрический закон поражения, исходя из вероятности наступления различной степени разрушения конструктивного элемента. Можно для каждой степени разрушения установить соответствующий диапазон значений величины $z(\Delta p_\Phi)$.

Вероятность наступления i-той степени разрушения для j-того конструктивного элемента при воздействии заданного давления будет равна:

$$P_{ij} = \int_{z_{нi}}^{z_{кi}} f_{ij}[z(\Delta p_\Phi)]\, d[z(\Delta p_\Phi)] \approx f_{ср.ij}[z(\Delta p_\Phi)](z_{кi} - z_{нi}), \tag{3.50}$$

где $z_{нi}$ и $z_{кi}$ — граничные значения диапазона $z(\Delta p_\Phi)$, соответствующего i-той степени разрушения; $f_{ср\,ij}[z(\Delta p_\Phi)]$ — среднее значение плотности распределения $z(\Delta p_\Phi)$ для i-той степени разрушения j-того конструктивного элемента.

Параметрический закон поражения укрываемых при разрушении j-того конструктивного элемента определяют по формуле

$$P_j(\Delta p_\Phi) = \sum_{j=1}^{c} P_{ij} P_{ij}(\Delta p_\Phi), \tag{3.51}$$

где c — количество степеней разрушения; $P_{ij}(\Delta p_\Phi)$ — вероятность поражения укрываемых при наступлении в j-том конструктивном элементе i-той степени разрушения.

Для изгибаемых железобетонных элементов P_{ij} можно принять по графикам рис. 3.3. Для определения величины $P_{ij}(\Delta p_\Phi)$ необходимо провести опыты на животных, а также обобщить имеющиеся данные по поражению людей.

Потери среди людей принято подразделять на общие, безвозвратные и санитарные. К общим потерям относятся все пораженные люди, к безвозвратным — погибшие и без вести пропавшие. Разность между общими и безвозвратными потерями составляет величину санитарных потерь. Для примера зададим следующие значения вероятности $P_{ij}(\Delta p_\Phi)$ наступления общих потерь при разрушении железобетонного перекрытия слабой, средней, сильной и полной степени соответственно $P_{ij}(\Delta p_\Phi) = 0$; 0,2; 0,5 и 1.

Используя данные графика рис. 3.3, вычислим по

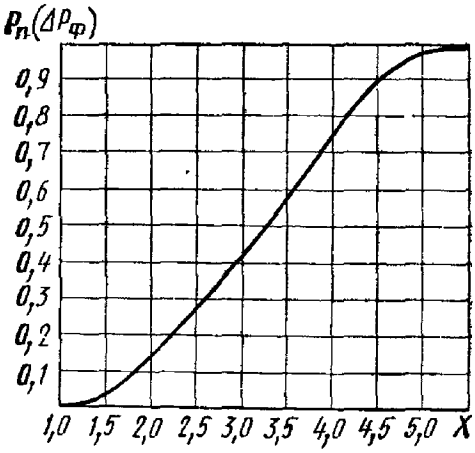


Рис. 3.9. Примерный график параметрического закона общих потерь среди укрываемых в убежищах при разрушении перекрытия

формуле (3.51) значения параметрического закона поражения людей при разрушении перекрытия убежища. Результаты представлены на рис. 3.9.

3.7. Вероятность поражения людей при заполнении убежищ

Рассмотрим вероятность поражения при заполнении убежищ, не имеющих шлюзов и автоматических дверей. Выше было сказано, что вероятность поражения при заполнении зависит от функции $F(t)$, определяющей число людей, вошедших в убежище.

Если пропускная способность входов превышает максимальную интенсивность $I(t)$ подхода людей к убежищу, функцию $F(t)$ можно получить из выражения

$$F(t) = \int_0^{t-t_л} I(t)\,dt, \qquad (3.52)$$

где $t_л$ — время движения людей по лестнице, ведущей в убежище.

Интенсивность $I(t)$ зависит от расположения людей относительно убежища до подачи сигнала об опасности ядерного нападения, времени сбора по сигналу воздушной тревоги и скорости движения людей. Время сбора $t_{сб}$ и скорость движения людей в условиях жилой застройки представляются случайными величинами, распределенными по нормальному закону.

Для определения интенсивности подхода людей к убежищу рассмотрим сбор в убежище укрываемых, находящихся на i-том этаже и выходящих через j-тый выход из здания, расположенного на L_j расстоянии от убежища.

Время движения укрываемых в пределах этажа здания и спуска их по лестницам на первый этаж будем принимать детерминированной величиной, определяемой по формуле

$$t_{эi} = L_э/V_э + [L_л\,(i-1)]/V_л;$$

где $L_э$ и $V_э$ — среднее расстояние и скорость передвижения укрываемых в пределах одного этажа при эвакуации из здания; $L_л$ — длина спуска по лестницам с одного этажа; $V_л$ — средняя скорость спуска людей по лестницам; i — номер этажа, с которого рассматривается сбор укрываемых.

Поскольку время сбора и скорость движения каждого укрываемого различны, люди будут подходить к убежищу в разное время. Определим функцию плотности распределения времени подхода укрываемых к убежищу $f(t)$. Умножив величину $f(t)$ на число укрываемых, находящихся на i-том этаже и выходящих через j-тый выход из здания N_{ij}, и на малый интервал времени Δt, получим математическое ожидание числа укрываемых, подошедших к убежищу за время Δt,

$$M(N_{ij}) = N_{ij} f(t)\,\Delta t. \qquad (3.53)$$

Математическое ожидание числа людей, подходящих к убежищу в единицу времени в момент времени t, составит

$$M[J(t)] = N_{ij} f(t). \qquad (3.54)$$

Время подхода укрываемых как случайная величина будет равно:

$$t = t_{сб} + t_{эi} + t_2,$$

где $t_2 = L_j/V$ — время движения укрываемых от выхода из здания до убежища.

Введем обозначение $t_1 = t_{эi} + t_{сб}$. Тогда $t = t_1 + t_2$. Приняв распределение величины $t_{сб}$ по нормальному закону, получим функцию плотности распределения величины t_1

$$f_1(t_1) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t_1 - t_{эi} - t_{сб.с})}{2\sigma_i^2}\right], \qquad (3.55)$$

где σ_i и $t_{сбс}$ — среднее квадратическое отклонение и математическое ожидание времени сбора укрываемых $t_{сб}$.

Закон распределения величины t_2 получим по правилам определения закона распределения функции случайной величины:

$$f_2(t_2) = \frac{L_j}{t_2^2 \sigma_V \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{L_j}{t_2} - V_{ср}\right)^2}{2\sigma_V^2}\right], \qquad (3.56)$$

где σ_V и $V_{ср}$ — среднее квадратическое отклонение и математическое ожидание величины V.

Закон распределения величины t определим как функцию плотности распределения суммы двух случайных величин t_1 и t_2 [13] по любой из формул:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t_1) f_2(t - t_1)\, dt_1;$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t_2) f_1(t - t_2)\, dt_2. \qquad (3.57)$$

Подставив в (3.57) функции плотности распределения величин t_1 и t_2, получим

$$f(t)_{ij} = \frac{Lj}{2\pi\sigma_t \sigma_V} \int_{t_н}^{t_к} t_2^{-2} \exp\left[- \frac{(t - t_2 - t_{эi} - t_{сбс})^2}{2\sigma_t^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\left(\frac{Lj}{t_2} - V_{ср}\right)^2}{2\sigma_V^2} \right] dt_2. \qquad (3.58)$$

Далее можно получить значение интенсивности подхода людей к убежищу из всех зданий, расположенных на площади сбора укрываемых

$$M[I(t)] = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} N_{ij} f(t)_{ij}, \qquad (3.59)$$

где n — максимальная этажность здания в пределах площади сбора; m — число выходов из зданий в пределах площади сбора.

Если пропускная способность входов меньше максимальной интенсивности подхода людей к убежищу, то число вошедших в убежище $F(t)$ существенно зависит от пропускной способности входов. На рис. 3.10 схематично изображены графики изменения величины $M[I(t)]$ (кривые) и интенсивности заполнения убежища $q(t)$ (ломаные) при двух вариантах заполнения. Интенсивность заполнения убежища можно представить как производную от функции заполнения $q(t) = dF(t)/dt$.

Из графика видно, что в начале пропускная способность входов используется неполностью. Однако, начиная с момента времени $t_в$, их пропускная способность недостаточна. Время $t_в$ примерно равно сумме времени

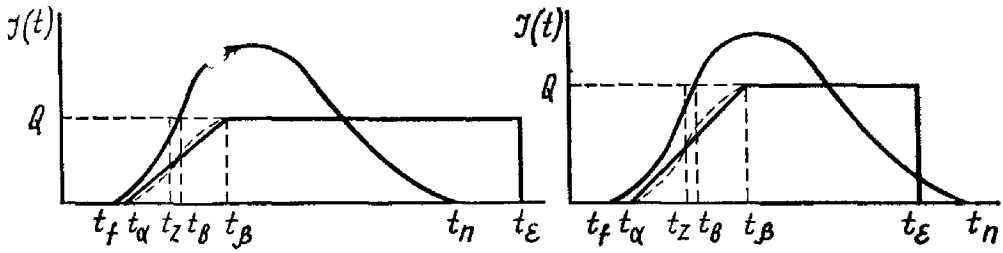


Рис. 3.10. Графики изменения интенсивности заполнения убежища и интенсивности подхода людей

Q — пропускная способность всех входов

$t_в$ и времени спуска людей по лестнице в убежище в условиях возросшей плотности потока. Момент t_α соответствует моменту входа в сооружение первого человека, а t_1 — моменту подхода первого человека к убежищу.

Примем для простоты интенсивность заполнения постоянной величиной, равной пропускной способности входов. Тогда момент времени t_z, соответствующий условному началу работы входа, будет равен полусумме значений t_α и t_β. Момент времени t_ε определяют по формуле

$$t_\varepsilon = W/Q + t_z. \tag{3.60}$$

При указанных условиях число людей, вошедших в убежище, будет равно: $F(t)=0$ при $t<t_z$; $F(t)=W(t-t_z)/(t_\varepsilon - t_z)$ при $t_z<t<t_\varepsilon$ и $F(t)=W$ при $t>t_\varepsilon$.

Примем приближенно распределение времени упреждения по нормальному закону, а математическое ожидание этого времени равным трем средним квадратическим отклонениям ($t_c=3\sigma$). На рис. 3.11 показаны графики функции плотности распределения времени упреждения $\varphi(t)$ по нормальному закону для $t_c=6$, 8 и 15 мин.

Учитывая указанные выше предпосылки, формула (3.20) приводится к виду

$$P_W = P_0 \int_0^{t_z} \varphi(t)\,dt + \frac{(P_0 - P_{0y})\,t_z}{t_\varepsilon - t_z} \int_{t_z}^{t_\varepsilon} \varphi(t)\,dt + \\ + \frac{P_0 - P_{0y}}{t_\varepsilon - t_z} \int_{t_z}^{t_\varepsilon} t\varphi(t)\,dt \tag{3.61}$$

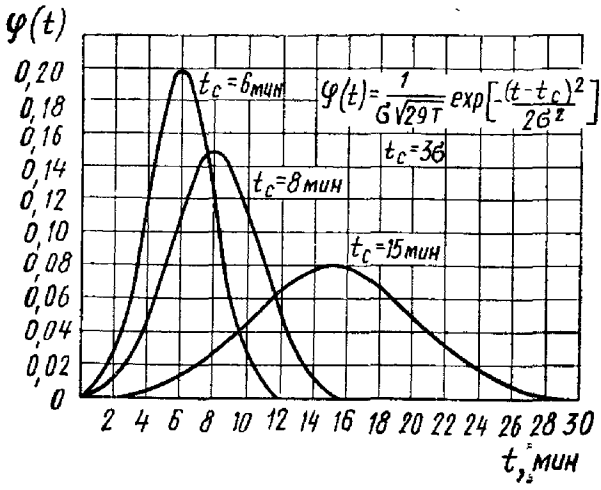


Рис. 3.11. Графики функции плотности распределения времени упреждения $\varphi(t)$ по нормальному закону при $t_c = 3\sigma$

или к выражению, содержащему функцию Лапласа,

$$P_W = \frac{P_0}{2}[\Phi(x_в)+1] + \frac{P_{0y}}{2}[\Phi(x_з)-\Phi(x_в)] - \frac{P_0-P_{0y}}{t_в-t_z}\left\{\frac{t_c}{3\sqrt{2\pi}}\left[\exp\left(-x_z^2\right)-\exp\left(-x_в^2\right)\right]+\frac{t_c-t_z}{2}[\Phi(x_в)-\Phi(x_z)]\right\}. \quad (3.62)$$

При $P_0 = P_{0y} = 1$ формула (3.62) значительно упрощается

$$P_W = \frac{1}{2}[1+\Phi(x_з)]. \quad (3.63)$$

Величина P_W равна вероятности нанесения ядерного удара до момента закрывания дверей, $t_з$ соответствует моменту полного заполнения убежища. Если момент времени $t_в$ наступает позже момента подхода к убежищу последнего человека t_n, в качестве $t_з$ принимают значение $t_в$, увеличенное на время закрывания двери $t_д$.

При $t_в \leqslant t_n$ можно принять $t_з = t_n + t_д + t_л$, где $t_л$ — время движения человека по лестнице в убежище.

Вероятность поражения при заполнении убежищ, расположенных на территории промышленных предприятий, можно определить по номограмме рис. 3.12, построенной по формуле (3.63). Номограмма позволяет определить вероятность P_W как в случае $t_в > t_n$, так и при $t_в \leqslant t_n$. С помощью квадрантов 1, 2 и 3 на нижней шкале квадранта 4 определяют предварительно величину $t_з$ для того и другого случая и затем по наибольшему

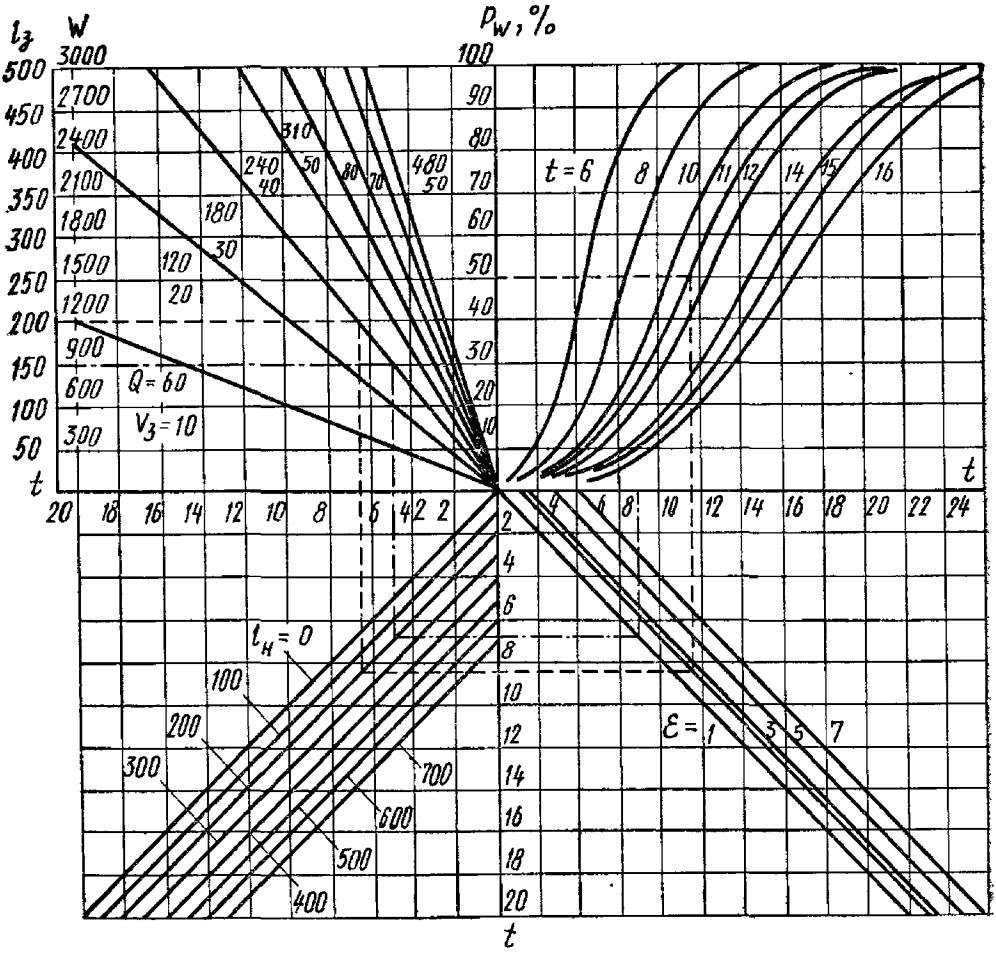


Рис. 3.12. Номограмма для определения вероятности поражения при заполнении убежищ без шлюзов и автоматических дверей

из полученных значений величины $t_в$ выявляют вероятность поражения P_W. При построении номограммы приняты следующие зависимости:

$$t_в = \frac{W}{Q} + \frac{l_{н_1}}{V_н} + 2; \qquad t_п = \frac{l_{н_2}}{V_н} + \frac{l_э}{V_э} + t_э + 1,$$

где $l_{н_1}$ — расстояние от ближайшего выхода из здания до убежища; $V_н$ — средняя скорость движения вне зданий, принимаемая равной: $V_н = 100$ м/мин; $l_{н_2}$ — наибольшее удаление выхода из здания от убежища; $l_э$ — наибольший путь движения внутри здания в пределах одного этажа; $V_э$ — скорость движения внутри здания; $t_э$ — время движения людей по лестницам вниз в пределах здания.

Квадрант 1 номограммы предназначен для определения отношения W/Q и $l_э/V_э$. Каждая прямая в пределах квадранта соответствует указанным значениям Q

и $V_з$. Квадрант 2 служит для определения отношения $l_{н_1}/V_н$ или $l_{н_2}/V_н$ и сложения с полученным ранее отношением W/Q или $l_з/V_з$.

С помощью жирной линии квадранта 3 при определении $t_з$ для случая $t_\varepsilon > t_н$ осуществляют перевод полученного результата на шкале между квадрантами 2 и 3 на шкалу между квадрантами 3 и 4. При определении $t_з$ для случая $t_\varepsilon \leqslant t_n$ с помощью линий в квадранте 3 производят сложение полученного результата на шкале между квадрантами 2 и 3 со временем движения людей по лестницам вниз.

Цифрами против линий в квадранте 3 обозначена этажность здания ε. Пунктиром и штрихпунктиром показан пример пользования номограммой применительно к исходным данным: $W=1200$ чел., $Q=180$ чел., $l_{н_1}=200$ м, $l_з=150$ м, $V_з=30$ м/мин, $l_{н_2}=300$ м, $t_с=11$ мин, $\varepsilon=1$. Отсчет вероятности поражения P_W делают по шкале, служащей границей квадрантов 1 и 4. В рассмотренном примере $P_W=50$ %.

3.8. Вероятность поражения при заполнении убежищ, имеющих автоматические двери и шлюзы

Шлюзы и автоматические защитные двери убежищ предназначены для защиты от поражения ударной волной людей, вошедших в убежище через входы в процессе его заполнения.

Автоматические защитные двери устраивают по различным принципам действия. Один принцип действия заключается в том, что дверь закрывается под воздействием воздушной ударной волны (дверь Брикенриджа). Другой принцип действия основан на срабатывании автоматической двери при воздействии проникающей радиации на ионизационный датчик. Промежуток времени с момента воздействия проникающей радиации на ионизационный датчик в районе убежищ до подхода ударной волны может составлять от долей секунды до нескольких секунд в зависимости от ядерного взрыва и удаленности убежища от эпицентра взрыва. Этого времени в ряде случаев оказывается достаточно для своевременного закрывания защитной двери. В состав автоматики должно входить устройство, предотвращающее возможность нанесения травм людям в процессе закрывания этих дверей.

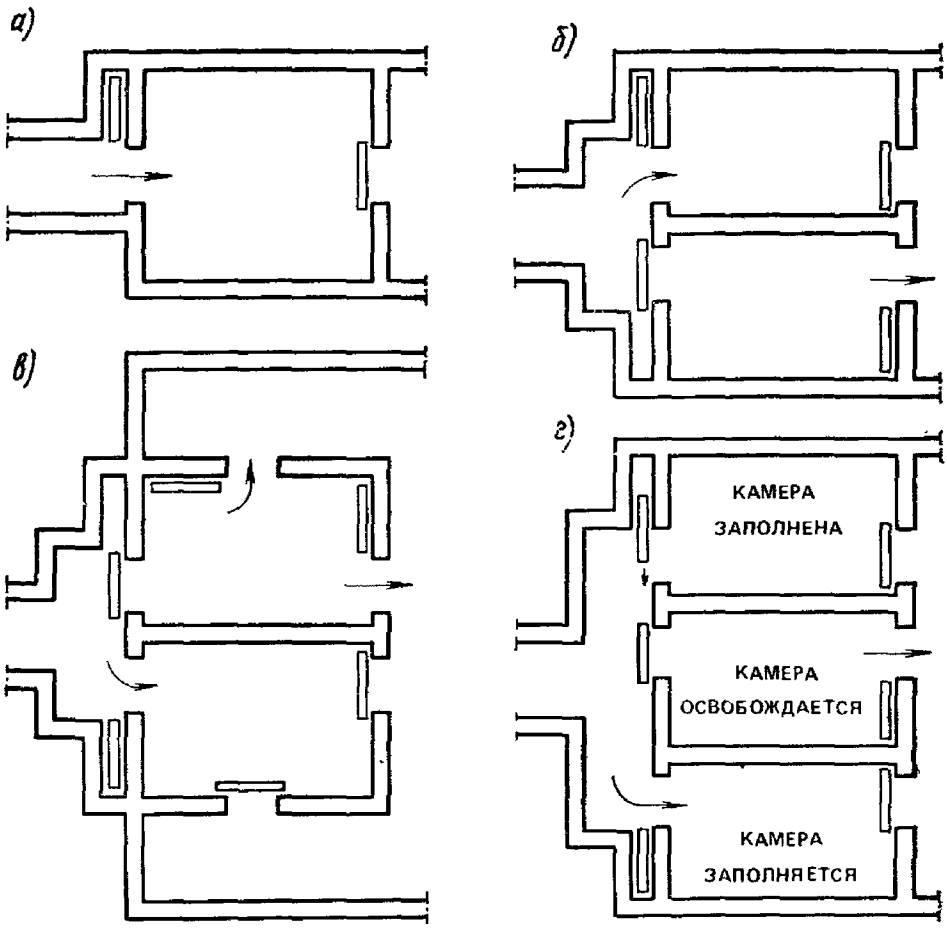


Рис. 3.13. Возможные планировочные решения шлюзов

а — однокамерный; *б* — двухкамерный с равной пропускной способностью входов и выходов шлюзовой камеры; *в* — двухкамерный с разной пропускной способностью входов и выходов шлюзовой камеры; *г* — трехкамерный

На рис. 3.13 показаны варианты планировочных решений различных шлюзовых устройств: одно- и двухкамерный с равной пропускной способностью входов и выходов шлюзовой камеры, двухкамерный с разной пропускной способностью входов и выходов шлюзовой камеры, трехкамерный.

В двухкамерном шлюзе с разной пропускной способностью входов и выходов шлюзовой камеры пропускную способность выходов из шлюзовой камеры делают больше, чем входов в шлюзовую камеру с таким расчетом, чтобы обеспечить непрерывное заполнение одной из камер шлюза.

Принимая те же расчетные предпосылки, что и при выводе формулы вероятности поражения людей при

заполнении убежищ без шлюзов и автоматических дверей, преобразуем выражение (3.29)

$$P_W = P_0 - P_0 \int_0^{t_к} \frac{F(t)}{W} \varphi(t)\, dt = P_0 - P_0 \int_{t_z}^{t_в} \frac{t - t_z}{t_в - t_z} \varphi(t)\, dt -$$

$$- P_0 \int_в^{t_к} \varphi(t)\, dt.$$

Так как

$$\int_{t_в}^{t_к} \varphi(t)\, dt = 1 - \int_0^{t_в} \varphi(t)\, dt,$$

то

$$P_W = P_0 \int_0^{t_в} \varphi(t)\, dt - P_0 \int_{t_z}^{t_в} \frac{t - t_z}{t_в - t_z} \varphi(t)\, dt \qquad (3.64)$$

и окончательно для убежищ, имеющих автоматические двери,

$$P_W = \frac{P_0}{2}[\Phi(x_в) + 1] - \frac{P_0}{t_в - t_z}\left\{\frac{t_c}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left(-x_z^2\right) - \exp\left(-x_в^2\right)\right] + \frac{t_c - t_z}{2}[\Phi(x_в) - \Phi(x_z)]\Bigg\}. \qquad (3.65)$$

При выводе формулы (3.65) отождествлялось число людей, вошедших в убежище, с числом людей, находящихся в убежище с закрытыми дверями, что справедливо при наличии автоматических защитных дверей. Поэтому для убежищ со шлюзами под функцией $F(t)$ будем понимать число людей в убежищах за закрытыми защитными дверями.

На рис. 3.14 изображены графики изменения $F(t)$ для указанных выше разновидностей шлюзовых устройств, где через t_i обозначены моменты времени закрывания дверей после очередного заполнения камеры шлюза. В этот момент времени скачком увеличивается число людей, находящихся в убежище за закрытыми защитными дверями на величину вместимости камеры шлюза B. Полагая, что продолжительность заполнения шлюзовой камеры равна частному от деления вместимости камеры B на пропускную способность входов

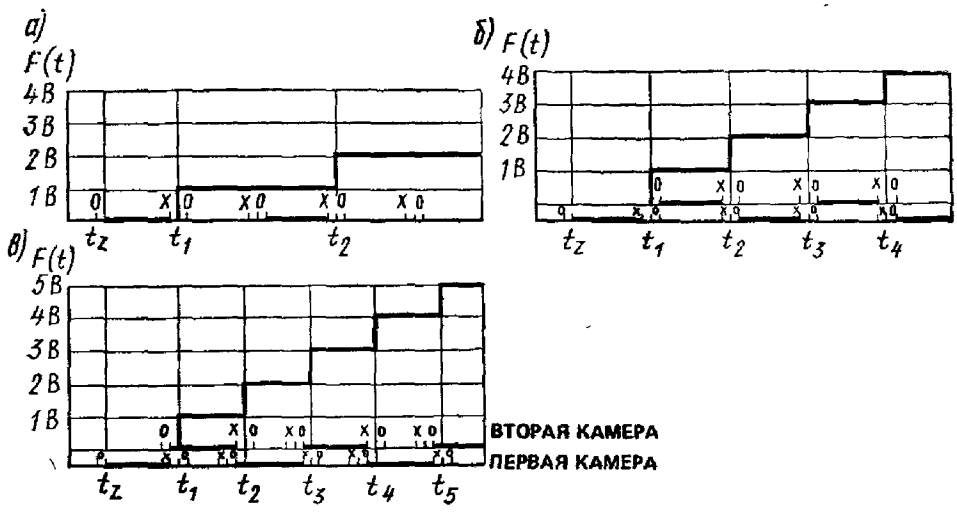


Рис. 3.14. График изменения $F(t)$

а — для однокамерного шлюза; *б* — для двухкамерного шлюза с равной пропускной способностью входов и выходов шлюзовых камер; *в* — для двухкамерного шлюза с разной пропускной способностью входов и выходов шлюзовых камер

шлюзовой камеры $Q_к$ и принимая время открывания дверей, равным времени их закрывания t_q, получим формулы для определения t_i:

для однокамерного шлюза

$$t_i = t_z - \frac{B}{Q_к} - 2t_q + \left(\frac{2B}{Q_к} + 4t_q\right) i; \tag{3.66}$$

для двухкамерного шлюза с равной пропускной способностью входов и выходов шлюзовой камеры

$$t_i = t_z + \left(\frac{B}{Q_к} + 2t_q\right) i; \tag{3.67}$$

для двухкамерного шлюза с разной пропускной способностью входов и выходов из шлюзовой камеры и для трехкамерного шлюза

$$t_i = t_z + \frac{B}{Q_к} i + 2t_q. \tag{3.68}$$

Вероятность поражения при заполнении в каждом интервале времени составит:

в интервале времени от 0 до t_1

$$\Delta P_{W_0} = \int_0^{t_1} \varphi(t)\, dt;$$

в интервале времени от t_1 до t_2

$$\Delta P_{W_1} = \frac{W - B}{W} \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t)\, dt;$$

в интервале времени от t_2 до t_3

$$\Delta P_{W_2} = \frac{W - 2B}{W} \int_{t_2}^{t_3} \varphi(t)\, dt;$$

в интервале времени от t_i до t_{i+1}

$$\Delta P_{W_i} = (W - iB)/W \int_{t_i}^{t_{i+1}} \varphi(t)\, dt.$$

Произведя суммирование ΔP_{W_i} от $i=0$ до $i=n-1$ $\left(n \approx \frac{W}{B}$ с точностью до единицы$\right)$ и выразив интегралы через функцию Лапласа, получим окончательную формулу

$$P_W = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} \left(1 - \frac{iB}{W}\right) [\Phi(x_{i+1} - \Phi(x_i)], \qquad (3.69)$$

где $x_i = \frac{3(t_i - t_c)}{\sqrt{2}t_c}$, $t_0 = 0$.

3.9. Распределение времени упреждения

Время упреждения зависит от удаления районов базирования средств доставки ядерного оружия, скорости полета ракет, времени оповещения населения об угрозе ядерного нападения и некоторых других факторов. Достоверно определить эти факторы заранее невозможно, так как большинство из них носит явно выраженный случайный характер. В связи с этим время упреждения будем считать случайной величиной.

Современный уровень развития средств ПВО позволяет зафиксировать запуск ракет в момент их старта. Поэтому время упреждения будет определяться общим временем полета ракеты до объекта t_n за вычетом времени с момента обнаружения старта до момента подачи

сигнала на ЦКП ГО t_1 и времени, необходимого для оповещения населения,

$$t_y = t_n - (t_1 + t_2). \tag{3.70}$$

Принимая величину t_1 постоянной, время упреждения представим как разность двух независимых случайных величин t_n и t_2. В соответствии с этим распределение времени упреждения может быть получено на основе композиции законов распределения суммы двух случайных величин.

Предварительно необходимо получить законы распределения величин t_n и t_2. Данные о расположении ракетных баз вероятного противника позволяют определить время полета ракет с каждой базы до района, применительно к которому определяется время упреждения.

Определив время полета ракет, стартовавших с различных баз, и принимая вероятность доставки ядерного боеприпаса с той или иной базы пропорциональной числу ракет, находящихся на данной базе, получают статистический ряд и соответствующую гистограмму.

По законам статистического распределения случайных величин t_n и t_2 в соответствии с (3.70) можно получить распределение величины t_y как композицию законов распределения t_n и t_2.

Выражение для функции распределения величины t_y имеет вид

$$F(t_y) = \int_{t_{n\min}}^{t_{n\max}} \left\{ f(t_n) \int_{t_{2\min}}^{t_{2\max}} f(t_2)\, dt_2 \right\} dt_n, \tag{3.71}$$

где $t_{n\,\min}$, $t_{n\,\max}$ и $t_{2\min}$, $t_{2\max}$ — минимальные и максимальные значения соответственно времени полета ракет и времени оповещения населения.

3.10. Приближенный метод определения вероятности поражения точечного объекта

Определение вероятности поражения точечного объекта по формулам (3.35) и (3.36) потребует больших затрат машинного времени. В связи с этим возникает необходимость разработки экономического приближенного алгоритма. Рекомендуется следующий порядок вычисления вероятности поражения точечного объекта.

Сначала через определенные интервалы устанавливают необходимое для достижения требуемой точности чис-

ло радиусов поражений. Затем для каждого радиуса подбирают параметры приближенной зависимости вероятности поражения точечного объекта от расстояния между объектом и точкой прицеливания. Устанавливают для заданного радиуса с соответствующей величиной давления ΔP_{Φ} два ближайших значения радиусов поражения. Интерполяцией определяют значения параметров приближенной зависимости, соответствующие заданному радиусу поражения. Наконец, подставив в приближенную формулу полученные значения параметров, вычисляют вероятность поражения точечного объекта. Вероятность поражения точечного объекта определяют применительно к величине вероятного отклонения, равного единице.

Приближенную зависимость вероятности поражения точечного объекта от расстояния между объектом и точкой прицеливания l и от радиуса поражения r принимают в виде

$$P(l, r) = B \exp(-kl^z), \qquad (3.72)$$

где B — вероятность попадания боеприпаса в круг, очерченный относительно точки прицеливания радиусом поражения.

Согласно [13] величина B определяется по формуле

$$B = 1 - \exp[-(Sr)^2]. \qquad (3.73)$$

Поскольку вероятность попадания в круг с радиусом, равным пяти вероятным отклонениям ($r = 5E$), составляет значение $P = 0{,}997$, близкое к единице, принимают

$$P(l, r) = 0 \text{ при } l - r > 5E \text{ и } P(l, r) = 1$$

при $r - l > 5E$.

Для определения параметров зависимости (3.72) k и z дважды логарифмируют выражение (3.72)

$$\ln k + z \ln l = \ln[\ln B - \ln P(l, r)]. \qquad (3.74)$$

С целью повышения точности вычислений каждую зависимость $P(l, r)$ от l при фиксированном значении r разбивают на два участка и для каждого участка вычисляют свои значения параметров z и k. Первым участком следует считать зависимость при $l \leqslant r$, вторым — при $l > r$. Для первого участка параметры k и z обозначают соответственно через km_1 и zm_1, а для второго — km_2 и zm_2.

Для определения параметров k и z на каждом участке выбирают два значения l (l_1 и l_2), и по данным точного расчета устанавливают соответствующие величины $P(l, r)$, (P_1 и P_2).

Подставив значения l_1, l_2, P_1, P_2 в формулу (3.74), получают систему двух уравнений

$$\begin{cases} \ln k + z \ln l_1 = \ln(\ln B - \ln P_1); \\ \ln k + z \ln l_2 = \ln(\ln B - \ln P_2), \end{cases} \tag{3.75}$$

решение которой относительно z дает

$$z = \left(\ln \frac{\ln \frac{B}{P_1}}{\ln \frac{B}{P_2}} \right) \Big/ \ln \frac{l_1}{l_2}. \tag{3.76}$$

Величину k вычисляют по формуле

$$k = \left(\ln \frac{B}{P_1} \right) \Big/ l_1^z. \tag{3.77}$$

По формулам (3.76) и (3.77) определяют km_1, km_2, zm_1, zm_2 для каждого значения из исходного набора радиусов поражения. Результаты определения указанных величин приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Значения параметров приближенной формулы для определения вероятности поражения точечного объекта

Радиус поражения, км	km_1	km_2	zm_1	zm_2
0,25	0,32209	0,22069	2,28716	2,02802
0,5	0,22311	0,22061	2,01725	2,00253
0,75	0,21333	0,21324	2,00242	2,00119
1,0	0,20249	0,20244	2,00803	2,00448
1,25	0,18965	0,18944	2,00224	2,00948
1,5	0,17437	0,17354	2,00873	2,02299
1,75	0,15806	0,15568	2,01407	2,04519
2,0	0,14036	0,13582	2,02817	2,08117
2,25	0,12202	0,11506	2,05262	2,13207
2,5	0,10365	0,09449	2,08886	2,19842
2,75	0,08531	0,07496	2,14403	2,28173
3,0	0,06816	0,05765	2,21607	2,37917
3,5	0,03686	0,031055	2,42514	2,61505
4,0	0,01885	0,01503	2,72111	2,89311
4,5	0,007739	0,006605	3,09815	3,19937
5,0	0,00267	0,002790	3,55080	3,52413
17,0	0,001583	0,001897	3,80821	3,69086
41,0	0,001422	0,001733	3,8557	3,7279

Абсолютная погрешность в расчетах по приближенному алгоритму по сравнению с расчетами по формуле (3.35) не превышает 0,015.

3.11. Определение приближенного параметрического закона поражения укрываемых при разрушении входов

Примем следующие предпосылки.

1. Вероятность поражения укрываемых при наступлении слабой, средней и сильной степени разрушения равна нулю, а при наступлении полной степени разрушения равна вероятности поражения людей с открытой дверью.

2. Вероятность наступления полной степени разрушения конструкций входа $[P_{гп}(\Delta p_ф)]$ равна вероятности превышения максимальными напряжениями в конструкциях входа (σ_{max}) предела прочности материала $(\sigma_в)$,

$$P_{гп}(\Delta p_ф) = P(\sigma_{max} > \sigma_в). \quad (3.78)$$

При этих предпосылках значения параметрического закона поражения укрываемых при разрушении i-того входа определяют по формуле

$$P_{вхi}(\Delta p_ф) = P_{гпi}(\Delta p_ф) P_{0\,вхi}(\Delta p_ф), \quad (3.79)$$

где $P_{гпi}(\Delta p_ф)$ — вероятность полных разрушений входа при воздействии в районе убежища давления $\Delta p_ф$; $P_{овх\,i}(\Delta p_ф)$ — вероятность поражения укрываемых в убежище с открытой дверью входа в зависимости от давления $\Delta p_ф$.

При нескольких входах в убежище вероятность поражения укрываемых при разрушении входов определяют по формуле

$$P_{вх}(\Delta p_ф) = 1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - P_{вхi}(\Delta p_ф)]. \quad (3.80)$$

Вероятности $P_{вх}(\Delta p_ф)$, $P_{гпi}(\Delta p_ф)$, $P_{овхi}(\Delta p_ф)$ существенно зависят от ориентации убежища относительно направления на эпицентр ЯВ.

Допустим, что нам известна функция распределения случайной величины $\sigma_в$

$$F_в(\sigma_{max}) = P(\sigma_в < \sigma_{max}). \quad (3.81)$$

Сравнивая выражения (3.78) и (3.81), приходим к выводу о том, что

$$P_{гп}(\Delta p_ф) = 1 - F_в[\sigma_{max}(\Delta p_ф)], \quad (3.82)$$

где $\sigma_{max}(\Delta p_ф)$ — значение максимального напряжения в конструкциях входа при давлении $\Delta p_ф$.

По зависимости $F_{в}(\sigma_{max})$, $P_{0вхi}(\Delta p_{ф})$ и $\sigma_{max}(\Delta p_{ф})$ можно с помощью формул (3.82), (3.79) и (3.80) определить значения параметрического закона поражения укрываемых при разрушении конструкций входов.

3.12. Основы определения оптимального сочетания нагрузок на конструктивные элементы убежищ

При назначении расчетных нагрузок на конструктивные элементы убежища обычно исходят из требования их равнопрочности. Но поскольку прочность конструктивных элементов имеет разброс, было бы логично потребовать обеспечение равной вероятности разрушения конструктивных элементов (точнее, равной вероятности достижения предельного состояния конструктивных элементов). Однако такое требование было бы оправдано, если достижение предельного состояния каждого конструктивного элемента приводило бы к одной и той же вероятности поражения. Практически достижение предельных состояний различных конструктивных элементов, например перекрытия и фундамента, вызывает различную вероятность поражения укрываемых. Напрашивается вывод о целесообразности выбора расчетных нагрузок на основе требований равной вероятности поражения укрываемых при разрушении различных элементов. Это требование было бы безупречным при условии одинаковой стоимости различных конструктивных элементов, чего нет на самом деле. Очевидно, чем ниже стоимость конструктивного элемента, тем целесообразней увеличить его прочность, добиваясь снижения общей вероятности поражения.

Учитывая эти соображения, задачу определения оптимального сочетания нагрузок на конструктивные элементы убежища следует решать следующим образом. Предварительно на основе применения традиционных методов расчета установить стоимость убежища. Затем определить общую вероятность поражения укрываемых для различных сочетаний расчетных нагрузок на элементы убежища с учетом возможности разрушения каждого из них. При этом для всех вариантов сочетаний расчетных нагрузок стоимость убежища оставляют неизменной.

В качестве оптимального сочетания принимают сочетание расчетных нагрузок на элементы, при котором

вероятность поражения укрываемых окажется минимальной, причем в качестве дисциплинирующего условия применяют заданную стоимость убежища. Разумеется, такие расчеты необходимо проводить при подготовке предложений по изменению и дополнению норм проектирования защитных сооружений ГО, а не при проектировании каждого типового убежища.

Для оптимизации расчетных нагрузок на элементы убежищ необходимы специальные исследования с целью получения достоверных данных по параметрическим законам поражения укрываемых. Ниже приведены лишь результаты ориентировочных расчетов. В расчетах рассмотрены покрытие, стены, колонны, ригель и фундаментная плита.

Вероятности поражения укрываемых при воздействии на конструктивные элементы нагрузок, соответствующих давлению Δp_{Φ} на поверхности земли, получены по формуле (3.51) и представлены на рис. 3.15.

Вероятность поражения укрываемых от разрушения фундаментной плиты (при слабой степени разрушения) приняли равной: $P_{ij}(\Delta p_{\Phi})=0$, а при всех других степенях разрушения — значение $P_{ij}(\Delta p_{\Phi})=0{,}3$, соответствующее вероятности поражения людей, расположенных на открытой местности, от радиоактивного излучения. Это обосновывается тем, что при указанной степени разрушения фундаментной плиты через трещины в убежище будет поступать грунтовая вода, вследствие чего укрываемые вынуждены будут покинуть убежище раньше времени.

Вероятность поражения укрываемых $P_{ij}(\Delta p_{\Phi})$ в результате полного разрушения ригеля принята равной единице, а при других степенях разрушения — нулю, так как при этих степенях разрушения вероятностью поражения укрываемых обломками ригеля вследствие малой его площади можно пренебречь. Для колонн вероятность поражения принята такой же, как и для ригеля.

Зависимость от давления Δp_{Φ} вероятности полных разрушений колонн получена на основе предпосылки о ее равенстве вероятности превышения максимальными напряжениями предела прочности бетона сжатию.

При полных разрушениях стен убежищ каркасной схемы принято

$$P_{ij}(\Delta p_{\Phi}) = S_{\text{ст}}/S_{\text{п}},$$

где $S_{\text{ст}}$ — площадь наружных стен; $S_{\text{п}}$ — площадь пола убежища.

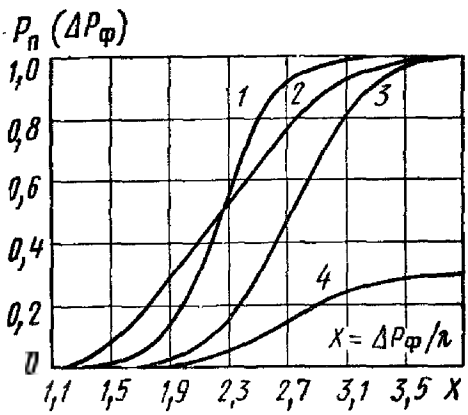


Рис. 3.15. Приближенные параметрические законы поражения укрываемых при разрушении различных конструктивных элементов

1 — ригеля; *2* — покрытия; *3* — стен; *4* — фундаментной плиты

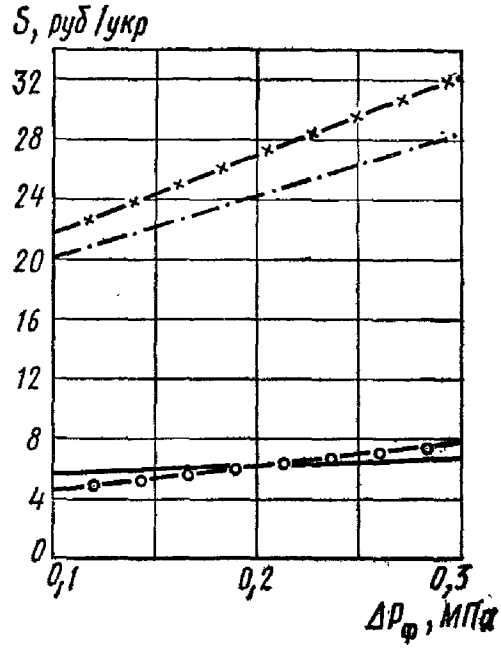


Рис. 3.16. Графики изменения стоимости в расчете на одного укрываемого различных конструктивных элементов от $\Delta P_ф$

—— ×——×—— — для покрытия; ——·——·—— — для фундаментной плиты; ——○——○—— — для ригеля; ———————— — для колонн

При $S_{ст} > S_п$ вероятность поражения укрываемых принималась равной 1.

На основе обобщения имеющихся данных построены графики рис. 3.16 приближенных зависимостей стоимости различных конструктивных элементов в расчете на одного укрываемого. Ориентировочные значения оптимальной прочности конструктивных элементов приведены ниже.

Конструктивный элемент	Нагрузка 0,1 МПа
Покрытие	2,2
Фундаментная плита	1,1
Колонны	4,5
Ригель	4,5
Стены	2,6

Из этих данных видно, что оптимальная прочность конструктивных элементов убежища существенно различна.

Расчеты показали, что снижение вероятности поражения укрываемых за счет оптимального сочетания расчетных нагрузок на элементы убежища может достигать 3 %. При этом следует подчеркнуть, что снижение веро-

ятности происходит без дополнительных затрат денежных средств на строительство убежищ. При более точном определении оптимальных значений расчетных нагрузок можно ожидать еще бóльшего снижения вероятности поражения укрываемых.

Глава 4. УБЕЖИЩА, ВОЗВОДИМЫЕ ЗАБЛАГОВРЕМЕННО

4.1. Объемно-планировочные решения

Объемно-планировочные решения убежищ, возводимых заблаговременно, определяются прежде всего условиями их эксплуатации в мирное время, а также характером размещения в системе застройки (отдельно стоящие или встроенные), условиями вертикальной посадки и некоторыми другими факторами. Совмещение в одном сооружении (объеме) функции защиты людей, а в обычное время обеспечение нормального технологического процесса усложняет решения сооружений двухцелевого назначения. Основными недостатками практики проектирования убежищ является их проектирование в отрыве от общего решения генплана предприятия, принятие не вполне рациональных решений, формальный подход к использованию помещений в условиях мирного времени.

Проектирование сооружений двухцелевого назначения следует начинать с определения состава помещений, необходимых для убежища, исходя из его вместимости, состава помещений объекта народного хозяйства с учетом специальных норм эксплуатации их в мирное время и обеспечения возможности перевода объекта народного хозяйства на режим работы убежища в установленное время.

Как известно, в состав помещений заблаговременно возводимых убежищ входят: помещения для укрываемых, помещения для размещения фильтровентиляционного оборудования, санитарные узлы, входы и аварийный выход. Дополнительно, в зависимости от вместимости и других факторов, заблаговременно возводимые убежища можно оборудовать помещениями для размещения дизельной электростанции, тамбурами-шлюзами, медицинской комнатой и т. д.

Основную часть убежища занимают помещения для

укрываемых, в которых в необходимый период предусматривается установка инвентарных скамей для сидения и нар для лежания. В наиболее экономичных решениях площадь для укрываемых составляет до 60—70 % общей площади убежища. При определении вместимости убежища норма площади на одного укрываемого принимается 0,5 м^2 при двухъярусном расположении нар и 0,4 м^2 при трехъярусном; внутренний объем помещения — не менее 1,5 м^3 на одного укрываемого.

Для обеспечения благоприятных условий по размещению укрываемых, а также создания необходимых санитарно-гигиенических условий высоту помещений следует принимать не менее 2,2 м от отметки пола до низа выступающих конструкций покрытия. Расстояния между внутренними несущими конструкциями (колоннами, стенами) желательно назначать минимальными (3 м). Определен перечень предприятий, помещения которых могут быть совмещены с убежищами. К ним в первую очередь относятся санитарно-бытовые службы (гардеробы с душевыми и умывальными), учебные классы, производства, не выделяющие вредные жидкости и газы, склады, технологические и пешеходные тоннели, гаражи, предприятия торговли и питания и т. п.

Габариты некоторых из перечисленных помещений соответствуют требованиям к убежищам. Но все же большинство совмещаемых с убежищами предприятий производственного и другого назначения требуют увеличения высоты помещений и шага внутренних несущих конструкций, а иногда и включения в состав убежища дополнительных помещений, сопутствующих определенным технологическим процессам. Следует избегать совмещения предприятий с убежишами, удорожающего их стоимость (например, компрессорные), либо размещать такие помещения вне пределов контура защищаемой площади убежища, например в первом этаже здания. Указанные требования в равной степени относятся и к установке на защищаемой площади убежища не демонтируемого в ограниченное время оборудования, которое снижает эффективность использования площади для размещения укрываемых.

При недостатке свободных от застройки территорий основным типом заблаговременно возводимых убежищ считается убежища встроенного типа. Для данных сооружений технически целесообразно шаг внутренних несу-

щих конструкций назначать аналогичным или кратным величинам пролетов наземных конструкций производственных, административно-бытовых, жилых и других зданий, под которыми эти убежища располагают. Для убежищ под производственными зданиями шаг несущих конструкций целесообразно принимать кратным укрупненному производственному модулю (15М), т. е. 1,5 м. Это вызвано тем, что пролеты и шаг колонн производственных зданий назначают кратными 30 или 60М. Исходя из рекомендуемого минимального шага несущих конструкций 3 м, последующие размеры шага составят 4,5 и 6,0 м. Дальнейшее увеличение пролета нежелательно, ибо из-за значительных динамических нагрузок усложняется решение конструкций покрытия и увеличивается расход материалов на возведение защитного сооружения.

Выбор высоты подвальных убежищ не связан с градацией существующих в промышленном строительстве модулей, поэтому следует стремиться, чтобы высота помещений двойного назначения была возможно минимальной.

В качестве внутренних несущих конструкций убежищ, совмещаемых с производственными помещениями, как правило, применяют колонны (лучше используется площадь помещений). На рис. 4.1, *а* показаны типовые сетки колонн убежищ, встроенных в многоэтажные промышленные здания. Аналогичные сетки применяют и для отдельно стоящих убежищ, а также встроенных в здания административно-бытового и другого назначения.

В типовых схемах убежищ, встроенных в подвальные помещения жилых зданий (рис. 4.1, *б*), в качестве внутренних несущих конструкций применяют продольные и поперечные стены с шагом в пределах 1,6—6,3 м. Планировочную схему с продольными несущими стенами можно применить и при проектировании отдельно стоящих убежищ.

Часто в жилых зданиях предусматривается цокольный этаж, в котором размещены инженерные коммуникации. Установлено, что использовать помещения технического подполья под убежища практически невозможно из-за малых габаритов помещения, сложности отключения в необходимый период транзитных и местных коммуникаций трубопроводов, кабелей и т. д. В этих случаях убежища следует размещать под техническим подпольем

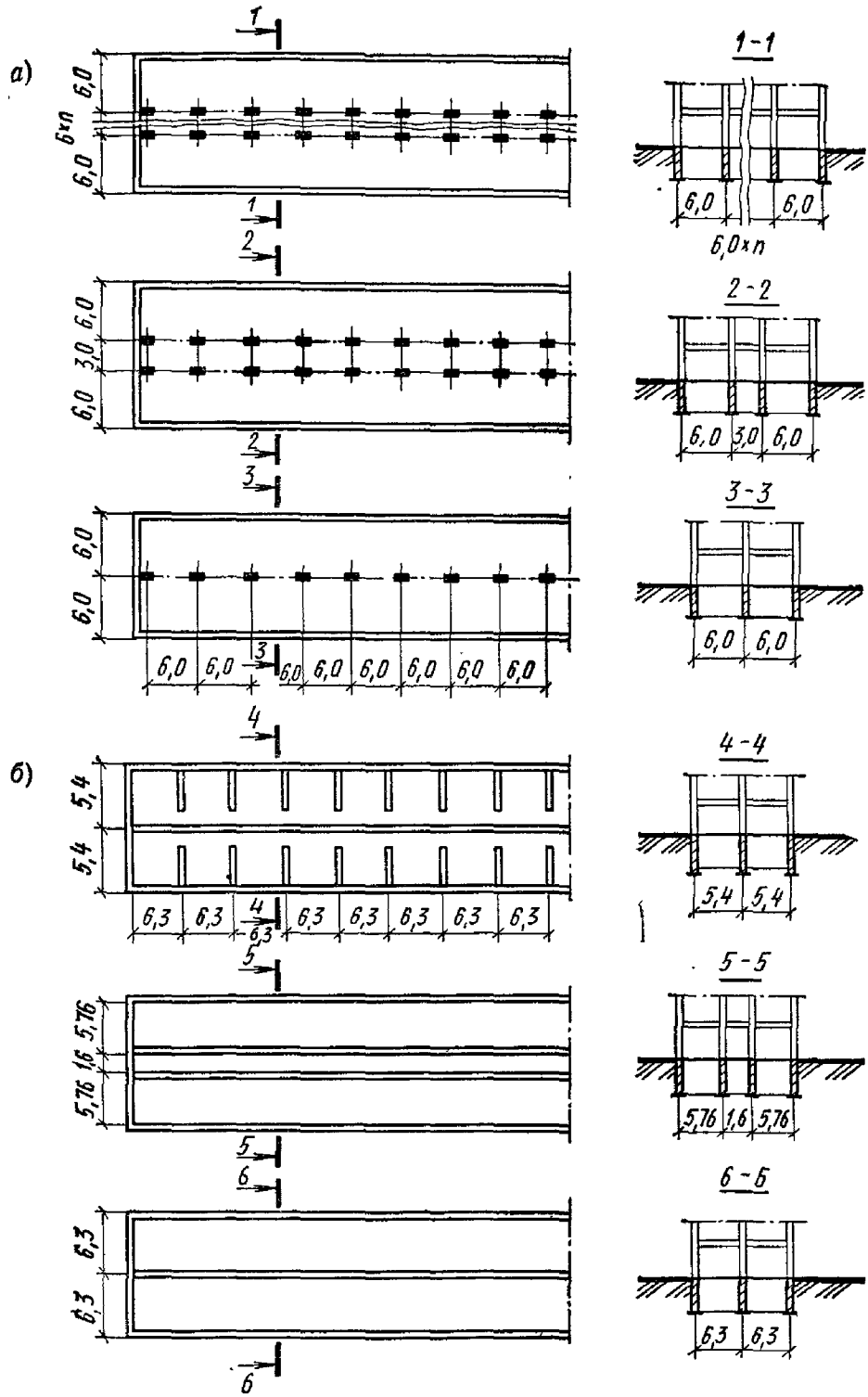
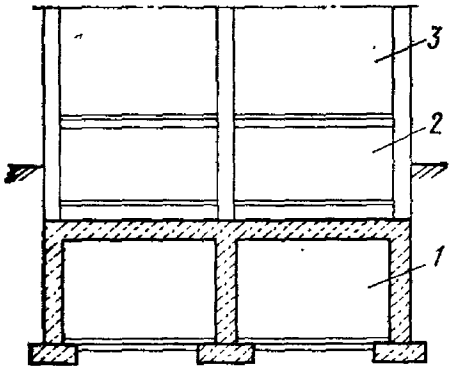


Рис. 4.1. Объемно-планировочные схемы убежищ

а **— под промышленными зданиями;** ***б*** **— под жилыми зданиями**



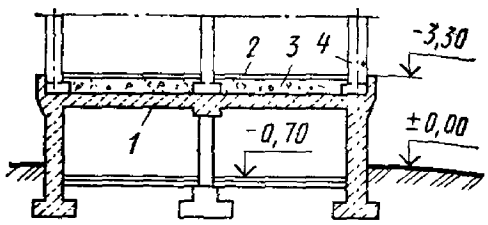


Рис. 4.3. Поперечный разрез убежища, расположенного в первом этаже промышленного здания

1 — конструкции покрытия; *2* — конструкция пола второго этажа здания; *3* — грунтовая засыпка; *4* — ограждающие конструкции здания

Рис. 4.2. Поперечный разрез убежища, расположенного под техническим подпольем в жилом здании

1 — помещение убежища; *2* — техническое подполье; *3* — помещения первого этажа здания

(рис. 4.2). Недостатками данного решения являются: повышение вероятности заглубления в водонасыщенные грунты, усложнение решения входов и др. Но в то же время повышаются защитные свойства убежища по ударной волне и проникающей радиации благодаря размещению над убежищем ограждающих конструкций технического подполья.

Планировочные схемы убежищ, встроенных в первые этажи многоэтажных производственных зданий, по величине пролетов не отличаются от схем подвальных убежищ. Но учитывая, что при воздействии на сооружение воздушной ударной волны горизонтальные нагрузки, действующие на стены, достигнут значительных величин, высоту помещений первого этажа следует по возможности назначать минимальной. Для производственных зданий минимальная унифицированная высота этажа составляет 3,3 м. В указанной общей высоте этажа должны разместиться: помещения убежища, конструкции покрытия, грунтовая засыпка по покрытию, конструкция пола второго этажа (рис. 4.3).

Если принять высоту грунтовой засыпки 70, толщину покрытия 40, а высоту помещений убежища 230 см, то строительная высота убежища составит 400 см. Для того чтобы вписаться в габариты этажа, заглубление пола убежища должно быть ниже уровня земли на 70 см. При высоте этажа производственного здания 3,6 м тре-

буемое заглубление пола убежища относительно уровня пола первого этажа составит 40 см.

В соответствии с классификацией убежищ ГО разновидностью заблаговременно возводимых защитных сооружений могут быть многоэтажные убежища. Сооружения подобного типа наиболее целесообразны в городах с высокой плотностью населения и дефицитом территории. Многоэтажные убежища следует строить лишь на участках, где отсутствуют напорные грунтовые воды.

Объемно-планировочные схемы многоэтажных убежищ, как и одноэтажных, должны решаться таким образом, чтобы обеспечивалась их нормальная эксплуатация в условиях мирного и военного времени с минимальным разнообразием пролетов и высот. Помещения многоэтажных убежищ должны быть функционально и технологически связаны между собой по вертикали и горизонтали. Связь по вертикали осуществляется с помощью междуэтажных лестничных переходов, пандусов, лифтов и т. д. Составным элементом разработки планировочного решения убежищ является грамотная компоновка помещений вспомогательного назначения. Так, расположение помещения для фильтровентиляционного оборудования должно быть взаимоувязано с положением входов и аварийного выхода. ФВК рекомендуется размещать ближе к аварийному выходу или к одному из незаваливаемых входов с расчетом, что они могут быть использованы в качестве воздухозаборов чистой вентиляции. Санузлы целесообразно устраивать в таких местах, чтобы максимально сократить время передвижения к ним людей в пределах убежища. Дизельную электростанцию (ДЭС), учитывая специфику ее работы, размещают на нижнем этаже в месте, наиболее удаленном от помещений, в которых находятся люди. Основные и вспомогательные помещения убежищ, отделяют друг от друга капитальными стенами или несгораемыми перегородками. Расположение, планировочно-конструктивное решение и число входов определяются требованиями нормальной эксплуатации сооружений двоякого использования.

В зависимости от назначения входы условно подразделяются на технологические и специальные. Технологические входы предназначены для движения транспорта и людей в мирное время. К ним можно отнести наклонные рампы (галереи) для проезда автомобилей, автокар и т. д. В поперечном сечении рампа представляет собой,

как правило, замкнутую раму. Угол наклона галереи при подходе к заглубленному убежищу не превышает 10°. Размеры галереи по ширине составляют 3,0—3,5, по высоте 2,7—3,0 м. Длина 35—40 м. Рампы в плане бывают прямыми или криволинейными. Разновидностью технологических входов могут служить вертикальные подъемники (лифты). Технологическими входами можно считать и входы лестничного типа, предназначенные для прохода людей. Необходимо в максимальной степени использовать все технологические входы как пути для заполнения убежищ укрываемыми.

Специальные входы предусматривают в случае, когда для своевременного заполнения убежища укрываемыми недостаточно технологических входов. Входы должны быть простыми в планировочно-конструктивном отношении и в то же время снижать нагрузки на конструкции убежищ от воздействия ударной волны и обеспечивать защиту от проникающей радиации (путем устройства поворотов на 90°).

Основными элементами входов являются: лестничный спуск или пандус, предтамбур, тамбур и защитные устройства в виде распашных защитно-герметических и герметических дверей. Размеры тамбура и предтамбура по ширине и глубине при распашных дверях должны быть на 0,6 м больше ширины дверного проема. Допускается в одном входе размещать два и более дверных проема.

Типовые габариты дверных проемов для пропуска людей: ширина 80 и 120, высота 180 и 200 см. Для пропуска транспортных средств вместо дверей устанавливают ворота подъемно-поворотного или раздвигающегося типа. Размеры проемов для пропуска транспорта: ширина 180—300, высота 240 см.

Входы подразделяются на тупиковые, сквозниковые и шахтные (рис. 4.4). Тупиковые входы — это прямые или с поворотом галереи наклонного типа, заканчивающиеся ограждающими конструкциями убежища и защитными устройствами. Особенностью таких входов является возможность затекания ударной волны с отражением ее от вертикальных преград, что создает максимальные динамические нагрузки. Сквозниковый вход представляет собой сквозную закрытую или частично закрытую галерею. Динамические нагрузки в сквозниковом входе, как правило, не превышают величину давления $\Delta P_ф$. Входы шахтного типа по характеру воздействия за-

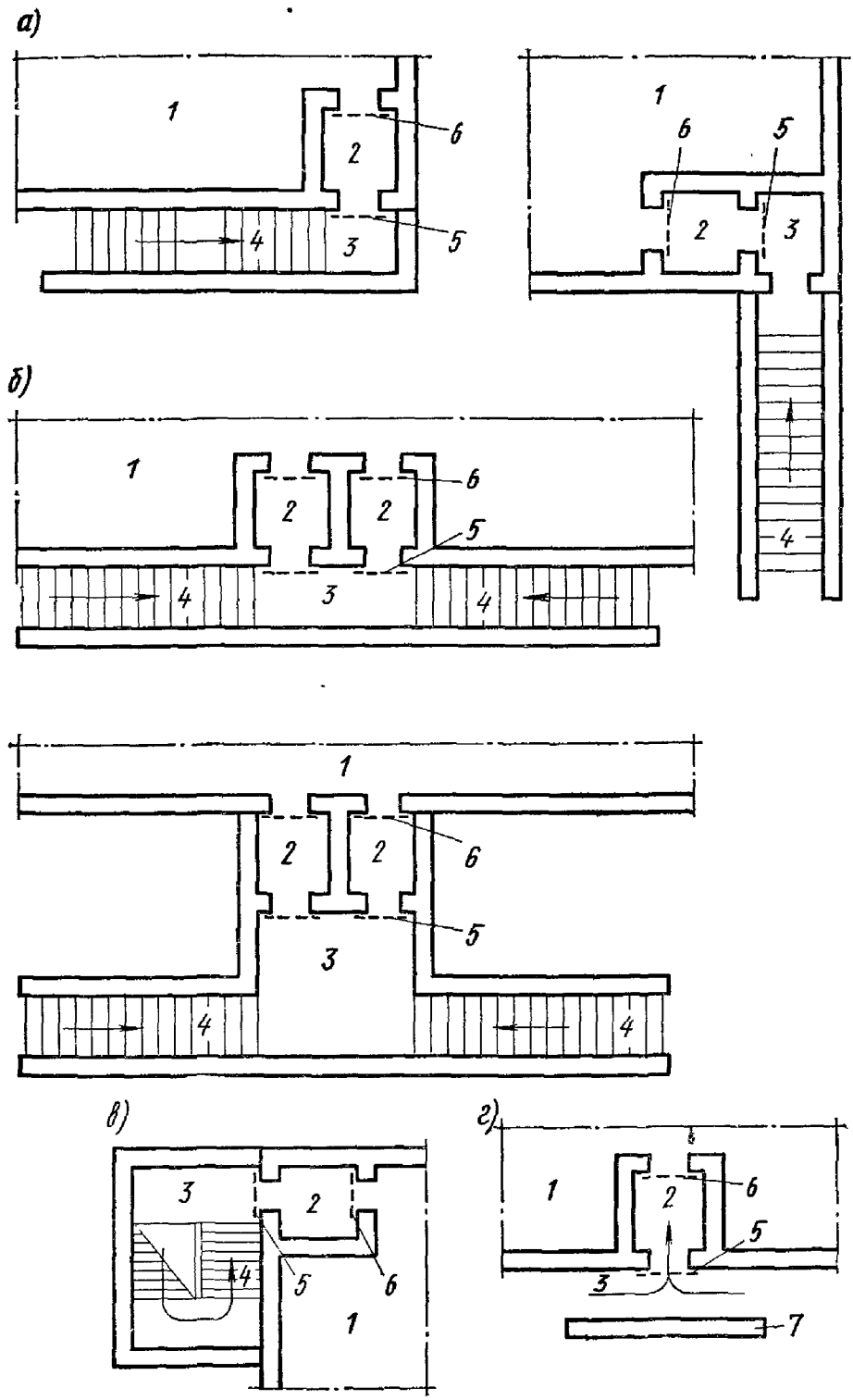


Рис. 4.4. Планировочные решения и типы входов в убежища

а — тупиковый; *б* — сквозниковый; *в* — шахтный; *г* — сквозниковый; для убежищ, расположенных в первых этажах зданий; *1* — помещение убежищ; *2* — тамбур; *3* — предтамбур; *4* — лестничный спуск; *5* — защитно-герметическая дверь; *6* — герметическая дверь; *7* — экран

нимают промежуточное положение. Во встроенных убежищах входы бывают наружные и внутренние. Наружные входы расположены за пределами габаритов убежища. Внутренние входы размещают в пределах габаритов здания, под которыми расположено убежище, например входы из лестничных клеток здания, из помещений первого этажа, из незащищенной подвальной части здания. Для защиты от атмосферных осадков над наружными входами устраивают павильоны из легко разрушаемых конструкций, выполненных из несгораемых материалов.

Устройство входов с поверхности земли для встроенных убежищ требует повышенного внимания к обеспечению защиты людей от проникающих излучений при прямой «засветке» помещений через дверные проемы. Целесообразно устройство перед защитными дверями с малым коэффициентом ослабления гамма-радиации и потока нейтронов экранов (рис. 4.4, *г*) из плотного и прочного материала, например из железобетона. Габариты экрана по длине должны исключать прямое попадание излучений через дверные проемы в помещения убежища (над входной галереей). Для защиты от проникающих излучений устраивают железобетонное покрытие с грунтовой засыпкой. По планировке такой вход напоминает сквозниковый тип входа. По толщине (защитным свойствам) экран должен быть таким же, как и ограждающие конструкции убежища при отсутствии грунтовой обсыпки стен.

Устройство входов в многоэтажные убежища, если они предусмотрены в уровне первого этажа (а именно так их следует проектировать), не отличается от входов в одноэтажные сооружения. Но исходя из их повышенной вместимости и относительно низкой пропускной способности типовых проемов (80—120 см), такие входы имеют большее число дверных проемов. Такое решение вызвано также тем, что для убежищ вместимостью 2000 чел. и более разместить в плане сооружения входы, оборудованные, как обычно, одной-двумя дверями, сложно и экономически невыгодно. Наличие в многоэтажных убежищах большого числа дверных проемов выдвигает повышенные требования к обеспечению их своевременного и надежного закрытия.

Составным элементом входа может быть тамбур-шлюз, предназначенный для пропуска опоздавших. Тамбур-шлюз устраивают вместо тамбура, он имеет несколь-

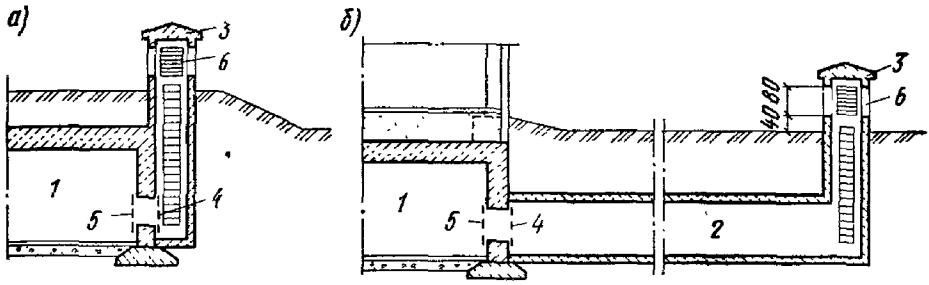


Рис. 4.5. Разрез аварийного выхода из убежища

а — примкнутый к убежищу; *б* — с устройством тоннеля; *1* — помещение убежища; *2* — тоннель аварийного выхода; *3* — неразрушаемый оголовок; *4* — защитно-герметический ставень; *5* — герметический ставень; *6* — жалюзийные решетки

ко бо́льшую площадь и вторую защитно-герметическую дверь, установленную непосредственно на входе в убежище. Шлюз может быть одно- или двухкамерным. После заполнения убежища помещение тамбура-шлюза используют для размещения укрываемых. Если ограждающие конструкции тамбуров рассчитывают на нагрузку от затекания воздушной волны через неплотности опирания защитно-герметической двери, то конструкции тамбуров-шлюзов рассчитывают на нагрузку от затекания волны через первую открытую защитно-герметическую дверь. Число тамбуров-шлюзов, их тип и площадь определяют нормативными документами.

Поскольку от воздействия ударной волны наземные конструкции зданий будут разрушены, а входы завалены обломками, в убежищах устраивают аварийный выход, обеспечивающий выход на незаваленную территорию или поверхность возможного завала. Форма завала, образующаяся при разрушении здания, такова, что ее наибольшая высота находится в пределах контура постройки. С увеличением расстояния от здания высота завала уменьшается и на удалении, равном половине высоты здания плюс 3 м, приближается к нулю. Высота завала зависит от типа и материалов здания. Наибольшая высота завала характерна для кирпичных многоэтажных зданий.

Аварийный выход представляет собой вертикальную шахту с оголовком, возвышающимся над завалом или уровнем земли. Шахта с оголовком может примыкать и к наружной стене убежища (рис. 4.5, *а*) или отнесена от него и соединена полупроходной галереей (рис. 4.5, *б*). Выбор решения зависит от типа убежища, характера,

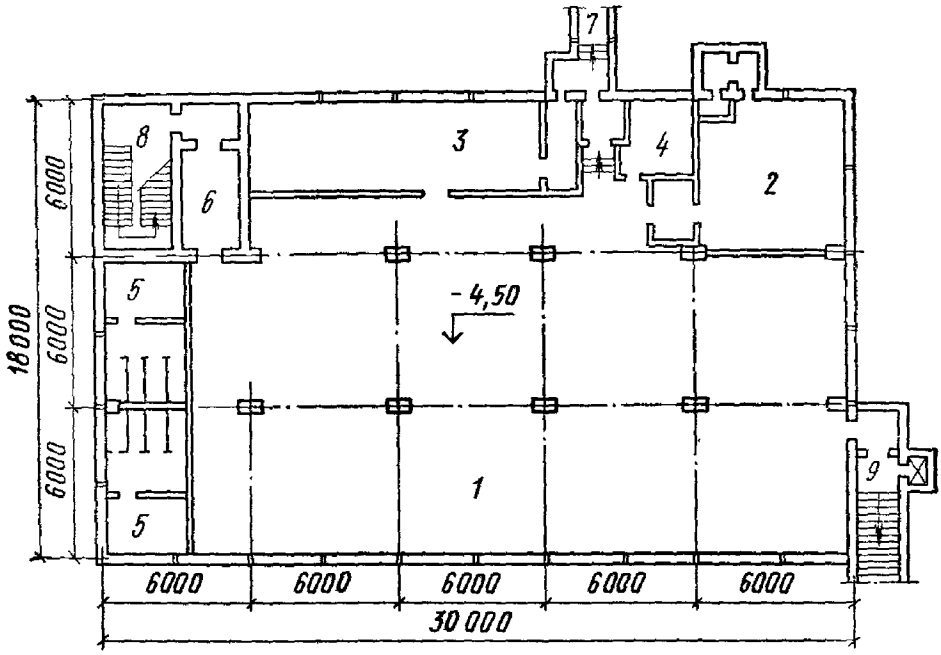


Рис. 4.6. Решение убежища, совмещенного с помещениями общественного назначения и расположенного под административным зданием

1 — зал; *2* — дизельная электростанция; *3* — помещение для фильтровентиляционного оборудования; *4* — щитовая; *5* — туалеты; *6* — тамбур—шлюз; *7* — аварийный выход; *8* — вход из помещения первого этажа; *9* — наружный вход

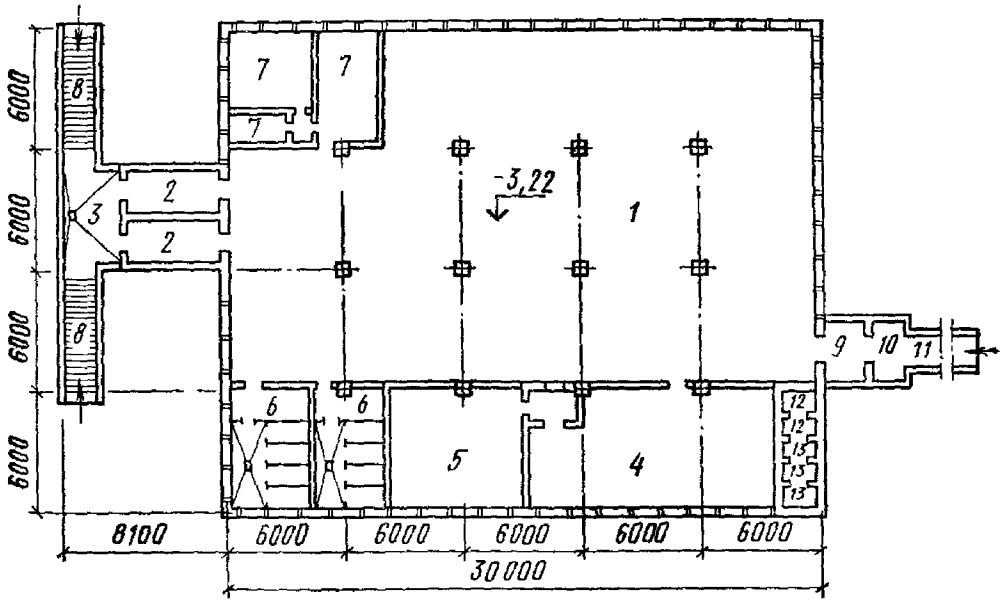


Рис. 4.7. Планировочное решение отдельно стоящего убежища, совмещенного с помещениями производственного назначения

1 — помещение производственного назначения; *2* — тамбур-шлюзы; *3* — предтамбур; *4* — помещение для фильтро-вентиляционного оборудования; *5* — дизельная электростанция; *6* — туалеты; *7* — пункт управления; *8* — лестничные спуски; *9* — тамбур рампы; *10* — предтамбур; *11* — наклонная рампа

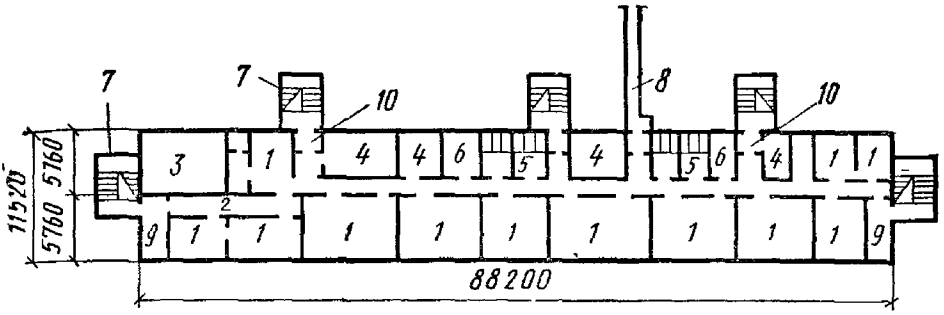


Рис. 4.8. Планировочное решение убежища, совмещенного с помещениями общественного назначения и расположенного под жилым зданием

1 — помещения общественного назначения (библиотека, клубная комната, выставочный зал и т. п.); *2* — коридоры; *3* — дизельная электростанция; *4* — помещения для фильтро-вентиляционного оборудования; *5* — туалеты; *6* — помещения для хранения баков с водой; *7* — наружные входы; *8* — аварийный выход; *9* — тамбур—шлюзы; *10* — тамбуры

плотности застройки и т. п. Выход укрываемых в шахте осуществляется по скобам через оголовок с проемом 60×80 см с деревянными или металлическими решетками, открываемыми вовнутрь. Допускается аварийный выход использовать в качестве входа с увеличением сечения галереи и устройством лестничного спуска. Наружный оголовок входа, совмещаемого с аварийным выходом, должен быть неразрушаемым.

В водонасыщенных грунтах уровень пола галереи и дна шахты должен находиться выше отметки уровня грунтовых вод. В исключительных случаях, например в отдельно стоящих убежищах, расположенных в зонах затопления, размещать шахту аварийного выхода следует на покрытии.

Поскольку аварийный выход используют обычно как канал воздухозабора, то при подходе к защитному сооружению в галерее аварийного выхода предусматривают небольшое уширение для размещения в стене убежища отверстий, закрываемых унифицированными защитными секциями, а также проемы для выхода (входа) с защитно-герметическими и герметическими ставнями (дверьми).

На рис. 4.6—4.8 приведены примеры планировочных решений убежищ с учетом использования сооружений в мирное время для народнохозяйственных нужд.

4.2. Конструкции убежищ

Ограждающие и несущие конструкции убежищ, возводимых заблаговременно, должны быть прочными и устойчивыми, а также огнестойкими и долговечными. В то же время они должны быть экономичными, проектироваться с учетом использования унифицированных заводских изделий с высокой степенью сборности и наименьшей трудоемкости. При проектировании конструкций сооружений двойного назначения следует руководствоваться требованиями соответствующих глав СНиПа.

Для конструкций убежищ в основном используют бетон класса не ниже В15, кирпич, бутовый камень и т. д. Предел прочности на сжатие должен быть не ниже: кирпича — 10, бутового камня — 15, раствора для кладки — 5 МПа. Для устройства ненесущих или несущих небольшую вертикальную нагрузку конструкций (внутренние ненесущие стены, перегородки) допускается применять тяжелый бетон более низкого класса, а также легкие бетоны класса не ниже В7,5.

Для армирования конструкций применяют горячекатаную сталь классов А-I, А-II и А-III. В качестве рабочей арматуры преимущественно используют сталь класса А-III; допускается применять углеродистую и низколегированную сталь классов А-IV и А-V. В ограждающих и несущих конструкциях убежищ применяют сборный, сборно-монолитный и монолитный железобетон. Возможны решения с использованием сборных железобетонных и бетонных конструкций, выпускаемых для жилищно-гражданского и промышленного строительства. Однако анализ существующей номенклатуры сборных железобетонных изделий показал, что имеется ограниченное число элементов, которые по своим прочностным характеристикам отвечают требованиям, предъявляемым к конструкциям убежищ, а дальнейшее повышение несущей способности сборных элементов при сохранении их параметров по длине порядка 6,0 м приводит к значительному увеличению массы конструкций. Даже при применении наиболее эффективных по расходу материала сечений, например элементов ребристого профиля, масса последних достигает 12—18 т на 1 м ширины покрытия убежища. Очевидно, что монтаж и изготовление элементов с такой массой потребуют применения специального кранового оборудования.

Более целесообразным является применение сборно-монолитных железобетонных конструкций. Сочетание монолитного бетона со сборными конструкциями позволяет уменьшить массу последних, повысить жесткость покрытия и герметичность убежища в целом. На основании экспериментов отечественными и зарубежными исследователями установлено, что сборно-монолитные конструкции при воздействии динамических нагрузок могут рассчитываться как монолитные. При скалывающих напряжениях, не превышающих 2—3 МПа, расслоения сборных элементов и монолитного бетона по шву-контакту не происходит, причем на прочность шва-контакта влияют характер (степень шероховатости) поверхности сборных элементов, состав бетонной смеси, качество укладки и ухода за бетоном. В зависимости от степени шероховатости сила сцепления монолитного бетона со сборным, выраженная в долях прочности монолитного бетона на срез, составляет:

при гладкой (заглаженной) поверхности	0,45
при естественной (шероховатой) поверхности	0,6
при наличии местных углублений (15×15×10 мм) с шагом 10×10 см	0,68
при втопленной щебенке размером 20—40 мм через 5—7 см в свежеуложенный и уплотненный бетон сборного элемента	0,8
при обработке поверхности свежеуложенного бетона сборного элемента раствором сульфитно-спиртовой барды с последующим удалением несхватившегося слоя бетона пескоструйным аппаратом	1,0

Повысить прочность сцепления нового и старого бетонов можно удалением цементной пленки с поверхности сборных элементов перед укладкой бетона, для чего используют стальные щетки, пескоструйный аппарат или обрабатывают поверхность 15—20 %-ным раствором соляной кислоты с последующей промывкой водой. Если расчетные напряжения по шву-контакту превосходят допустимые величины, необходимо монолитный и сборный бетон армировать, например, путем выпуска арматуры из сборных элементов. Такое решение неизбежно, например, при проектировании сборно-монолитных неразрезных ригелей, где на относительно узкой ширине скалывающие напряжения достигают значительных величин.

На основе исследований в области сборно-монолитного железобетона проектные институты Госстроя СССР разработали типовые конструкции убежищ применительно к схемам, приведенным на рис. 4.1, *а*. Проектным институтом ПИ-1 разработаны сборно-монолитные конструкции из линейных железобетонных элементов (серия У-01-01), а киевским институтом Промстройпроект — сборно-монолитные конструкции с безбалочным перекрытием (серия У-01-02) для строительства убежищ в сухих и водонасыщенных грунтах. В последние годы эти конструкции усовершенствованы и в настоящее время имеют шифр У-01-01/80 и У-01-02/80. Данные элементов серии У-01-01/80 приведены в табл. 4.1, разрезы сооружений для сухих и водонасыщенных грунтов — на рис. 4.9.

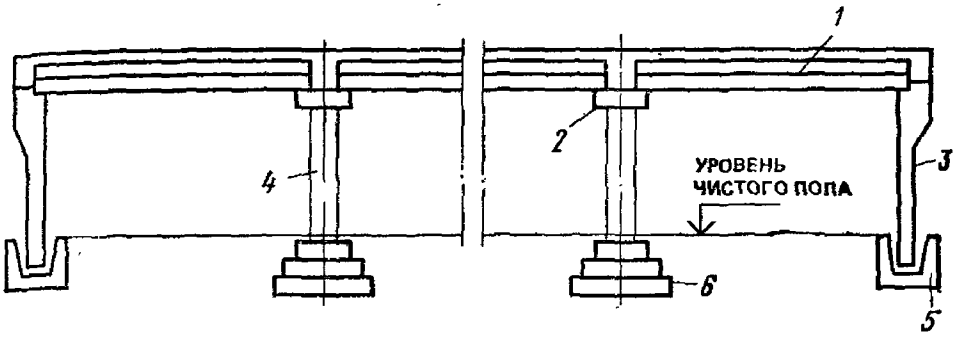
Особенностью конструктивного решения убежищ серии У-01-01/80 являются продольное расположение несущих конструкций (балок, стен), отсутствие пристенных колонн (кроме торцевых) и при больших нагрузках — наличие колонн типа вытянутых прямоугольников. Применение последних позволило при сравнительно небольшой высоте балок получить помещения с крупной сеткой колонн, а продольное расположение балок при отсутствии пристенных колонн улучшило интерьер основных помещений и упростило разводку коммуникаций.

Номенклатура конструкций встроенных и отдельно стоящих убежищ состоит из сборных продольных несущих стен, внутренних колонн, сборно-монолитных неразрезных продольных балок, укладываемых вдоль помещений, и сборно-монолитной неразрезной плиты покрытия. Конструкции убежищ рассчитаны на применение их в сухих и водонасыщенных грунтах. Для помещений, возводимых в сухих грунтах, предусмотрены отдельно стоящие фундаменты, в водонасыщенных грунтах — сплошное монолитное днище. Стены убежищ запроектированы из вертикальных панелей шириной около 3 м и устанавливаемых в продольный паз ленточного фундамента или фундаментной плиты. Стены убежищ, размещаемые в сухих и водонасыщенных грунтах, приняты одинаковыми по сечению, но с различным армированием. Применение стен одинакового размера по толщине при разных нагрузках оказалось возможным потому, что в водонасыщенных грунтах стеновые панели защемлены в покрытие и днище, а в сухих грунтах — только в покрытие.

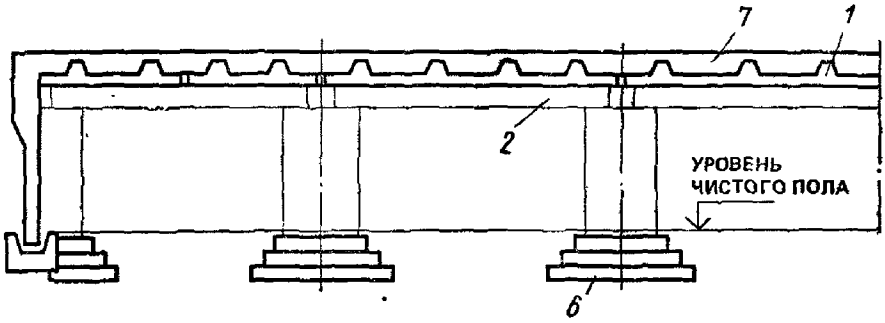
По верху стеновых панелей предусмотрена наружная

а)

ПОПЕРЕЧНЫЙ РАЗРЕЗ

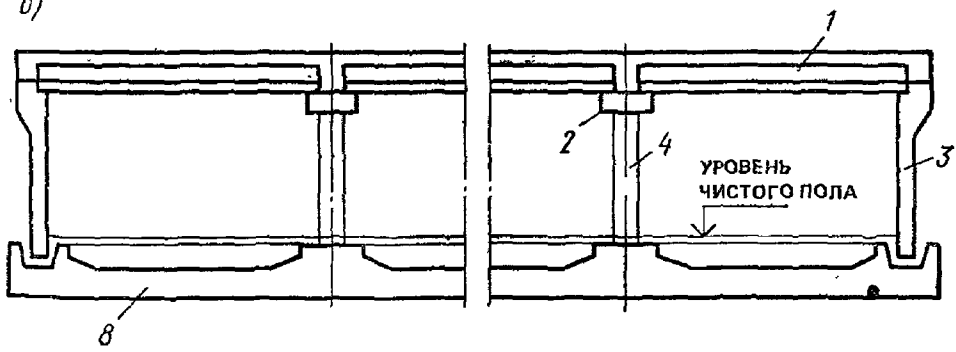


ПРОДОЛЬНЫЙ РАЗРЕЗ



ПОПЕРЕЧНЫЙ РАЗРЕЗ

б)



ПРОДОЛЬНЫЙ РАЗРЕЗ

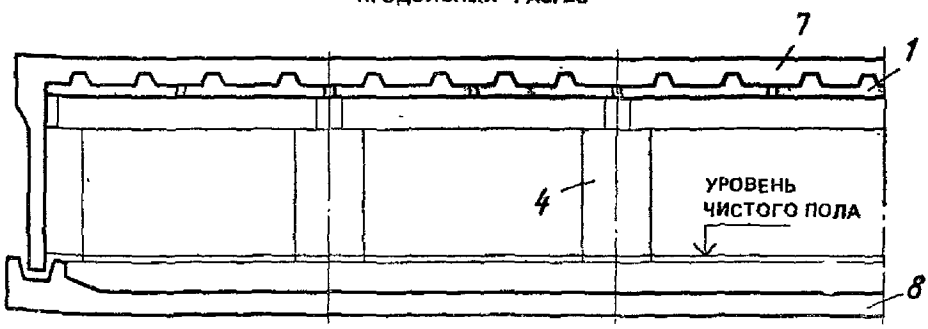
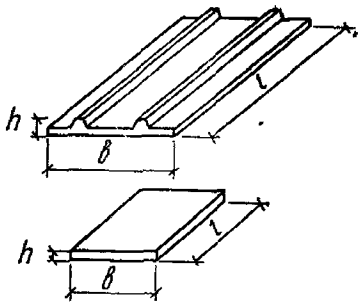
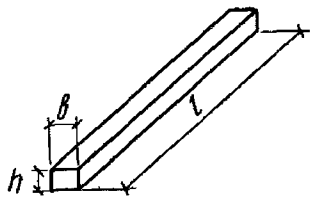
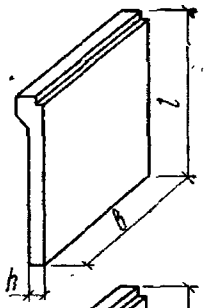
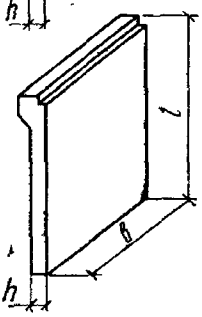


Рис. 4.9. Конструктивные разрезы убежищ, выполненных с применением железобетонных элементов серии У-01-01/80

а — для сухих грунтов; *б* — для водонасыщенных грунтов; *1* — плита покрытия; *2* — ригель; *3* — стеновые панели; *4* — колонны; *5* — фундамент под стены; *6* — фундамент под колонну; *7* — монолитный бетон в покрытии; *8* — монолитный бетон днища

Таблица 4.1. Номенклатура и характеристика сборных железобетонных элементов серии У-01-01/80

Элементы	Эскиз	Размеры, мм			Объем бетона, м³	Масса, т
		l	*b*	*h*		
Плиты покрытия		5670			2,36	5,9
		5470	2980	300	2,23	5,6
		2470		100	0,74	1,9
Балки покрытия		5700	800	600	2,73	6,8
Стеновые панели основные		3650	2980	350	3,8	9,4
Стеновые панели доборные		3650	1480	350	1,7	4,3

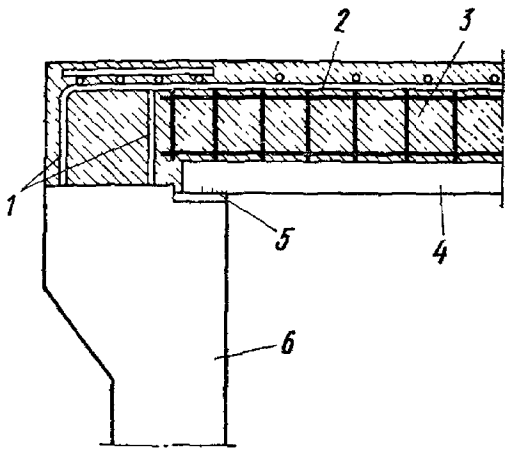


Рис. 4.10. Узел сопряжения стеновой панели со сборно-монолитным покрытием

1 — выпуски арматуры из стеновой панели; *2* — надопорная арматура сборно-монолитной плиты покрытия; *3* — арматурные приопорные каркасы; *4* — плита покрытия; *5* — сварка; *6* — панель

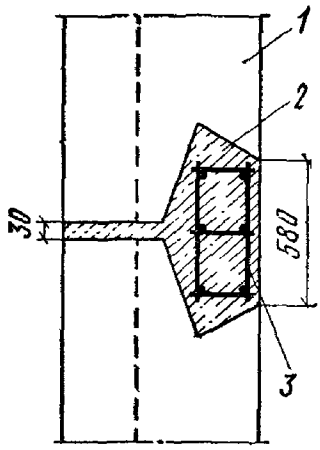


Рис. 4.11. Узел сопряжения стеновых панелей (в плане)

1 — стеновая панель; *2* — монолитный бетон; *3* — арматурные каркасы

консоль с вертикальными петлевыми выпусками арматуры (рис. 4.10). Консоль служит основанием для наружных стен надземной части здания, а выпуски из панелей арматуры обеспечивают жесткое соединение стен с покрытием. Швы между стеновыми панелями представляют собой вертикальные пазы типа «ласточкин хвост» (рис. 4.11), открытые со стороны помещения. При замоноличивании в эти швы устанавливают продольную (вертикальную) и поперечную арматуру.

Покрытие убежищ запроектировано из сборных балок сечением 0,6×0,8 м с выпусками поперечной арматуры (рис. 4.12), сборных плит шириной около 3 м и укладываемого по ним армированного монолитного бетона. Сборные балки и плиты выполняют функции несущих элементов и опалубки при замоноличивании покрытия, в них же размещена пролетная арматура покрытия. Надопорную арматуру балок и плит устанавливают в монолитном бетоне в виде сеток и пространственных каркасов. При пролетах покрытия 6,0 м применяют ребристые плиты, а при меньших пролетах — плоские. Соединение сборных конструкций при монтаже предусмотрено посредством сварки закладных деталей.

Для возведения убежища необходимо от 4—6 типоразмеров (элементов). Все сборные элементы изготовляют без предварительного напряжения. Колонны и фун-

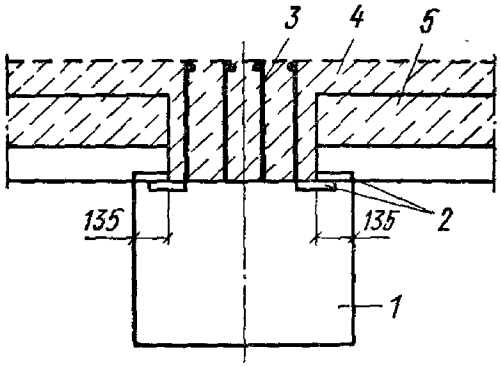


Рис. 4.12. Узел сопряжения ригеля со сборно-монолитной плитой

1 — ригель; *2* — закладные детали; *3* — выпуски поперечной арматуры из ригеля; *4* — монолитный бетон; *5* — плита

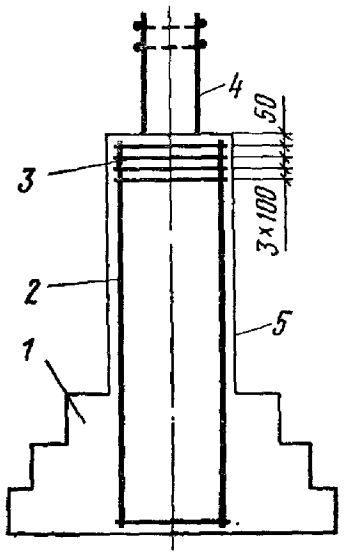


Рис. 4.13. Общий вид и сопряжение монолитной колонны с фундаментом

1 — фундамент; *2* — продольная арматура колонны; *3* — поперечные арматурные сетки; *4* — выпуски арматуры из колонны; *5* — колонна

даменты под стены и колонны запроектированы в монолитном железобетоне. Сопряжение колонны с отдельным фундаментом показано на рис. 4.13.

Характеристика сборных железобетонных элементов серии У-01-02/80 дана в табл. 4.2, а конструктивные разрезы сооружений для сухих и водонасыщенных грунтов показаны на рис. 4.14.

Безбалочное покрытие убежищ собирают из плоских фигурных сборных плит, опирающихся на капители колонн и консоли стеновых панелей. Среднюю часть каждой шестиметровой ячейки перекрывают квадратными плитами, опирающимися на края соседних плит. При монтаже сборные фигурные плиты и плиты, опирающиеся на консоли стеновых панелей, соединяют между собой путем приварки соединительных стержней (рис. 4.15). После монтажа плит покрытия на них устанавливают арматурные изделия, объединенные в пространственные каркасы, а также плоские каркасы и сетки, и укладывают монолитный бетон. Толщина монолитного бетона в зависимости от класса убежища составляет 250—450 мм.

Рабочая пролетная арматура покрытия размещена в сборных плитах (кроме средних квадратных плит), надопорная арматура расположена в монолитном бетоне.

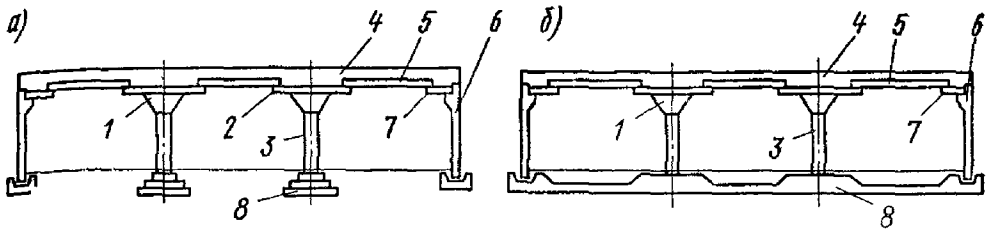


Рис. 4.14. Конструктивные разрезы убежищ, выполненные с применением железобетонных элементов У-01-02/80

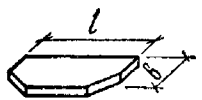
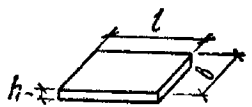
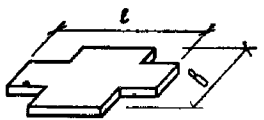
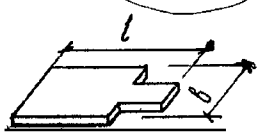
а — для сухих грунтов; *б* — для водонасыщенных грунтов; *1* — капители; *2* — фигурные плиты надколонной полосы; *3* — колонны; *4* — монолитный бетон; *5* — квадратные плиты; *6* — стеновые панели; *7* — консольные плиты; *8* — монолитное днище

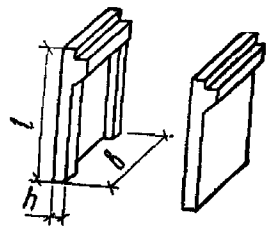
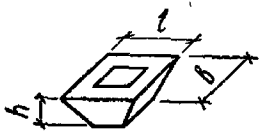
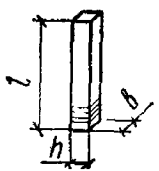
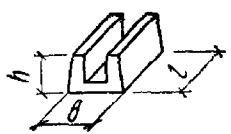
В зоне квадратных плит (в связи с невозможностью обеспечения необходимой длины анкеровки арматуры в сборных плитах) рабочая арматура расположена в монолитном бетоне, непосредственно по верху сборных плит. Опалубочные размеры плиты приняты одинаковыми для всех классов убежищ.

Колонны запроектированы квадратного сечения двух типоразмеров: 800×800 мм и 600×600 мм. На колонны устанавливают сборные капители. В верхней части колонн предусмотрены арматурные выпуски, проходящие сквозь полость капители в монолитную плиту (рис. 4.16) и обеспечивающие (после затвердения монолитного бетона) жесткость узловых сопряжений колонн с покрытием. Капители укладывают на слой цементного раствора. Внутреннюю полость капителей заполняют бетоном класса В30 не менее чем на $^1/_3$ высоты капители. Последующий монтаж сборных плит покрытия производят не ранее чем через сутки после укладки монолитного бетона в полость капителей. В верхней части колонн предусматривают сетки косвенного армирования. Стеновые панели приняты с вертикальной разрезкой шириной 1,5 м двух типов: плоские и ребристые.

В сооружениях, возводимых в сухих грунтах, по осям колонн предусматривают установку плоских панелей, а на остальных участках — ребристых. В сооружениях, возводимых в водонасыщенных грунтах, принцип расстановки панелей принят такой: для сооружений классов А-II и А-III — все панели приняты плоские, а в сооружениях класса А-IV — как для сухих грунтов. Толщину панелей и их армирование принимают в зависимости от класса убежища и грунтовых условий. В верхней части стеновых панелей предусмотрены выпуски арматуры,

Таблица 42. Номенклатура и характеристика сборных железобетонных элементов серии У-01-02/80

Элементы	Эскиз	Размеры, мм			Объем бетона, м³	Расход арматуры, кг
		l	b	h		
Плиты покрытия		5100	3100	120	1,61	230—438
		4800	1300—1550	120	0,64—0,78	93—170
		3100	3100	80	0,76	85—110
		5990	2990	120	1,98	216—341
		5750	2990	120	1,98	207—327

Панели стеновые		4000 4000	1480 1480	300—400 300—400	1,23—1,47 1,97—2,56	183—360 176—269
Капители		1700—1900	1700—1900	580	0,82—1,0	89—130
Колонны		4100—4400	600—800	600—800	1,13—2,14	89—257
Ленточные фундаменты		1980	1000—1200	750—900	1,18—1,47	36—42

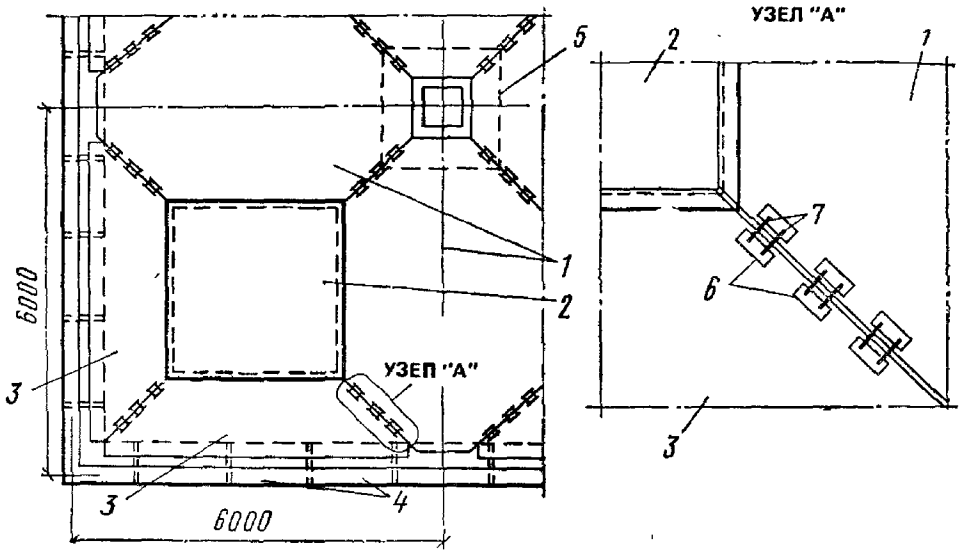


Рис. 4.15. Соединение сборных плит покрытия

1 — фигурные плиты надколонной полосы; *2* — квадратные плиты; *3* — консольные плиты; *4* — стеновые панели; *5* — капитель; *6* — закладные изделия; *7* — соединительные стержни

к которым при монтаже приваривают надопорную арматуру покрытия, чем обеспечивается жесткость соединения всех стеновых панелей с покрытием. Вертикальные швы стеновых панелей замоноличивают цементным раствором. В сооружениях, возводимых в водонасыщенных грунтах, швы между панелями рекомендуется заполнять раствором на напрягающем или расширяющемся цементе. По наружному периметру стен для опирания фундаментов под колонны вышестоящего здания устраивают консоль. Участки стен с дверными проемами, а также углы сооружения выполняют из монолитного бетона.

Фундаменты под колонны при отсутствии грунтовых вод делают монолитными, столбчатыми стаканного типа. Фундаменты под стеновые панели приняты сборными, лоткообразными (рис. 4.17). При наличии грунтовых вод устраивают сплошную монолитную фундаментную плиту — днище, представляющее собой опрокинутое безбалочное покрытие. В этом случае сборные колонны устанавливают в стаканы, а стеновые панели — в пазы в конструкции днища.

Общее число типоразмеров (элементов), необходимых для возведения убежища, колеблется от 8 до 10. Все конструкции выполнены без предварительного напряжения.

Моспромпроектом предложены модернизированные

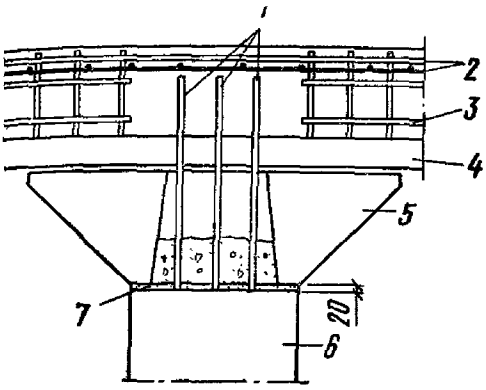


Рис. 4.16. Узел сопряжения капители покрытием и колонной

1 — выпуски арматуры из колонн; *2* — надопорные сетки фигурных плит; *3* — вертикальные арматурные каркасы по периметру капители; *4* — фигурные плиты; *5* — капитель; *6* — колонна; *7* — слой цементного раствора

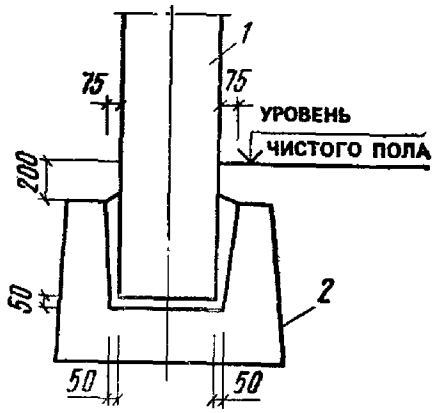


Рис. 4.17. Узел сопряжения стеновой панели с лотковым фундаментом

1 — колонна; *2* — лотковый фундамент

конструкции убежищ, разработанные на основе серии У-01-01/80, для строительства в водонасыщенных грунтах. Они включают в себя элементы плит покрытия с ребрами вниз и выпусками арматуры для сцепления с монолитным бетоном, укладываемым сверху. Плиты устанавливают на ригели, конструкция которых аналогична применяемым в серии У-01-01/80, но с увеличением длины (до 7,2 м). Это позволяет более эффективно использовать подобные сооружения под гаражи-стоянки легковых автомобилей. Стеновые панели имеют ребристую конструкцию с гидроизоляционной полиэтиленовой самоанкерующейся пленкой, закладываемой при изготовлении элементов. Днище — плоская монолитная железобетонная плита с местным утолщением по периметру наружных стен для обеспечения надежного опирания на него стеновых панелей и крайнего ряда колонн. На подготовку под днище предусматривают укладку гидроизоляционного ковра из полиэтиленовой пленки со сваркой швов. По полиэтиленовой пленке, уложенной ребрами вверх, делают защитную стяжку из цементно-песчаного раствора слоем толщиной 30 мм. Колонны сборные опирают на специальные банкетки, с закреплением их анкерными болтами. Особое внимание уделено выполнению стыков сборных стеновых панелей. Для обеспечения герметичности стыков предусматриваются:

заполнение вертикальных пазух-шпонок между пане-

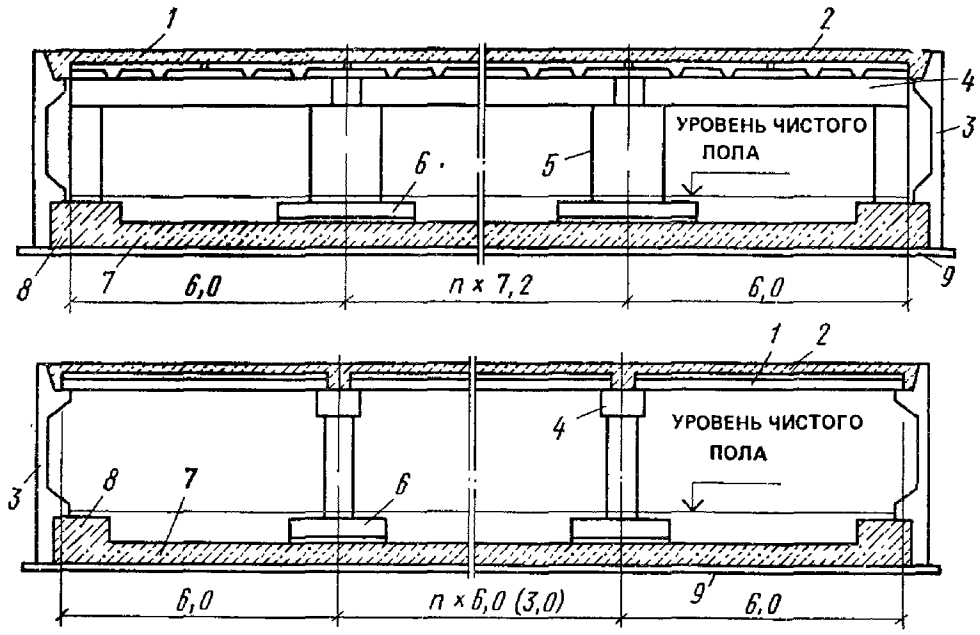


Рис. 4.18. Конструктивное решение убежища, проектируемого в водовасыщенных грунтах

Сверху — продольный разрез; внизу — поперечный разрез; *1* — сборные плиты; *2* — монолитный железобетон в покрытии; *3* — стеновые панели; *4* — ригели; *5* — колонны; *6* — банкетки под средние колонны; *7* — монолитная железобетонная плита днища; *8* — утолщение плиты днища; *9* — бетонная подготовка

лями пескобетоном класса В30 на напрягающем цементе. Для качественного заполнения пазух работу рекомендуется выполнять путем инъекции снизу вверх;

стыковка полиэтиленовой гидроизоляции наложением и приваркой полос шириной 30 см из того же материала.

Поперечные разрезы защитного сооружения предложенной конструкции показаны на рис. 4.18.

При проектировании покрытий встроенных убежищ решают вопрос о возможности опирания на них конструкций наземной части здания. Наиболее целесообразно конструктивное решение сопряжения выполнять таким образом, чтобы покрытие и элементы наземной части здания были бы «отрезаны» друг от друга, т. е. фундаментные башмаки под колонны (или ленточные фундаменты под стены) свободно устанавливались на железобетонное покрытие убежища. Вариант сопряжения, показанный на рис. 4.19, сверху обеспечивает простое производство работ, четкое разделение монтажа подвальной части и каркаса многоэтажного здания. Размеры типового башмака, рассчитанные из условия опирания его на грунт, в этих условиях могут быть значительно уменьшены. Ус-

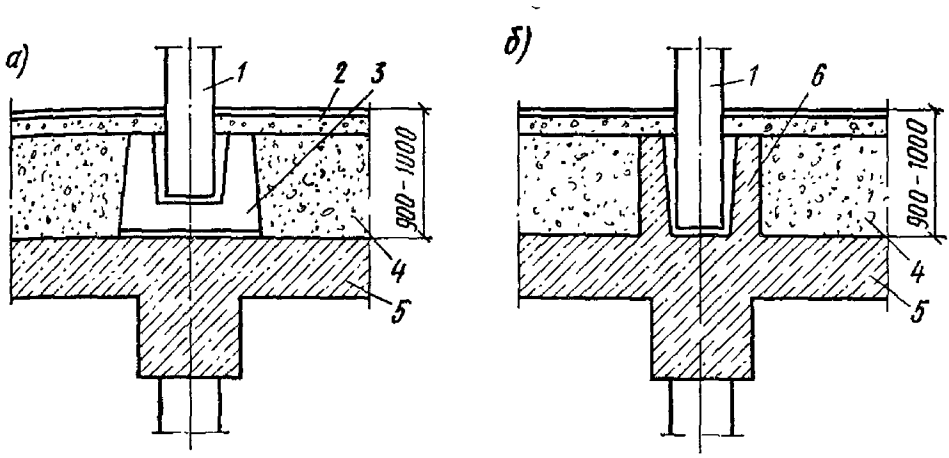


Рис. 4.19. Схемы опирания каркаса здания на покрытие убежища

а — свободное опирание башмака под колонной на покрытие; *б* — конструктивное защемление (заделка) колонны в фундамент; *1* — колонна; *2* — конструкции пола первого этажа; *3* — башмак под колонну; *4* — грунтовая засыпка; *5* — конструкции покрытия убежища; *6* — стенки стакана башмака из монолитного бетона

тановка сборных фундаментов на покрытие убежища потребует увеличения слоя грунтовой засыпки до 90—100 см. Это пространство можно использовать для прокладки инженерных коммуникаций.

Существуют здания, для которых необходима заделка наземных конструкций в фундаменную часть. Поэтому в этих зданиях не следует размещать подвальные убежища либо располагать их вне пределов ядра жесткости. Можно пойти и по пути создания конструктивной связи элементов, обеспечивающих устойчивость здания на покрытии убежища, с таким расчетом, чтобы усилия, возникающие при их разрушении, не оказывали существенного влияния на снижение прочности и герметичности ограждающих конструкций убежищ (рис. 4.19, *б*).

При отсутствии типовых конструкций серий У-01-01/80 и У-01-02/80, а также при планировочных схемах, в которых габариты пролетов не отвечают унифицированным изделиям, возможно устройство покрытий убежищ из усиленных железобетонных элементов промышленного и гражданского строительства. Усиление этих элементов выполняют двумя путями. Во-первых, путем повышения несущей способности сборных конструкций в заводских условиях за счет увеличения площади рабочей арматуры (повышения ее класса). Этот путь вызывает некоторые трудности, так как требует переработки рабочих чертежей изделий, освоенных промышленностью. Как

показывают расчеты, добиться значительного увеличения несущей способности конструкций этим способом довольно сложно. Во-вторых, используют существующие изделия, обладающие наиболее высокой несущей способностью, в сочетании с дополнительно устанавливаемой рабочей арматурой между сборными элементами и последующим замоноличиванием их бетоном на месте строительства. Дополнительная арматура (продольная и поперечная) размещается в промежутках между сборными элементами. При данном решении целесообразно использовать сборные элементы небольшой ширины. Дополнительная надопорная арматура в слое монолитного бетона обеспечивает неразрезность конструкций.

Более ощутимый эффект может дать дополнительное уменьшение пролета сборных элементов, например, применение плит или панелей длиной около 6 м в сооружениях, где может быть допущен шаг вертикальных несущих конструкций порядка 3 м.

В ряде случаев технически и экономически целесообразно возведение убежищ из монолитного железобетона. Преимущества монолитных конструкций особенно очевидны в районах с мало развитой базой для полносборного строительства, районах с высокой сейсмичностью, возможного затопления и т. п. С точки зрения прочностных характеристик, жесткости и пространственной устойчивости сооружений, высокой герметичности, удобства и надежности установки закладных деталей, возможности осуществления простейших решений пропуска через конструкции коммуникаций, устройства входных проемов монолитный бетон обладает безусловными преимуществами перед сборным.

В данном случае представляет интерес применение безопалубочного способа бетонирования, суть которого заключается в том, что возводят жесткий и устойчивый арматурный каркас сооружения, способный воспринять нагрузки от собственного веса бетона и монтажных нагрузок. При устройстве покрытия в качестве дополнительных несущих элементов используют инвентарные металлические стойки, уменьшающие пролет. В стенах с внутренней и наружной стороны, а в покрытии снизу к каркасу крепят скрутками мелкоячеистую тканую сетку (рис. 4.20). Опыт строительства сооружений таким способом показал хорошие результаты.

Определенного экономического эффекта, а также сни-

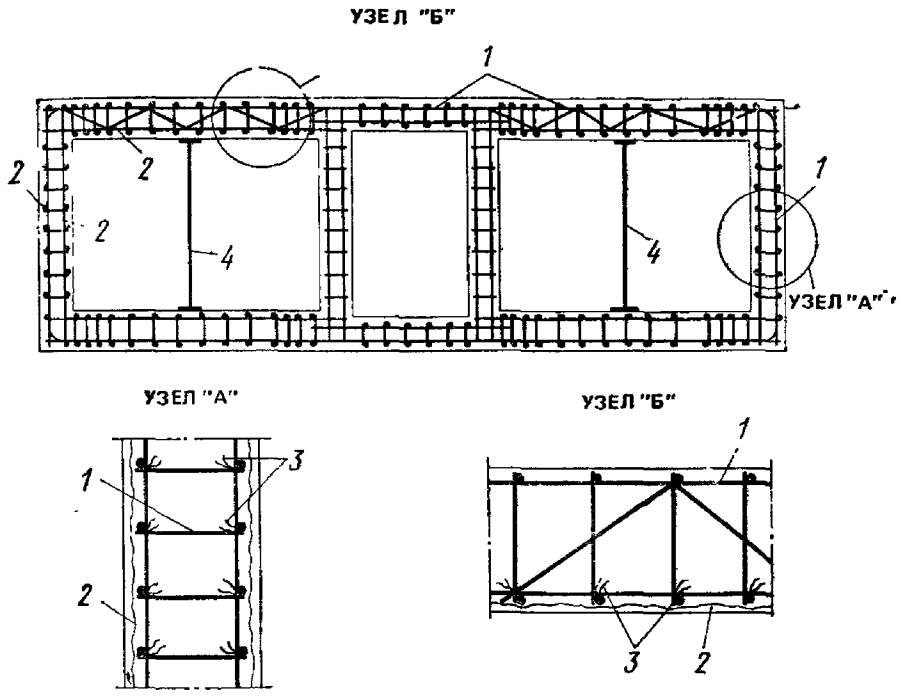


Рис. 4.20. Схема армирования убежища при безопалубочном бетонировании

1 — несущие арматурные каркасы; *2* — металлическая тканая сетка; *3* — скрутки вязальной проволокой; *4* — инвентарные металлические стойки

жения массы элементов покрытия можно добиться путем применения криволинейных тонкостенных пространственных конструкций: цилиндрических оболочек, оболочек двоякой кривизны, арок, куполов, висячих покрытий и т. д. Вполне приемлемы цилиндрические оболочки и оболочки двоякой кривизны в качестве унифицированных элементов для шага колонн 6—12 м. Как показали испытания, эти конструкции достаточно хорошо воспринимают динамическую нагрузку от воздушной ударной волны.

Для снижения нагрузок от сейсмовзрывных волн в грунте перед ограждающими конструкциями можно устроить прослойки из податливых материалов.

В изгибаемых конструкциях слабым местом является сжатая зона, где разрушение происходит за счет выкола бетона и потери устойчивости продольной арматуры. Были испытаны на динамическую нагрузку балки, в которых сжатая зона (до расчетного положения нейтральной оси) выполнена из дисперсно-армированного бетона. В качестве армирующего наполнителя использовали неориентированные отрезки тонкой проволоки. Установле-

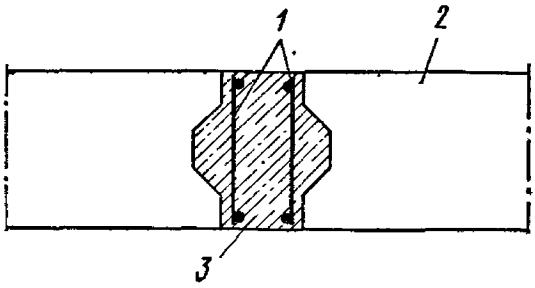


Рис. 4.21. Узел усиления кладки стен из бетонных блоков

1 — арматурные каркасы; *2* — бетонные блоки; *3* — монолитный бетон

но, что при прогибах до $^1/_{30}$ пролета сжатая зона сохраняла прочность, т. е. применением дисперсного армирования сжатой зоны конструкций защитных сооружений можно повысить их несущую способность.

Как уже было сказано, материалами для возведения убежищ могут служить бетонные блоки и кирпич. Наружные стены из бетонных блоков (кирпичной кладки), имеющие равномерную пригрузку от конструкций покрытий, работают как внецентренно сжатые элементы и обладают достаточно высокой несущей способностью. При необходимости стены из бетонных блоков можно проектировать с дополнительным усилением в виде вертикального армирования. С этой целью бетонные блоки устанавливают с некоторой раздвижкой без перевязки швов. Образовавшиеся вертикальные пазы после установки арматурных каркасов заполняют бетоном (рис. 4.21).

В последнее время заводами железобетонных изделий освоен выпуск дырчатых железобетонных стеновых блоков типа УДБ, армированных плоскими или объемными каркасами (рис. 4.22, *а*).

Для использования в строительстве убежищ несущую способность блоков следует повысить, заполняя пустоты блоков бетоном и размещая в них рабочую арматуру (рис. 4.22, *б*). Мероприятия, проводимые по усилению стен из дырчатых блоков, повысят и их герметичность. Заполнение пустот бетоном не исключает проникания воздуха по горизонтальным швам в местах расположения поперечных диафрагм. Чтобы избежать наличия «уязвимых» мест, рекомендуется незначительное изменение конструкции блоков. В нижней части поперечных диафрагм предусматривают вырезы, соединяющие вертикальные пустоты (рис. 4.22, *в*). При заполнении пустот бетоном образуется практически герметичная стена.

При проектировании убежищ в водонасыщенных грун-

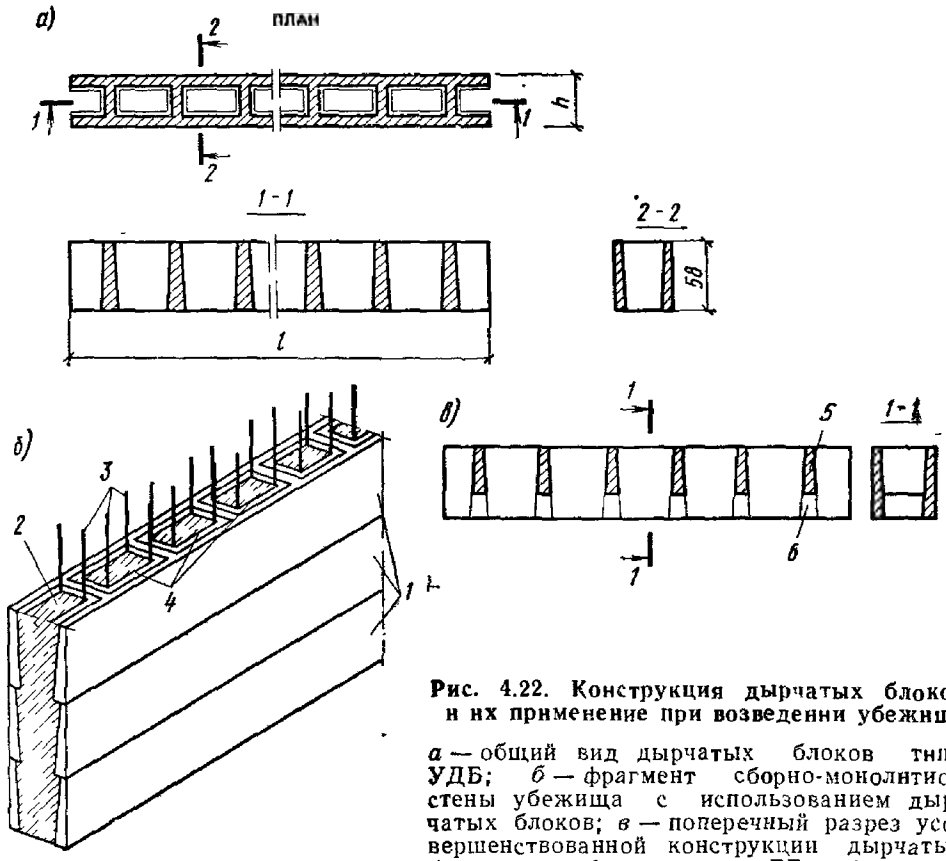


Рис. 4.22. Конструкция дырчатых блоков и их применение при возведении убежищ

а — общий вид дырчатых блоков типа УДБ; *б* — фрагмент сборно-монолитной стены убежища с использованием дырчатых блоков; *в* — поперечный разрез усовершенствованной конструкции дырчатых блоков; *1* — блоки типа УДБ; *2* — монолитный бетон; *3* — рабочая продольная арматура; *4* — поперечные стержни пространственного каркаса; *5* — поперечная диафрагма блоков; *6* — вырез в поперечной диафрагме

тах и устройстве монолитной плиты днища арматурные стержни выпусков основания (плиты) заводят в отверстия блоков.

Элементы покрытия и стен должны быть надежно закреплены в узлах их сопряжения.

Соединение сборных железобетонных элементов покрытия и стен осуществляют сваркой через специально предусмотренные закладные детали с замоноличиванием узлов. При возведении стен из бетонных блоков или кирпичной кладки связь элементов покрытия со стенами достигается установкой анкеров. Анкеры размещают равномерно по длине кладки не менее 2 см^2 на 1 м. Длина заделываемой части анкеров в стену и покрытие должна быть не менее 30d стержней. Поскольку длина основного типового блока составляет 240 см, для обеспечения равномерной анкеровки конструкций верхний ряд стен ре-

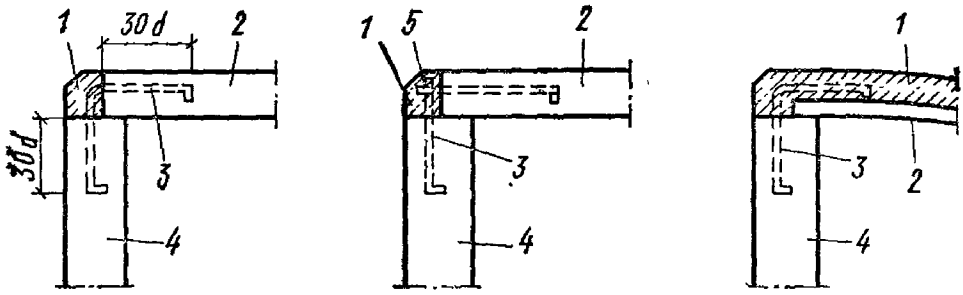


Рис. 4.23. Узлы сопряжения покрытия со стенами из бетонных блоков (кирпичной кладки)

1 — монолитный бетон; *2* — сборный элемент покрытия; *3* — анкерные стержни, заводимые в стену и покрытие; *4* — стена; *5* — продольный стержень

комендуется выкладывать из блоков длиной 60 см. В покрытии анкеры заводят в швы между элементами. При ширине сборных элементов, не совпадающих с шагом 60 см, в швы укладывают стержни с небольшим выпуском наружу и приваривают их к стержню, соединенному с выпусками анкеров из стен. Узел сопряжения заделывают бетоном. При сборно-монолитном покрытии значительно упрощается конструкция заделки анкеров путем заведения их в слой монолитного бетона (рис. 4.23). Усиление стен из штучных элементов путем их армирования проводят также в углах, пересечениях и примыканиях. Для этой цели используют отдельные стержни, сварные либо вязаные сетки.

При воздействии обычного оружия, т. е. взрыве снаряда или авиабомбы, наружная стена убежища испытывает горизонтальное силовое воздействие. В уровне пола опорой изгибаемой наружной стены служит бетонная подготовка пола (при сухих грунтах) либо монолитное железобетонное днище (в водонасыщенных грунтах). В уровне покрытия усилия воспринимаются за счет работы на срез бетона и арматуры либо сварочных швов в узле сопряжения элементов.

Выбор материала и конструктивного решения стен убежищ, встроенных в первые этажи зданий различного назначения, связан с повышенными значениями динамических нагрузок и радиационных излучений по сравнению с заглубленными убежищами. Основным материалом для устройства возвышающихся стен служит монолитный железобетон. Поскольку помещения первого этажа зданий, в которых расположены убежища, используют для нужд мирного времени, они, как правило явля-

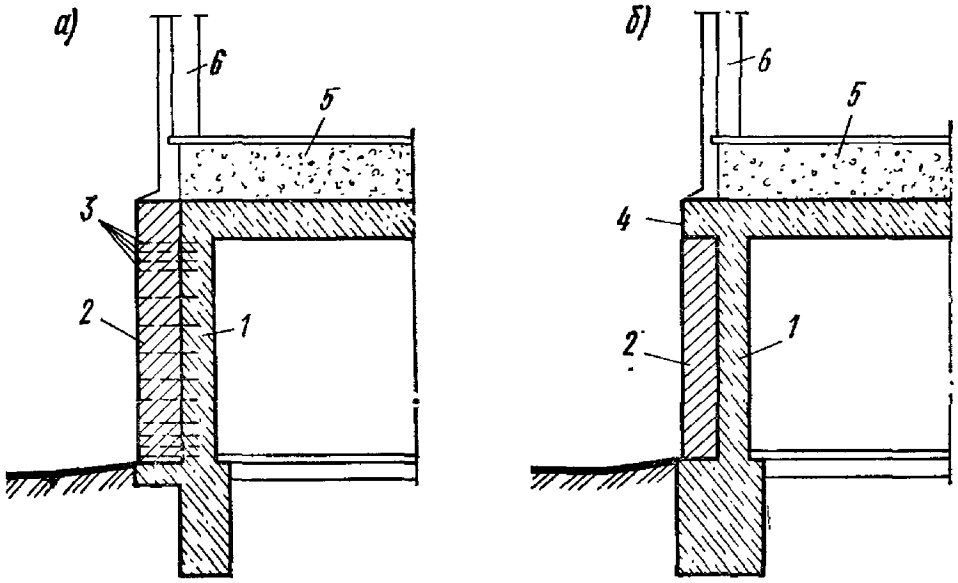


Рис. 4.24. Решения наружных стен комплексной конструкции

а — использование поперечного армирования; *б* — устройство железобетонных упоров; *1* — железобетонная часть стены; *2* — кирпичная кладка; *3* — арматурные сетки; *4* — железобетонный упор в уровне покрытия; *5* — грунтовая засыпка; *6* — конструкции наземной части здания

ются отапливаемыми, и при их проектировании необходим теплотехнический расчет. Обычно для стен из тяжелого железобетона требуется дополнительная облицовка менее теплопроводным материалом. Так, для стен толщиной 30—40 см необходима облицовка снаружи в 1—1,5 кирпича. Даже при толщине стен 80 см следует предусматривать облицовку в $^1/_2$ кирпича. Дополнительная облицовка приводит к удорожанию убежищ, поэтому целесообразно часть сечения железобетонной стены заменить более дешевой кирпичной кладкой. Чтобы обеспечить совместную работу разнородных материалов при кладке стен из кирпича, в швах устанавливают поперечную арматуру (сетку), выступающую за грань стены и заанкериваемую в часть стены, выполненную из железобетона (рис. 4.24, *а*) Возможно решение, при котором в уровне фундамента и покрытия устраивают упоры из монолитного железобетона, препятствующие взаимному горизонтальному смещению разнородных материалов по шву-контакту (рис. 4.24, *б*). Опытная проверка работы таких конструкций на динамическую нагрузку дала положительные результаты.

Для возведения стен убежищ, встроенных в первые

этажи зданий, возможно применение типовых сборных панелей серий У-01-01/80 и У-01-02/80. При этом следует использовать стеновые панели для убежищ в районах с высоким уровнем грунтовых вод, так как эти конструкции обладают более высокой несущей способностью. Дополнительное усиление, которое может потребоваться, показано на схеме решения рис. 4.24, *б*.

Фундаменты убежищ, встроенных в первые этажи зданий, проектируют с учетом нагрузки наружных стен, приводящей к большим горизонтальным усилиям в уровне верха фундаментов. Жесткое соединение стен и фундаментов обеспечивают устройством фундаментов из монолитного железобетона. Так же следует проектировать соединение внутренних колонн с фундаментами (ленточными перекрестными, с шагом, равным шагу колонн).

В заглубленных котлованных многоэтажных убежищах воспринимают инерционные нагрузки вертикального направления с примерно равными максимумами разных знаков и сжимающие горизонтальные усилия от давления волны сжатия на наружные стены. В конструкциях перекрытий применяют симметричное армирование. Поскольку типовые конструкции междуэтажных перекрытий отсутствуют, для их устройства можно использовать монолитный железобетон либо применить сборно-монолитные унифицированные конструкции покрытий убежищ серий У-01-01/80 и У-01-02/80 с уменьшенными толщиной слоя монолитного бетона и площадью рабочей арматуры, а также с изменением схемы армирования, соответствующей характеру действия инерционных нагрузок.

Технологическое оборудование, размещаемое на перекрытиях, снабжают анкерными креплениями, гарантирующими их стабильное положение при колебаниях.

Наружные стены многоэтажных убежищ проектируют в сборно-монолитном или монолитном железобетоне. Сборно-монолитное решение наружных стен с использованием бетонных блоков показано на рис. 4.25. Между блоками длиной 240 см устраивают монолитную вставку шириной 60 см с соответствующим армированием. Даже при отсутствии пригрузки с покрытия и междуэтажных перекрытий блоки из бетона класса В30 обладают достаточной прочностью и передают горизонтальные усилия на

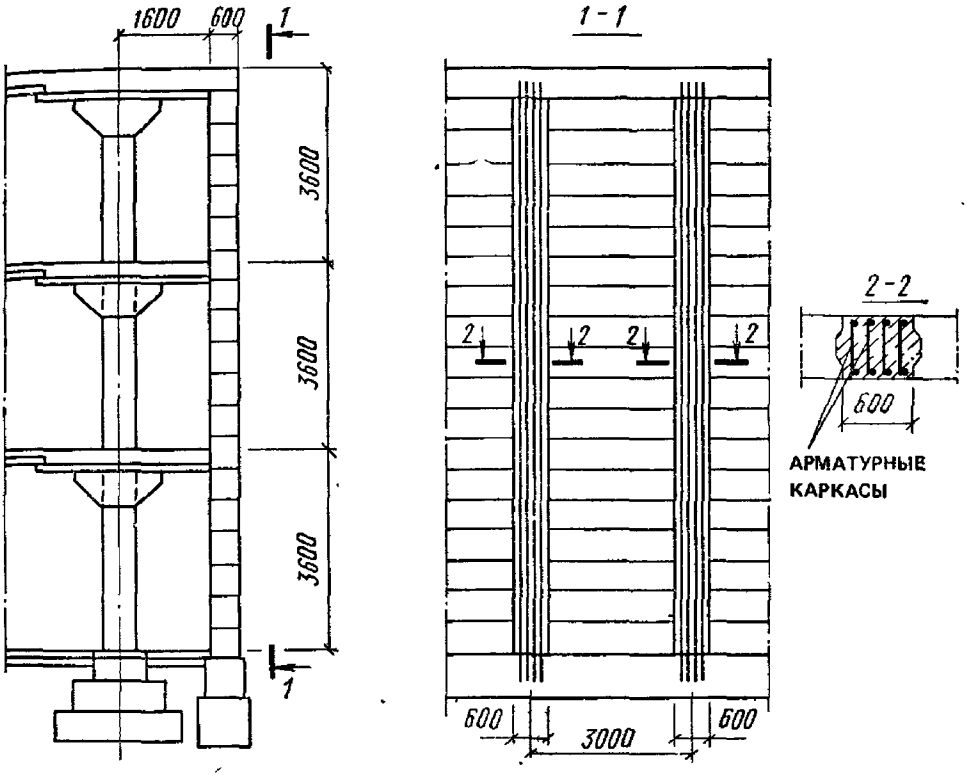


Рис. 4.25. Фрагмент устройства наружной стены многоэтажного убежища из бетонных блоков

вставки, работающие как балочные неразрезные конструкции с пролетом, равным высоте этажа.

В сборном железобетоне элементы наружных стен и колонны целесообразно проектировать сквозными (неразрезными). Однако следует указать, что даже при сравнительно небольшой ширине стеновой панели (до 1 м) масса стены оказывается значительной, например для трехэтажного убежища около 13,0 т. Узлы сопряжения междуэтажных перекрытий с колоннами и стенами показаны на рис. 4.26.

Рассмотренные выше конструктивные решения многоэтажных убежищ применимы при котлованном способе производства земляных работ.

Отметим, что в последние годы в мировой практике промышленного и гражданского строительства широкое распространение получил весьма эффективный — траншейный способ производства работ или так называемый способ «стена в грунте».

Шагом вперед в индустриализации строительства многоэтажных заглубленных сооружений следует также

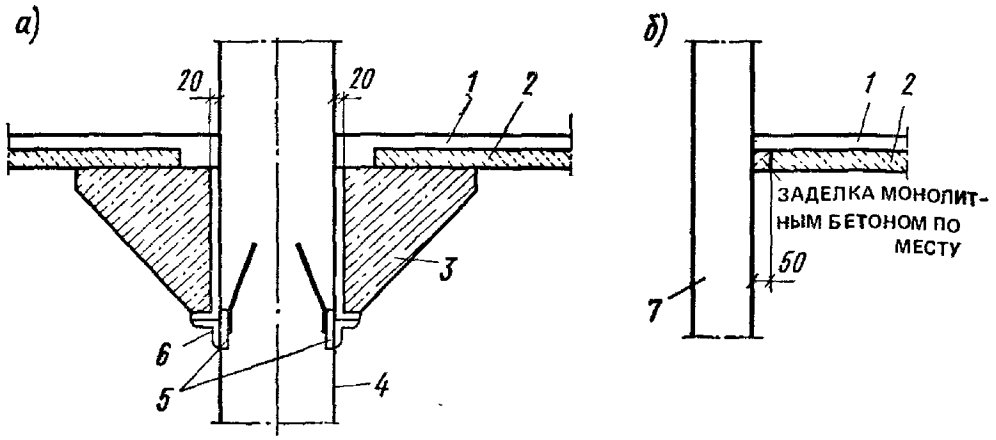


Рис. 42.6. Узлы сопряжения конструкций междуэтажных перекрытий

а — с внутренними колоннами; *б* — с наружными стенами; *1* — монолитный бетон; *2* — плита перекрытия; *3* — капитель; *4* — сквозная колонна; *5* — закладные элементы в колонне; *6* — опорный уголок по контуру колонны; *7* — стеновая панель

считать возведение несущего каркаса методом подъема этажей.

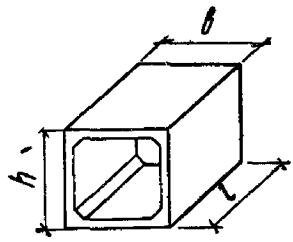
Для устройства входов и аварийных выходов используют те же материалы и изделия, что и для возведения каркаса убежищ, за исключением сборно-монолитного железобетона.

В табл. 4.3 приведены данные основных типовых элементов специальных и технологических входов, аварийного выхода. Расход арматуры, приведенный в скобках, относится к конструкциям, возводимым в водонасыщенных грунтах.

В приведенной номенклатуре предусмотрены элементы трапециевидной формы, позволяющие осуществлять переход от горизонтального размещения элементов к размещению с уклоном. Типовые элементы входов характеризуются значительным расходом металла. Например, для убежищ, расположенных в сухих грунтах, расход арматуры на входные блоки составляет 180—280 кг/м^3, а в водонасыщенных грунтах в 1,5—2 раза больше, что превышает расход стали на покрытие. Уменьшить расход арматуры можно, допуская разрушение входов ударной волной, за исключением аварийного выхода, или одного из входов, совмещаемого с аварийным выходом.

Важным конструктивным элементом убежищ являются внутренние перегородки. Для их изготовления используют: монолитный и сборный железобетон, армированную кирпичную кладку, а также другие прочные и огне-

Таблица 4.3. **Номенклатура и характеристика типовых железобетонных элементов входов и аварийного выхода**



Элемент	Эскиз	Размеры, мм			Объем бетона, м³	Расход арматуры, кг
		l	*b*	*h*		
Рядовой блок сквозникового входа БВС-II, III, IV		990	1400	2200	1,7—2,65	235—478 (370—664)
То же, БЗС-II, III, IV		990	1800	2200	1,9—2,9	250—427 (500—628)
Рядовой блок тупикового входа БВТ-II, III, IV		990	1400	2200	1,7—2,65	311—818 (470—915)
То же, БВТ-II, III, IV		990	1800	2200	1,9—2,9	343—868 (500—989)
Блоки аварийных выходов БВА-II, III, IV		990	900	1300	0,83	99—154

стойкие материалы. Сечение перегородок определяют расчетом на воздействие инерционных нагрузок, действующих в горизонтальном направлении, перпендикулярном плоскости перегородок.

Перегородки закрепляют в уровне покрытия и пола, так как данный пролет является, как правило, наименьшим. Обеспечение свободы перемещения и изгиба деформируемых элементов покрытия достигается путем устройства зазора между верхним торцом перегородок и покрытием. Для закрепления перегородок в покрытии и бетонной подготовке пола предусматривают анкерные стержни. Зазор заполняют податливым материалом (пенопластом, войлоком и т. п.). Перегородки из монолитно-

го железобетона могут иметь жесткое соединение с бетонной подготовкой пола. По боковым сторонам перегородки предусматривают швы в месте их примыкания к вертикальным несущим конструкциям. Это позволит стенам и колоннам иметь не зависящую от перегородок осадку.

Осадка фундаментов под колоннами и стенами защитных сооружений при воздействии снаружи от воздушной ударной волны должна быть по возможности равномерной (одинаковой). Это требование выполняется проектированием габаритов фундаментов в плане такими, чтобы напряжения в грунтовом массиве под ними были приблизительно одинаковыми.

Неравномерная осадка отдельных участков (элементов) убежища может привести к снижению герметичности помещений вследствие раскрытия трещин в покрытии и стенах и другим нежелательным последствиям.

Основная сложность в обеспечении равномерной осадки заключается в том, что размеры ленточных фундаментов под стены, как правило, назначают из конструктивных соображений, а под колонны — исходя из фактически действующей нагрузки.

Как известно, расчет размеров фундаментов защитных сооружений в плане производят: для встроенных сооружений — на основное и особое сочетание нагрузок, а для отдельно стоящих — только на основное. Таким образом, особая острота вопроса о равномерности осадки возникает при проектировании отдельно стоящих убежищ, так как размеры ленточных фундаментов в плане для указанных сооружений получаются небольшими и их приходится увеличивать по конструктивным соображениям для надежного опирания на них стен. Для того чтобы фактические сопротивления грунта под подошвой фундаментов у колонн и стен были близкими по величине, рекомендуется фундаменты под наружные стены проектировать не ленточными, а прерывистыми (отдельными). Например, для типовых конструкций убежищ серий У-01-01/80 и У-01-02/80 шаг отдельных фундаментов может быть принят равным 1,5 или 3 м. Это позволит почти вдвое уменьшить площадь фундаментов под наружные стены и тем самым добиться более равномерной осадки отдельных элементов защитных сооружений. Уменьшение размеров фундаментов в плане необходимо предусмат-

ривать при проектировании входных устройств, перегородок, вводов коммуникаций.

При размещении защитно-герметических и герметических дверей расстояние между низом полотна и полом должно быть не менее 15 см, чтобы после воздействия динамической нагрузки и осадки сооружения двери не получили повреждений и их бы не заклинило.

4.3. Технико-экономическая оценка сооружения убежищ

Совершенствование и прогресс в области проектирования и строительства сооружений невозможны без технико-экономической оценки конструктивных решений, их анализа и разработки путей и направлений по дальнейшему снижению материалоемкости и стоимости сооружений. Это положение в равной степени относится и к современным защитным сооружениям ГО, тем более что опыт проектирования и строительства подобных сооружений незначителен.

При технико-экономической оценке объемно-планировочных и конструктивных решений убежищ разных серий для объективности сравнения и правильных выводов необходимо соблюдать условия сопоставимости различных решений: сооружения должны иметь одинаковую степень защиты, вместимость, предназначены для одинаковых природно-климатических и гидрогеологических условий. Показатели экономичности проектных решений делятся на две группы: общие и частные. Первые характеризуют экономичность проекта строительства в целом, а вторые экономичность той или иной частной задачи (технологической части проекта, объемно-планировочного решения, конструкций и т. п.). Общие показатели выражаются, как правило, в стоимостной форме. Частные показатели выражаются в натуральных либо в относительных единицах. Для выявления наиболее рациональных объемно-планировочных решений в качестве единиц для сопоставления вариантов целесообразно принять систему относительных коэффициентов К. Такими коэффициентами могут быть отношения:

K_1 — площади основных помещений к общей площади убежища (планировочный коэффициент);

K_2 — общей площади убежища к его вместимости;

K_3 — строительного объема к общей площади убежища (объемный коэффициент).

Коэффициент K_1 — один из наиболее важных критериев экономичности планировочного решения. Во-первых, этот коэффициент показывает, насколько правильно и экономично приняты площади для вспомогательных помещений, исходя из предъявляемых к ним технологических требований. Необоснованное завышение площади вспомогательных помещений приводит к удорожанию строительства. Во-вторых, этот коэффициент зависит от характера использования убежищ в мирное время и возможности приспособления всех помещений, совмещаемого с убежищем предприятия для размещения в них укрываемых. Коэффициент K_1 в проектных решениях (без учета открытых участков входов) изменяется в пределах 0,5—0,7.

Коэффициент K_2 характеризует планировочное решение с позиции рациональности размещения укрываемых при сохранении нормируемых габаритов мест для сидения и лежания людей, размеров проходов между нарами, а также размещения мест для лежания в два или три яруса.

С возрастанием рациональности планировочного решения коэффициент K_2 убывает. Частый шаг несущих конструкций (колонн, стен) не способствует эффективному использованию полезной площади убежища. По данным проектных разработок величина коэффициента K_2 колеблется от 0,75 до 1,2.

Коэффициент K_3 отражает экономичность решения, связанную с высотой сооружения и конструкцией покрытия. При сравнении вариантов более экономичному решению соответствует меньшее значение K_3, которое обычно находится в пределах 4—8.

При анализе конструктивных решений убежищ с учетом соотношений масс основных элементов (покрытия, стен, колонн, фундаментов) целесообразны оценки соответствующих затрат в общих затратах на сооружение в зависимости от ряда параметров. При этом пользуются натуральными показателями, например расходом бетона и стали на 1 м^2 общей (защищенной) площади убежища. На основе имеющихся материалов по проектированию убежищ из унифицированных сборно-монолитных конструкций (серия У-01-01/80) проведены расчеты по определению расхода материалов в зависимости от планировочного решения убежища (площадью 800—900 м^2) гидрогеологических условий строительства и других фак-

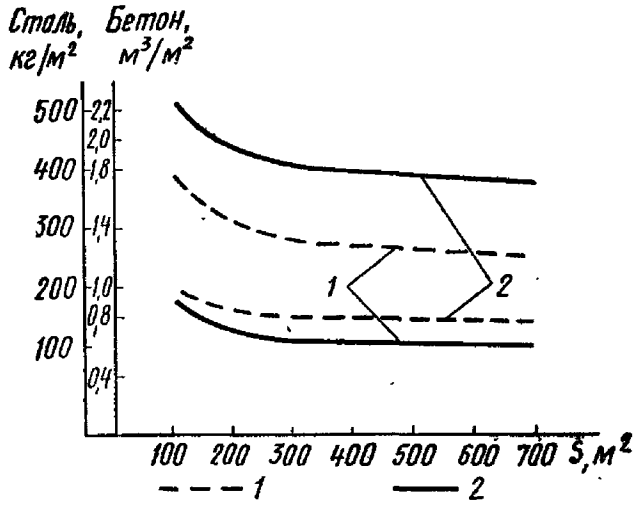


Рис. 4.27. **График для определения расхода бетона и арматуры на каркас убежища для сухих и водонасыщенных грунтов в зависимости от площади**

1 — сухие грунты; *2* — водонасыщенные грунты; две нижние — арматура, две верхние — бетон

торов. Анализ результатов показал, что по расходу бетона и стали на каркас сооружения, отнесенного к 1 м² защищенной площади, незначительное преимущество имеет схема, представленная на рис. 4.1 (см. 3.3). В проектах убежищ для строительства в сухих грунтах расход бетона составил 1,2 м³, стали — 117 кг. Для схем, изображенных на рис. 4.1 (см. 4.22 п. 1.1), эти показатели соответственно равны: бетона 1,22 и 1,28 м³, стали 123 и 127 кг. Расход материалов значительно увеличивается для относительно небольших по вместимости убежищ. На рис. 4.27 показано изменение расхода бетона (м³/м²) и стали (кг/м²) для убежищ с площадью от 150 до 600—800 м², возводимых в сухих и водонасыщенных грунтах. Заметное увеличение расхода материалов наблюдается при площади убежищ 300 м² и менее. Увеличение площади убежищ (например, с 900 до 1800 м²) приводит к снижению расхода материалов не более чем на 5—10 %. Для водонасыщенных грунтов расход бетона на возведение каркаса возрастает примерно на 35—40, а стали на 25—30 %. Представляет интерес оценка соотношения расхода монолитного и сборного железобетона на устройство каркаса убежища для условий строительства в сухих и водонасыщенных грунтах. Из общего расхода бетона 1,1 м³/м² в сухих грунтах на сборный бетон приходится 0,42 м³/м², а 0,68 — на монолитный. Для водонасыщенных грунтов эти показатели соответственно составляют: 1,72 (общий расход бетона), 0,42 и 1,3 м³/м². Таким образом, степень сборности каркаса убежищ (отношение расхода сборного железобетона к общему рас-

ходу) составит: для сухих грунтов 0,38, для водонасыщенных 0,25.

Расход бетона и стали на возведение каркаса снижается с уменьшением защитных свойств убежищ. Если принять за 100 % расход бетона на убежище II класса, то для III класса он составит 90 %, а для IV — 80 %. Расход стали уменьшается для убежищ III класса на 5, а IV — на 15 %.

Общий расход материалов на ограждающие и несущие конструкции распределяется между элементами покрытия, наружных стен, колонн и фундаментов согласно табл. 4.4.

Таблица 4.4. **Удельный вес элементов каркаса убежища по расходу бетона (%)**

Элемент каркаса	Сухие			Водонасыщенные		
	сборный бетон	монолитный бетон	общий расход	сборный бетон	монолитный бетон	общий расход
Покрытие	15	37	52	11	29	40
Стены	16	1	17	12	1	13
Колонны	—	3	3	—	2	2
Фундаменты	—	28	28	—	45	45
Итого	31	69	100	23	77	100

При подсчете расхода бетона на фундаменты под стены и колонны убежищ, возводимых в сухих грунтах, приняты усредненные значения эксплуатационных нагрузок на покрытие и расчетного давления на грунты основания. В качестве эталона для расчета принято убежище с планировочной схемой, показанной на рис. 4.1 (сеч. *1—1*), для II класса защиты площадью 900 м^2.

Анализ табл. 4.4 свидетельствует о том, что удельный вес каждого элемента в общем расходе бетона неодинаков и зависит в основном от гидрогеологических условий строительства. В некоторой степени удельный вес каждого из элементов зависит от площади убежища и его защитных свойств. Резервы снижения расхода бетона на возведение каркаса убежища следует, очевидно, искать в конструкциях с наибольшим удельным весом: элементах покрытия и фундаментов.

Данные табл. 4.4 по расходу железобетона на фундаменты получены исходя из воздействия на сооружение воздушной ударной волны (особое сочетание нагрузок), причем при определении площади фундаментов допустимое давление на грунт принималось равным условному расчетному давлению, умноженному на коэффициент динамического упрочнения грунта, равный 5, но не более 1,5 МПа. Несмотря на повышенные прочностные характеристики грунтового основания, размеры фундаментов в плане оказываются довольно большими, что, естественно, отражается на увеличении материалоемкости сооружения.

При расчете (проверке) фундаментов на эксплуатационные нагрузки мирного времени (основное сочетание нагрузок) их размеры будут зависеть от типа защитного сооружения. Для отдельно стоящих убежищ расчетными нагрузками являются собственная масса конструкций и масса грунтовой засыпки. Размеры фундаментов для данного типа убежищ будут очень небольшими. Для встроенных убежищ к нагрузке от собственной массы и массы грунтовой засыпки добавляется масса наземных конструкций здания и размещенного в нем оборудования. Очевидно, с увеличением этажности здания эксплуатационные нагрузки увеличиваются и, как следствие, возрастают размеры фундаментов. При определенных условиях их габариты могут быть даже больше, чем при расчете на особое сочетание нагрузок. Окончательные значения габаритов фундаментов в плане принимают по варианту расчета, в котором они оказались бóльшими.

Исследованиями установлено, что можно отказаться от проверки расчетом габаритов фундаментов в плане на особое сочетание нагрузок. Это позволит, например, для отдельно стоящих убежищ, а также расположенных под зданиями малой этажности, уменьшить размеры фундаментов, а значит, и сократить расход материалов на их возведение. Например, для отдельно стоящего убежища II класса вместимостью 900 чел. при условном расчетном сопротивлении грунта 0,1, 0,2 и 0,3 МПа расход железобетона на устройство фундаментов снижается соответственно в 2,6, 2,2 и 1,6 раза.

Одновременно уменьшение размеров фундаментов в плане (при благоприятных гидрогеологических условиях строительства) приводит к увеличению податливости сооружения при воздействии динамической нагрузки, что

положительно сказывается на снижении расчетных нагрузок, действующих на покрытие и колонны. Новый подход к расчету фундаментов убежищ, позволяющий снизить расход железобетона на каркас сооружения приблизительно на 20—30 %, нашел отражение в нормативном документе по проектированию убежищ [62].

Важным элементом убежищ, требующим значительного расхода бетона и стали, являются входы. Исходя из требований норм, убежища площадью примерно 200 м² (вместимостью около 300 чел.) должны иметь не менее двух входов. При дальнейшем увеличении площади (вместимости) убежищ количество входов возрастает и зависит от габаритов дверных проемов и их числа в каждом входе. Для определения расхода бетона примем, что в каждом входе предусмотрен один дверной проем шириной 80×180 или 120×200 см. При заглублении пола убежища относительно уровня планировочной отметки земли примерно на 3,5 м длину входа (специального) можно принять 10 м. С помощью табл. 4.3 был определен полный расход бетона (м³) на входы для условий строительства убежища в сухих грунтах в зависимости от его площади, а также соответствующий показатель, отнесенный к 1 м² защищенной площади, и построен график рис. 4.28 (с учетом абсолютного и относительного показателей расхода бетона на устройство аварийного выхода). Установлено, что расход бетона на входы с шириной дверного проема 120×200 см на 5—10 % меньше, чем для входов с проемом 80×180 см. Из графика видно, что относительный расход бетона на устройство входов возрастает с уменьшением площади убежища. Например, для убежища площадью 200 м² расход бетона увеличивается почти в 1,7 раза по сравнению с убежищем площадью 800 м².

Сопоставление величины относительного расхода бетона на входы и аналогичного расхода на возведение каркаса сооружения (рис. 4.27, для условий сухих грунтов) показывает, что при площади убежищ около 200 м² расход железобетона на входы составляет 15 %, а при площади 800 м² около 11 % суммарного расхода бетона на убежище. При площади убежища менее 200 м² необходимость устройства двух входов не отпадает, а значит, и доля расхода железобетона на входы будет иметь дальнейшую тенденцию к увеличению.

Общий расход бетона на каркас убежища и входы,

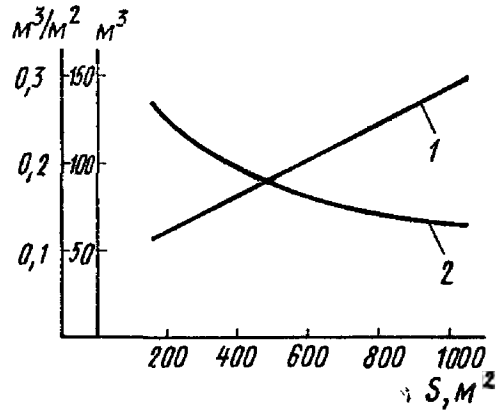


Рис. 4.28. График для определения абсолютного и относительного расхода бетона на входы и аварийный выход

1 — полный расход, м³; *2* — относительный расход, м³/м²

отнесенный к 1 м² защищенной площади, можно определить суммированием величин, полученных из графиков рис. 4.27 и 4.28. В денежном выражении затраты на рассмотренные выше конструктивные элементы составляют около 70—80 % общих затрат на строительство убежища. Некоторые общестроительные работы (земляные и отделочные, устройство полов и гидроизоляции в сухих грунтах) не играют существенной роли при технико-экономической оценке вариантов проектных решений убежищ. Сравнение технико-экономических показателей каркасов убежищ, возводимых в водонасыщенных грунтах, показал, что для них характерен повышенный расход железобетона (см. рис. 4.27). Данная оценка проведена без учета затрат на водопонижение при строительстве, устройство оклеечной гидроизоляции и конструкций для ее защиты от повреждения.

Большое значение в окончательной оценке и выборе конструктивного варианта убежищ, возводимых в водонасыщенных грунтах, имеет надежность безаварийной эксплуатации в условиях мирного времени. Как показывает практика строительства и эксплуатации заглубленных убежищ, часто некачественное выполнение гидроизоляционных работ приводит к тому, что сооружения оказываются затопленными грунтовыми водами. Конкурентоспособным вариантом решения при строительстве в водонасыщенных грунтах являются возвышающиеся убежища либо убежища, встроенные в первые этажи зданий.

В табл. 4.5 приведены затраты на общестроительные работы для убежищ вместимостью 1200 чел., полученные на основе экспериментального проектирования, из таб-

Таблица 4.5. Стоимостные затраты на общестроительные работы по возведению убежищ (тыс. руб.)

Вид работы	Убежища		
	заглубленные в грунтах		встроенные в первые этажи зданий
	сухих	водонасыщенных	
Земляные работы	9,35	9,35	3,1
Водопонижение	—	6,33	—
Оклеечная изоляция	—	3,57	—
Устройство:			
фундаментов	16,96	33,5	17,37
стен	18,8	13,01	40,44
покрытий	23,15	23,15	23,15
входов	8,47	8,47	2,54
Остальные работы	17,48	17,48	17,48
Итого	**94,21**	**132,83**	**104,08**

лицы видно, что наиболее дорогостоящим типом являются убежища, заглубленные в водонасыщенные грунты. Приблизительно на 25 % экономичнее их убежища, встроенные в первые этажи зданий.

В сухих грунтах, как уже указывалось в п. 3.1, можно строить многоэтажные убежища, причем экономическая эффективность строительства особенно заметна при площади сооружений не менее 2000—3000 м². На рис. 4.29 показана зависимость относительного расхода бетона на возведение каркаса убежища от площади и этажности сооружения. Расход бетона для многоэтажных убежищ в среднем на 30 % меньше, чем для одноэтажных той же площади. Эти результаты связаны прежде всего со значительным снижением расхода бетона на покрытие и фундаменты. В то же время несколько увеличивается

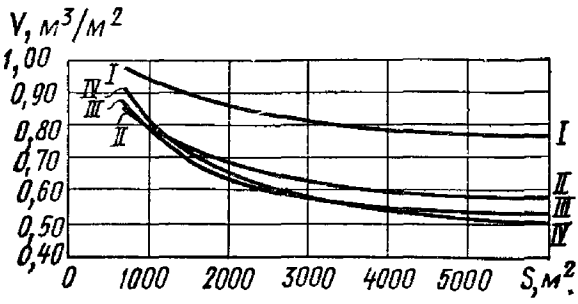


Рис. 4.29. График для определения относительного расхода железобетона на каркас многоэтажных убежищ (I — одно, II — двух-, III — трех-, IV — четырехэтажные убежища) в зависимости от общей площади (*S*) сооружения

расход бетона на устройство наружных стен. Значительное влияние на экономическую эффективность возведения многоэтажных убежищ оказывают способ производства земляных работ и временная транспортировка в резерв вынутого грунта. Если грунт оставить на бровке котлована, полная сметная стоимость строительства двухэтажных убежищ будет примерно на 17, трехэтажных на 10, четырехэтажных на 5 % ниже стоимости одноэтажных убежищ.

Рассмотренные показатели экономичности проектных решений в натуральном и стоимостном выражении включают полные затраты на строительство сооружений «двоякого использования». Сметную стоимость или расход материалов на проведение мероприятий по приспособлению малопрочных помещений под убежища (так называемые дополнительные затраты) определяют в соответствии с требованиями норм как разность между затратами на возведение помещений, приспосабливаемых под убежища, и усредненными затратами на строительство помещений, используемых в мирное время.

Глава 5. УБЕЖИЩА, ВОЗВОДИМЫЕ В ОСОБЫЙ ПЕРИОД

5.1. Планировочно-конструктивные решения сооружений

Убежища, возводимые в особый период (быстровозводимые убежища), представляют собой особый тип защитных сооружений ГО с простыми планировочно-конструктивными решениями, вытекающими из условий эксплуатации их только по прямому назначению, т. е. для защиты людей от расчетных средств поражения.

Главным условием, определяющим планировочно-конструктивные решения отдельно стоящих быстровозводимых убежищ, является применение для их строительства конструкций, изделий и материалов, имеющихся в народном хозяйстве страны, либо использование конструкций без существенных изменений способа производства. При этом должны быть сведены к минимуму или практически исключены из состава производственного процесса «мокрые процессы» (укладка монолитного бетона), сварочные работы и т. д., приводящие к увеличе-

нию сроков строительства или требующие квалифицированной рабочей силы. Применение монолитного бетона нежелательно, так как расчетную прочность он набирает длительное время 25—30 сут. С этой же точки зрения нежелательно применение кирпичной кладки. При строительстве убежищ допустимо использовать цементный раствор, служащий выравнивающим слоем при установке (укладке) конструкций, а также для заделки швов или щелей.

Применение конструкций и элементов индивидуального (специального) изготовления нецелесообразно, так как требует больших капитальных затрат, вкладываемых задолго до возможного их использования и связанных с необходимостью проведения существенной переоснастки и перестройки технологических линий предприятий-изготовителей.

Габариты быстровозводимых убежищ назначают минимально возможными, исходя из рационального размещения бытового оборудования и условий пребывания людей в сооружении в течение определенного времени (не менее 2 сут). Расстояние в свету между несущими конструкциями (в основном стенами) для удобства установки скамей и создания проходов между ними может быть, м:

при однорядном продольном размещении	1,1—1,3
при двухрядном продольном размещении	1,7—1,9
при четырехрядиом продольном размещении	3,4—3,8
при двухрядном поперечном размещении	2,4—2,8

Таким образом, исходя из наличия конструкций и изделий различного размера, пролет убежищ целесообразно принимать в пределах 1,2—3,6 м. При двухъярусном расположении мест для укрываемых высота убежища от пола до выступающих конструкций покрытия должна быть не менее 1,9 м. При одноярусном расположении, когда места для лежания укрываемых не делают, достаточно иметь высоту 1,7 м. Для соблюдения минимально необходимых санитарных норм и возможности перемещения людей по убежищу необходимо иметь на одного укрываемого не менее 0,5 м^2 площади пола. По-

скольку высота убежищ может быть неодинаковой, различной получается и площадь ограждающих конструкций на одного человека. Эту площадь определяют в зависимости от климатической зоны, количества подаваемого в сооружение воздуха и от материалов, из которых возводится убежище. При строительстве в центральных районах страны и подаче воздуха 2 м³/ч на человека площадь ограждающих конструкций (покрытие и стены) принимают по табл. 5.1, из которой видно, что требуемая

Таблица 5.1. Площадь ограждающих конструкций на одного человека

Материал		Площадь ограждающих конструкций на 1 чел., м²
стены	покрытия	
Железобетон	Железобетон, Металл, Дерево	1,5
Грунтонабивные мешки	Железобетон	1,5
	Металл	1,9
	Дерево	2,2
	Железобетон	1,8
Дерево	Металл	2,5
	Дерево	2,8
Бетонные блоки	Железобетон, Металл	1,6
	Дерево	1,7

площадь ограждающих конструкций в сооружениях из дерева почти в 2 раза выше, чем в сооружениях из железобетона. Вызвано это тем, что бетон поглощает больше теплоты, выделяемой людьми. Дерево меньше отводит теплоты, поэтому на одного укрываемого необходима бóльшая площадь. Если выполнить это требование невозможно, для отвода теплоизбытков и влаги необходимо подавать в сооружение большее количество воздуха.

Быстровозводимые убежища, оборудованные входами и аварийным выходом, включают: помещения для укрываемых, санузел, места для размещения простейших фильтров, вентиляторов и баков с водой. Место с размещенным санузлом отгораживают от помещения убежища простейшими перегородками из досок, фанеры и т. п. или занавесями из брезента. Фильтровентиляци-

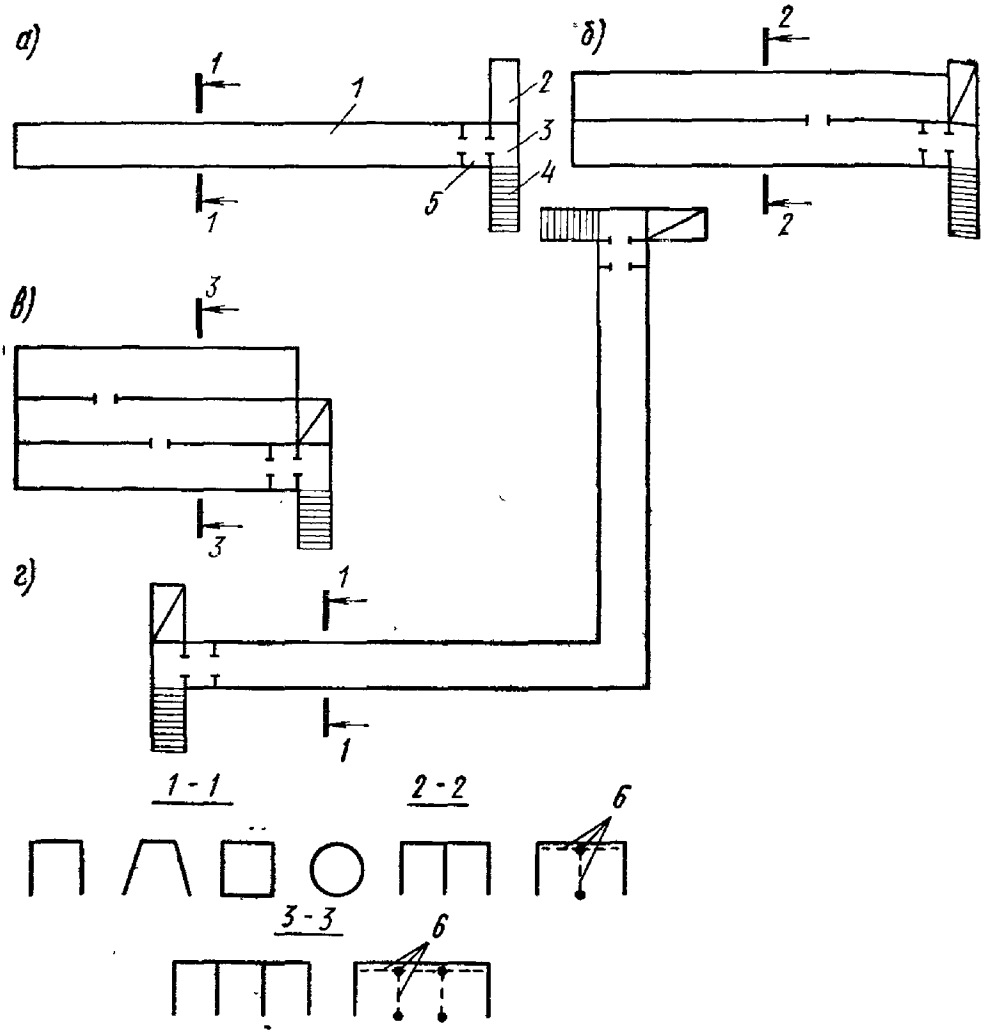


Рис. 5.1. Планировочные схемы быстровозводимых убежищ

а — однопролетные; *б* — двухпролетные, *в* — трехпролетные; *г* — коленчатые; *1* — помещения для укрываемых; *2* — пандус; *3* — предтамбур; *4* — лестничный спуск; *5* — тамбур; *6* — внутренние продольные рамы с распорками

онное оборудование от помещения для укрываемых, как правило, не изолируют.

Небольшие пролеты быстровозводимых убежищ накладывают свой отпечаток на планировочные схемы. Обычно отдельно стоящие убежища имеют вытянутую форму в плане (рис. 5.1, *а*, *б*, *в*). Поскольку выбор свободного места для размещения убежища в сложившейся городской (промышленной) застройке может вызвать трудности, то в этих условиях следует применять многопролетную планировочную схему. Убежище также может иметь Г-образный вид в плане, соответствующий конкретной застройке (рис. 5.1, *г*). Длина сооружений опре-

деляется их вместимостью. Для большой вместимости (100 чел.) и однопролетной схеме (при двухрядном размещении мест) она составит около 35 м. При двухпролетной схеме длина будет приблизительно в 1,5 раза меньше. В поперечном сечении остов однопролетных убежищ может иметь прямоугольную, трапециевидную, круглую и другие формы, как это показано на рис. 5.1.

Характерной особенностью планировочных схем многопролетных убежищ является то, что в качестве внутренних вертикальных несущих конструкций, как правило, используют стены. Вызвано это тем, что для возведения убежищ применяют подручные конструкции и материалы, среди которых нет железобетонных колонн и коротких ригелей. Планировочное решение убежищ с внутренними несущими стенами в значительной степени упрощает и их конструктивное исполнение. Это является положительным фактором, так как строительство подобных сооружений можно осуществлять силами населения.

При двух и более пролетных схемах во внутренних стенах следует устраивать проемы для объединения отдельных помещений в одно убежище (рис. 5.1, *б*, *в*). Это делают либо раздвижкой стеновых блоков, либо применением элементов с дверными проемами. Возведение убежищ с двух- и более пролетными схемами вызывается не только условиями застройки, но и сложностью использования существующих малопрочных железобетонных конструкций гражданского и промышленного строительства. В связи с этим возможны решения убежищ, когда в качестве внутренних несущих элементов используют деревянные или металлические рамы, размещаемые в продольном направлении. Рамы состоят из несущих балок, стоек и нижнего лежня (рис. 5.1). В поперечном направлении рамы раскрепляют распорками.

Входы в быстровозводимые убежища состоят из лестничного спуска (пандуса), предтамбура и тамбура. Для сокращения площади застройки убежищ и учитывая одноразовый характер их использования, лестничные спуски допускается располагать более крутыми — под углом 45°, но вдоль маршей следует сделать поручни. Рекомендуется применять входы сквозникового типа, для которых нагрузки на входные участки и защитные устройства (двери) будут минимальными, причем для уменьшения объема работ допускается лестничный спуск возводить

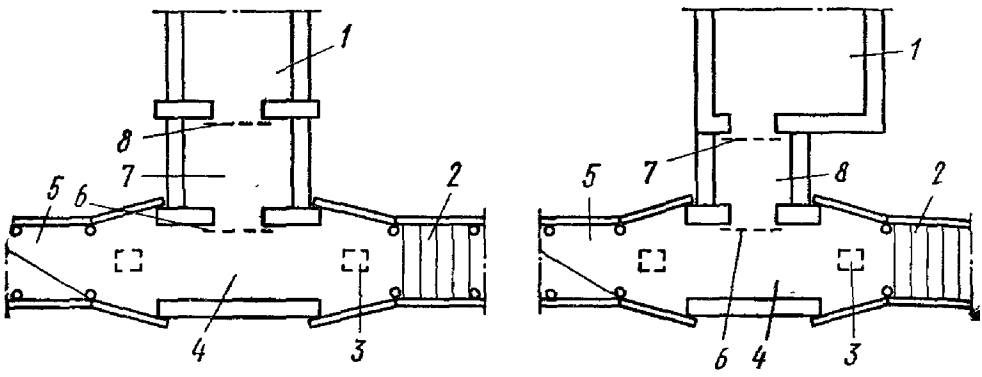


Рис. 5.2. Принципиальные планировочные решения сквозниковых входов

1 — помещения для укрываемых; *2* — лестничный спуск; *3* — водосборный приямок; *4* — предтамбур; *5* — пандус; *6* — защитно-герметическая дверь; *7* — герметическая дверь; *8* — тамбур

с одной стороны, а с другой — предусмотреть пандус. Входы рекомендуется устраивать в торце сооружений. Это обеспечивает более надежную передачу нагрузок на продольные стены и покрытие сооружения, обладающего в этом направлении повышенной жесткостью и устойчивостью. В сооружениях вместимостью до 100 чел. и размере входного проема 60×160 см допускается устройство одного входа. В убежищах большей вместимости предусматривают два входа, желательно с разных сторон. При использовании дверных проемов 80×180 см допускается устраивать один вход на 200 чел. Планировочные решения входов показаны на рис. 5.2. Для линейных убежищ в торце устраивают аварийный выход.

Аварийный выход в убежищах Г-образной формы можно размещать в месте поворота сооружения.

При выборе места для размещения средств воздухоподачи учитывают особенности планировочной схемы. Если сооружение имеет вытянутую форму и два входа (с противоположных концов), то средства воздухоподачи лучше размещать в середине сооружения. При одном входе фильтровентиляционное оборудование следует располагать в противоположном конце от входа. Если сооружение имеет Г-образную форму, оборудование лучше устанавливать на повороте.

Конструктивные решения быстровозводимых убежищ разнообразны и зависят от применяемых материалов и изделий. В качестве ограждающих и несущих элементов используют сборные железобетонные изделия, бетонные блоки, лесоматериалы, металлопрокат, листовую

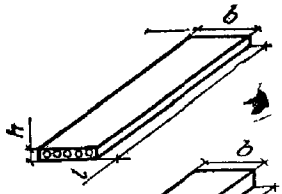
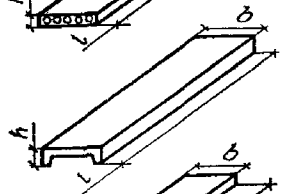
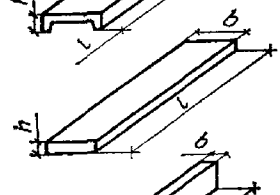
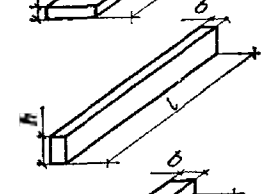
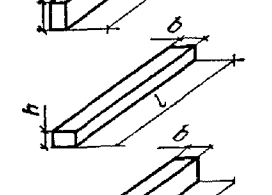
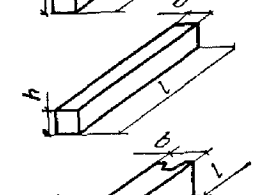
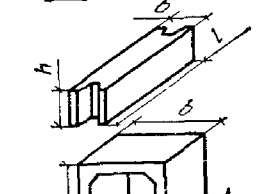
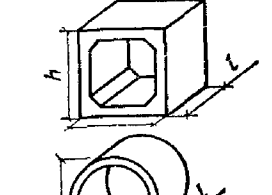
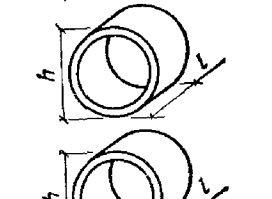
и волнистую сталь, ткани и другие подручные материалы. Лучшим материалом являются сборные железобетонные конструкции в виде плитных, линейных или объемных изделий. К плитным изделиям относятся: панели, настилы, плиты; к линейным — балки, ригели, колонны, перемычки; к объемным — замкнутые элементы прямоугольного, круглого или смешанного сечения. Удельный вес перечисленных конструкций в общем объеме производства сборного железобетона в стране составляет около 65 %. В табл. 5.2 приведена характеристика основных железобетонных элементов, выпускаемых промышленностью, которые могут быть использованы для строительства быстровозводимых убежищ.

Плитные элементы обладают, как правило, относительно малой несущей способностью, но достаточно большими размерами по длине и ширине, поэтому их целесообразно использовать в качестве элементов покрытий убежищ для многопролетных сооружений (см. рис. 5.1, *б*, *в*). Уменьшение расчетного пролета повышает несущую способность конструкции. Так, пустотелые панели перекрытий жилых зданий при трехпролетной схеме могут выдержать давление до 0,1 МПа, а плиты сплошного сечения при двух- и трехпролетных схемах 0,15—0,20 МПа. Плиты ребристого сечения, несмотря на то что их несущая способность определяется прочностью полки, при двухпролетной схеме воспринимают нагрузку 0,1 МПа. В то же время использование длинномерных (6 м) железобетонных изделий в одно- или двухпролетных сооружениях с малыми пролетами (1,2—1,8) не экономично, так как при этом используется половина или третья часть плиты. Малоэффективно повышение несущей способности конструкций размещением их в несколько слоев, поскольку каждый элемент в сечении работает самостоятельно, а не как единое целое.

Линейные железобетонные конструкции можно использовать для возведения одно- и двухпролетных убежищ с пролетами до 3 м. Так, если в качестве основного несущего элемента применить ригель, то такая конструкция может выдержать нагрузку до 0,2 МПа. Перемычки и колонны при пролете 1,5—2,0 м могут выдержать давление в ударной волне порядка 0,1—0,2 МПа.

Существующие стеновые бетонные блоки типа СБ или ФС являются изделиями, которые можно эффективно использовать для устройства стен быстровозводимых убе-

Таблица 5.2. Укрупненная номенклатура и характеристика существующих железобетонных конструкций

Железобетонные элементы	Общий вид конструкций	Характеристика конструкций				
		длина l, мм	ширина b, мм	высота h, мм	объем бетона, м³	содержание арматуры, кг
Панели перекрытий с круглыми пустотами		2700—6300	900—1500	220	0,4—1,2	16—70
Плиты перекрытий ребристые		5500—6000	1500	300—400	0,6—0,7	70—90
Плиты сплошного сечения		3000—6000	1750	140—170	0,82—1,45	45—117
Ригели и фундаментные балки		2600—5?0	400—600	400—600	0,5—0,7	60—150
Перемычки		2200—5000	250—500	220—300	0,2—0,5	27—50
Колонны		4500—6900	400	400	0,7—1,1	85—140
Блоки стен подвалов		1200—.400	400—(00	600	0,3—0,9	—
Конструкции тоннелей (коллекторов)		1500—3000	2400—3000	2400	2,3—4,5	275—5?
Трубы безнапорные		1500—6000	1500—2500	—	2,6—3,2	—
Трубы колодцев		2000	1500—2500	—	1,1—2,2	44—111

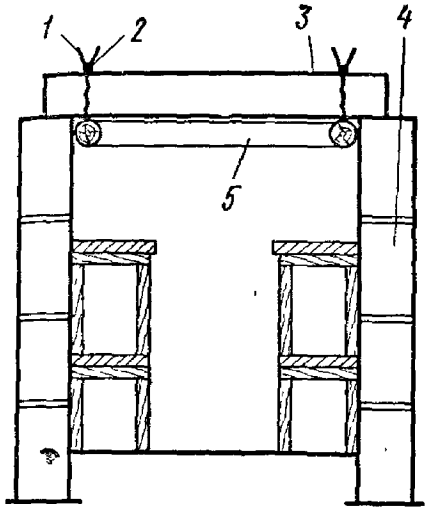


Рис. 5.3. Поперечный разрез убежища, возводимого с использованием для стен бетоиных блоков

1 — проволочные скруткн; *2* — продольный арматурный стержень; *3* — железобетонная плита; *4* — бетонные блоки; *5* — деревянная рамная распорка

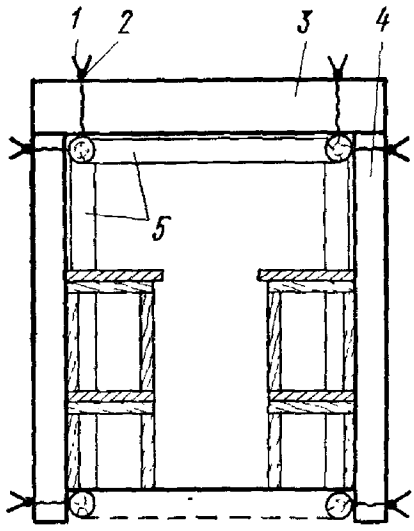


Рис. 5.4. Поперечный разрез убежища, возводнмого с нспользованием для устройства стен железобетоиных плнт, устанавливаемых иа ребро

1 — проволочные скруткн; *2* — продольный арматурный стержень; *3* — железобетонная плнта покрытия; *4* — стеновые железобетонные плиты; *5* — поперечные рамы

жищ (рис. 5.3). Стены собирают из нескольких рядов блоков (как правило, трех-четырех рядов), укладываемых с перевязкой вертикальных швов. Наружные стены из блоков, даже уложенных насухо, обладают достаточно высокой несущей способностью. В стенах такой конструкции под нагрузкой возможно незначительное горизонтальное смещение отдельных блоков без нарушения общей устойчивости стен.

Покрытие и стены убежищ из отдельных железобетонных элементов следует крепить между собой от возможного горизонтального смещения, вызванного действием динамической нагрузки и упругого отпора конструкций покрытия при изгибе. Крепления следует выполнять простейшими способами, например, с помощью проволочных скруток с захватом за монтажные петли элементов, путем установки деревянных распорок, заанкеривания проволочных оттяжек в грунтовой массив.

В верхней части остова сооружения, выполненного из блоков, предусматривается установка горизонтальной рамы, которую закрепляют скрутками на плите покрытия,

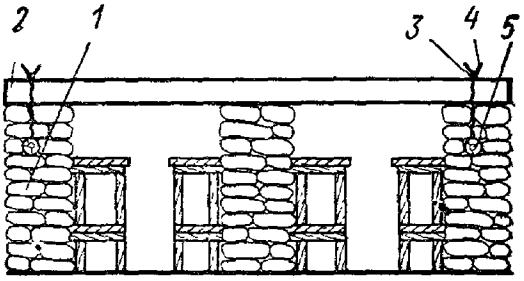


Рис. 5.5. Поперечный разрез убежища со стенами из грунтонабивных мешков

1 — стена; *2* — железобетонная плита покрытия; *3* — продольный арматурный стержень; *4* — проволочные скрутки; *5* — продольный деревянный брус

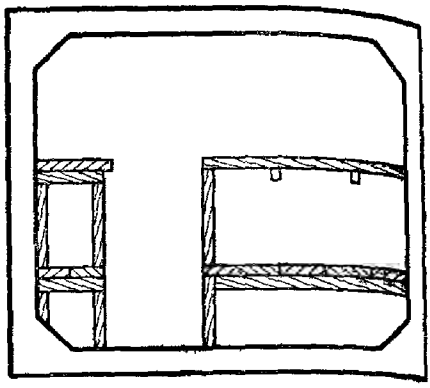


Рис. 5.6. Убежища из замкнутых железобетонных блоков

и которая выполняет роль распорки для стен в верхней точке.

В качестве стеновых элементов убежищ можно использовать поставленные на ребро плиты сплошного и пустотелого сечения (рис. 5.4). Для повышения несущей способности стеновых панелей в поперечном направлении устанавливают опорные рамы. Поскольку монтаж стен достаточно трудоемок, эти же рамы выполняют роль элементов, обеспечивающих устойчивость плит, установленных на ребро.

При необходимости в качестве элементов стен используют грунтонабивные мешки (рис. 5.5). Такие стены в зависимости от прочности тканей, размеров мешков и характеристик грунта выдерживают динамическую нагрузку до 0,1 МПа.

Из существующих железобетонных конструкций народного хозяйства наиболее приемлемы для строительства убежищ элементы коллекторов прямоугольного, круглого, овоидального, эллиптического и других форм поперечного сечения (рис. 5.6). Они обладают достаточно высокой несущей способностью, так как рассчитаны в обычных условиях на восприятие веса грунта и проходящего транспорта. Недостатком указанных конструкций является их малая распространенность и сложность массового освоения в необходимый период. В общем объеме продукции, выпускаемой заводами сборного железобетона, эти конструкции составляют 1—3 %.

В числе конструкций, которые используют для возведения убежищ, следует упомянуть железобетонные элементы войскового фортификационного строительства

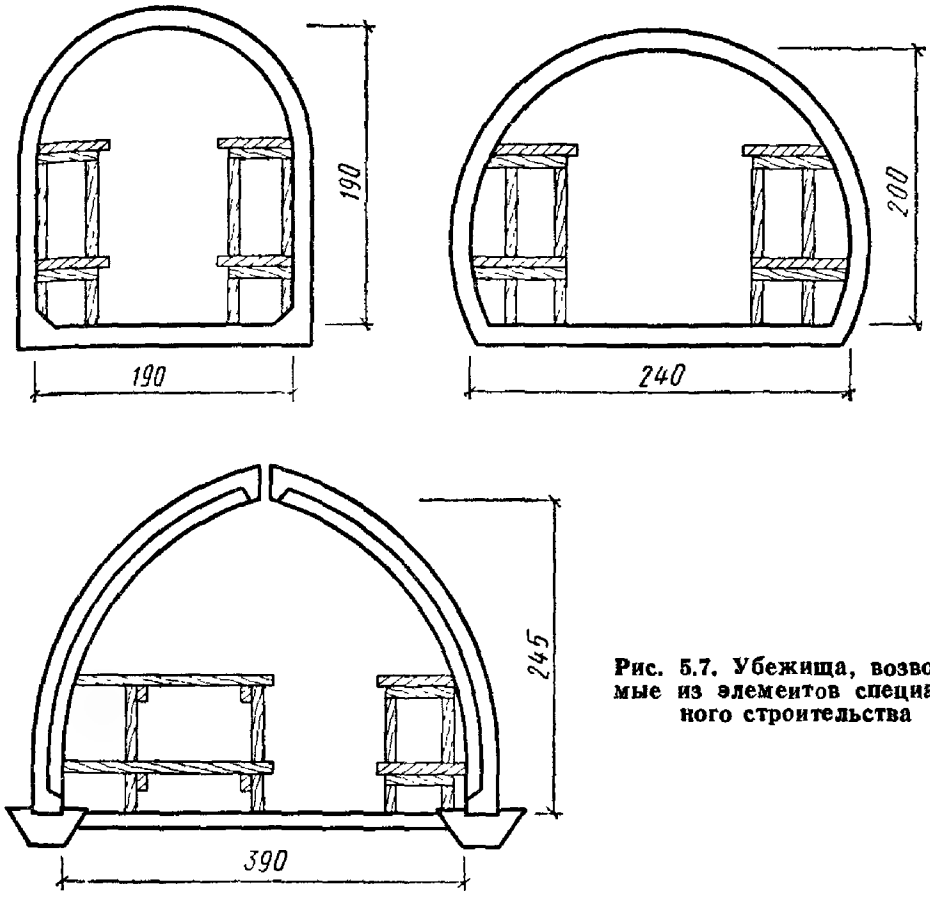


Рис. 5.7. Убежища, возводимые из элементов специального строительства

(рис. 5.7). По несущей способности и другим положительным качествам они близки к рассмотренным выше элементам коллекторов.

Как указывалось, для строительства быстровозводимых убежищ можно применять конструкции, изготовленные в существующей оснастке, при условии, что это не потребует серьезной переналадки и изменения принятого технологического процесса. Одним из таких решений является увеличение содержания арматуры в плитных элементах. При этом можно увеличить несущую способность не более чем в 2—3 раза. Лучший результат достигается изготовлением новых изделий в существующей оснастке. Для этой цели рекомендуется использовать оснастку широко распространенных железобетонных изделий общесоюзной номенклатуры, например оснастку многопустотных панелей перекрытий жилищно-гражданского строительства, оснастку панелей стен и плит перекрытий для промышленного строительства. Изделия остова убежищ и элементов входа в существующей оснастке изготовля-

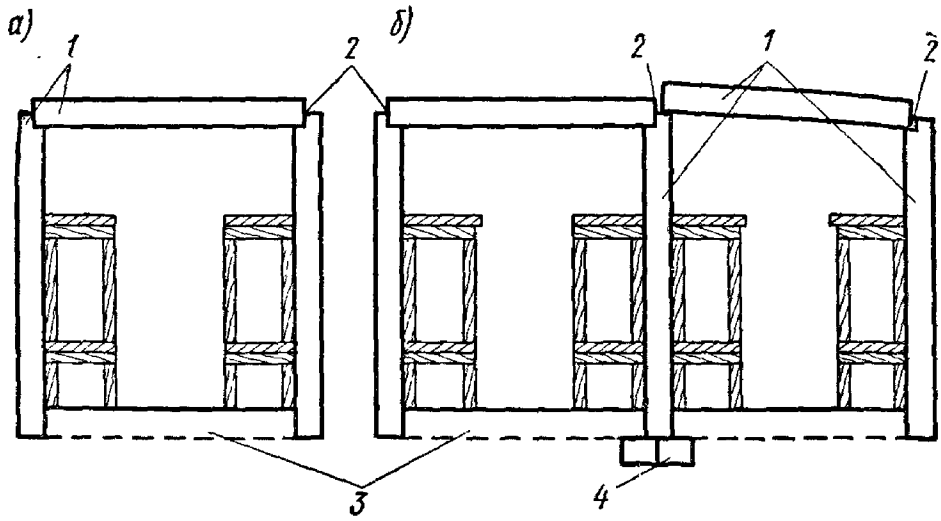


Рис. 5.8. Конструктивные решения убежищ из железобетонных элементов, изготовленных в существующей оснастке

а — однопролетное; *б* — двухпролетное; *1* — элементы стен и покрытия; *2* — сварка через закладные части; *3* — распорки; *4* — фундамент

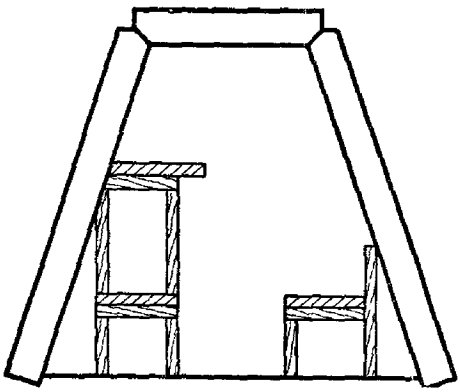


Рис. 5.9. Конструктивное решение убежища из элемента, изготовленного в оснастке пустотелых панелей

ют при уменьшении длины изделий, исключении пуансонов (для изделий сплошного сечения), изменении схемы и увеличении процента армирования, установке закладных элементов. Необходимая длина изделий достигается установкой в оснастке поперечных деревянных или металлических диафрагм. В оснастке длиной около 6 м можно, например, изготовить одновременно до трех-четырех отдельных плит покрытия.

Конструктивные решения убежищ, возводимых из железобетонных изделий, изготовленных в оснастке пустотелых панелей, показаны на рис. 5.8. Остов однопролетного убежища собирают из трех элементов. В стеновых панелях устраивают пазы для опирания плит покрытия. В месте стыка в элементах предусмотрены закладные части, которые после сборки сооружения соединяют сваркой, для обеспечения прочности и устойчивости остова

в поперечном направлении. В уровне пола устанавливают железобетонные распорки, препятствующие горизонтальному смещению низа стеновых панелей. Под торцом внутренних стеновых панелей при двухпролетной схеме (рис. 5.8, *б*) устраивают фундамент, собираемый из двух сборных железобетонных распорок, укладываемых вдоль стены. Рассмотренная конструкция остова убежища сложна, так как в элементах покрытия и стен требуется устройство паза, обрамленного металлическим закладным уголком. После установки конструкций в рабочее положение необходима сварка закладных частей. Сложности возникают при монтаже конструкций: установленную стеновую панель закрепляют временными подкосами со струбциной к железобетонным плитам или деревянным брусьям, расположенным на бровке откоса котлована. После установки плиты покрытия и сварки элементов подкосы снимают.

Значительный эффект достигается при установке и закреплении в оснастке пустотелых панелей для простейших закладных элементов (треугольных призм), в результате чего после распалубки в нижней части панелей образуются треугольные вырезы. В процессе монтажа они позволяют плоской панели принять в рабочем положении трапециевидную форму (рис. 5.9). Особенностями данной конструкции являются сохранение площади рабочей арматуры панели и надежность соединения элемента покрытия со стенами, не требующая дополнительного крепления их между собой*. Трудоемкость возведения убежищ из указанных конструкций практически не отличается от возведения убежищ из объемных элементов коллекторов и даже имеет ряд преимуществ: при устройстве котлована не требуется тщательная планировка всего дна, для монтажа может быть использован автокран небольшой грузоподъемности, конструкции удобны для транспортирования.

Элементы входной части в виде плоских сплошных плит изготовляют также в оснастке пустотелых панелей. Несущая способность остова убежища достигает 0,3 МПа и более. На основе применения указанной конструкции разработаны типовые проекты быстровозводимых убежищ. Особенности расчета, изготовления и монтажа убежищ из элементов новой конструкции (трехзвенных

* Авторское свидетельство № 714817 В. И. Ганушкин, В. И. Парин-ский.

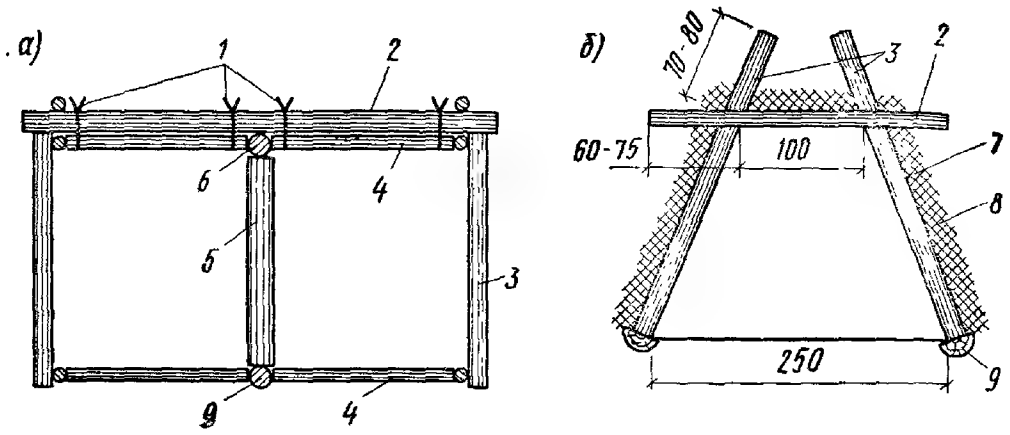


Рис. 5.10. Конструктивные решения убежищ, выполненные из дерева

а — безврубочная конструкция; *б* — сооружение податливой конструкции; *1* — проволочные скруткн; *2* — элементы наката; *3* — стена; *4* — распорки; *5* — стойка; *6* — прогон; *7* — гидроизоляция; *8* — амортизационный слой; *9* — лежень

плит) изложены в 5.2. В городах и на промышленных предприятиях могут найти применение быстровозводимые убежища из лесоматериалов (рис. 5.10).

Сооружение с остовом трапециевидного поперечного сечения (податливой конструкции) выполняют из бревен или накатника. Для предотвращения просыпания грунта в просветы между элементами стен и покрытия по их внешней поверхности снизу вверх с нахлестом укладывают «оболочку заполнения» в виде слоя рулонного материала (толь, рубериод, полимерная пленка и т. п.), служащего одновременно гидроизоляцией. На оболочку заполнения кладут амортизирующий слой толщиной 15—20 см из лапника, камыша, соломы, мелких веток, хвороста и т. д. Поверх амортизационного слоя предусматривают грунтовую обсыпку. Убежище податливой конструкции может иметь треугольное поперечное сечение (типа «шалаш»).

Одним из сложных вопросов при строительстве быстровозводимых убежищ является возведение входов. Входы наиболее уязвимы воздействию почти всех поражающих факторов ядерного взрыва и особенно действию воздушной ударной волны. Если, например, остов убежища оказался достаточно прочным, а входы разрушились, т. е. внутрь помещения проникла волна, укрывающиеся в убежище люди погибнут. Сложность конст-

руктивного решения входа заключается в том, что в нем используют подручные материалы и конструкции, которые должны обладать еще более высокой прочностью, чем остов убежища. Необходимо также четкое конструктивное соединение (сопряжение) элементов остова и входа, обеспечивающее передачу возникающих усилий на сооружение или окружающий грунтовой массив.

Особая трудность при возведении входов из железобетонных конструкций заключается в подборе соответствующего элемента с входным проемом определенных размеров. Такой элемент должен обладать необходимой прочностью и иметь закладные части для крепления дверной коробки в виде труб диаметром 20—30 мм. Подобные элементы не выпускаются промышленностью в мирное время и их изготовление предусматривают в особый период на заводах либо полигонах в специальной опалубке.

Входная часть убежища включает в себя также ограждающие конструкции тамбура, предтамбура с установкой в них защитных устройств (дверей) и лестничный спуск. Над предтамбуром предусматривают защитный козырек, который предохраняет дверь от завала. Покрытие и стены предтамбура выполняются из глухих (сплошных) элементов. Для убежищ, возводимых из существующих железобетонных изделий, заполнение торцевого участка остова осуществляют конструкциями, устанавливаемыми вертикально. Элементы входа вверху опираются на покрытие, внизу заделываются в грунт на глубину 30—35 см. Конструкциями для устройства входа могут служить элементы линейного типа либо плиты сплошного сечения. Эти же элементы используют для заделки торцевой части сооружения со стороны аварийного выхода. В комплект железобетонных изделий городских коллекторов входят элементы входов: глухие и с проемами. Эти конструкции достаточно прочны и их следует применять при возведении входной части убежищ. Вполне реально решение ограждения входной части лесоматериалами или прокатным металлом.

Лестничные спуски и защитные стенки от давления грунта можно устраивать с использованием жердей, подтоварника, горбылей и т. д. Можно применять в качестве лестниц готовые железобетонные лестничные марши.

Габарит дверей быстровозводимых убежищ принимают, как правило, равным 60×60 см, и выполняют

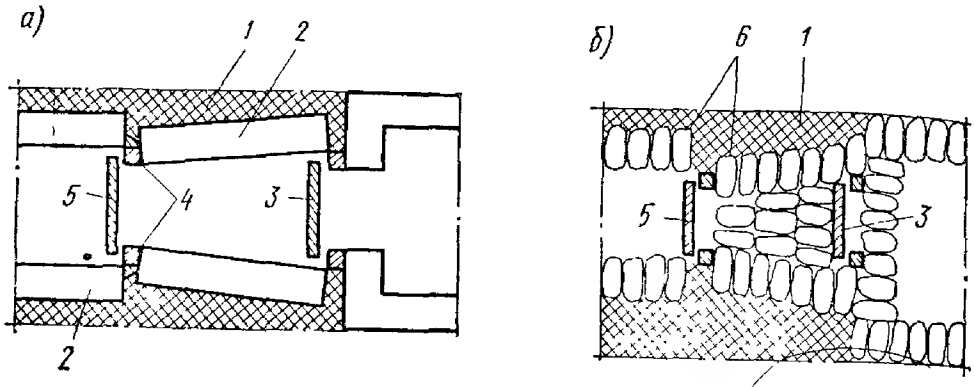


Рис. 5.11. Узел примыкания входной части к остову убежищ

а — для сооружений со стенами из бетонных блоков; *б* — для сооружений со стенами из грунтонабивных мешков; *1* — слой мятой глины; *2* — блоки тамбура и предтамбура; *3* — герметическая дверь; *4* — конопатка пакелейц или ветошью; *5* — защитногерметическая дверь; *6* — грунтонабивные мешки

двери из дерева. Если позволяют размеры поперечного сечения остова убежища, допускается установка металлических дверей размером 80×180 см. При устройстве входной части (тамбура) желательно его ширину сузить до минимальных размеров, обеспечивающих свободный проход людей через соответствующие дверные проемы. Благодаря такому решению уменьшается площадь, на которую непосредственно действует нагрузка от воздушной ударной волны, и снижаются усилия, передаваемые на каркас убежища. На рис. 5.11 показан узел примыкания стен тамбура к остову при возведении убежища из бетонных блоков и грунтонабивных мешков. Дверные блоки должны плотно примыкать к защитным конструкциям тамбуров, чтобы предотвратить затекание волны в сооружение.

Дверной блок должен быть надежно закреплен от возможного отрыва защитно-герметической двери с коробкой от воздействия усилий, возникающих от волны разрежения, т. е. нагрузки, противоположной по своему направлению действию ударной волны. При устройстве входной части из железобетонных и бетонных элементов крепление дверных блоков осуществляют с помощью анкерных болтов и выпусков из арматурного железа, закладываемых в специально предусматриваемые отверстия или в швы между сборными элементами. Крепление дверных блоков со стенами из дерева выполняют с помощью штырей, скоб, проволочных скруток.

Аварийный выход в быстровозводимых убежищах устраивают достаточно простым по конструкции. Он пред-

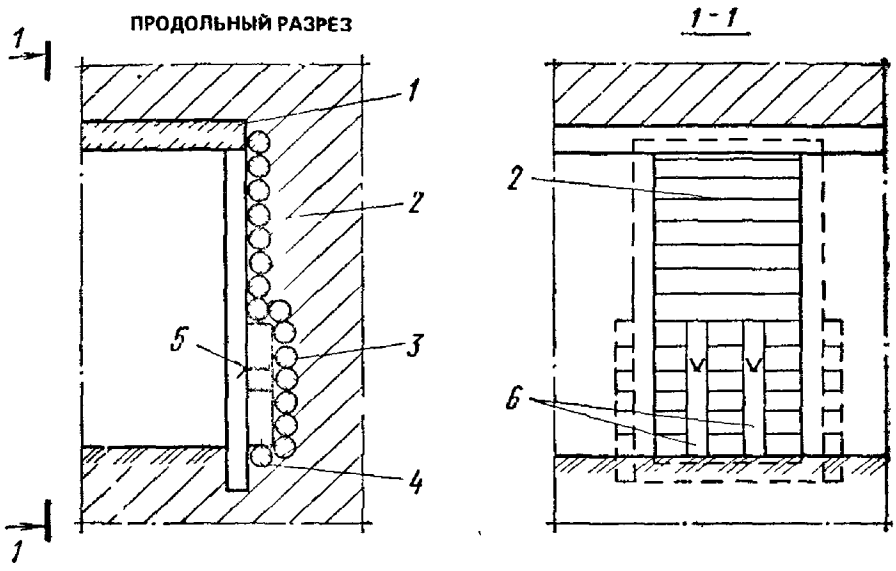


Рис. 5.12. Схема устройства аварийиого выхода

1 — покрытие убежища; *2* — опускающаяся забирка лаза; *3* — стационариая забирка лаза; *4* — лежень; *5* — седлообразные скруткн; *6* — извлекаемые стойки

ставляет собой разбираемый проем размером не менее чем 0,6×0,8 м в торцевой части убежища (рис. 5.12). Проем заделывают жердями (деревянными брусьями). Для выхода укрываемых на поверхность жерди (брусья) разбирают изнутри убежища. В убежищах, возводимых из трехзвенных плит, в торце сооружения устанавливают те же элементы, что и во входной части. Дверной проем 60×160 см используют в качестве аварийного выхода с заделкой его по тому же принципу, как указывалось выше. При необходимости разбирают участок одной из стен, грунт при этом убирают вовнутрь сооружения.

5.2. Особенности проектирования, изготовления и монтажа конструкций

В соответствии с требованиями, изложеными в гл. 1, отдельно стоящие быстровозводимые убежища должны обеспечивать защиту укрываемых от поражающих факторов ядерного взрыва.

Преимущество быстровозводимых убежищ в простоте конструктивно-планировочных и санитарно-технических решений, способствующих уменьшению времени

на их возведение. Естественно, что эта простота не должна идти в ущерб их защитным свойствам. В силу специфики, связанной с конструктивно-планировочными особенностями, сфера применения защитных сооружений, возводимых в короткие сроки, несколько ограничена.

Прежде всего следует отметить, что рассмотренные в п. 5.1 решения убежищ предназначены для сооружения их на площадках с сухими грунтами и не рассчитаны на заглубление в водонасыщенные грунты. Если на площадке строительства высокий уровень грунтовых вод, то убежища следует проектировать полузаглубленными или даже возвышающимися. Сооружения должны быть полностью обвалованы грунтом, причем вынос бровки откосов обвалования и угол их наклона принимают обычно такими, чтобы в максимальной степени исключить возможность отражения волны сжатия от наружных стен (см. гл. 2). Негативной стороной возведения полузаглубленных и возвышающихся убежищ является отсутствие баланса земляных работ с увеличением объема грунта, разрабатываемого на стороне для обвалования сооружений.

Следует также иметь в виду, что такого типа убежища, возводимые в условиях уже сложившейся городской (промышленной) застройки, где отсутствует, как правило, свободная территория, не всегда допускают устройство рекомендуемой формы обвалования. Например, для однопролетного заглубленного убежища требуемая ширина обсыпки (включая откосы) составляет 10—15 м, а для полузаглубленного — 20—25 м.

Снизить объем и габариты грунтовой обсыпки и одновременно не допустить увеличения нагрузки на наружные стены быстровозводимых убежищ можно путем изменения конструкции обвалования. С этой целью бровку откосов размещают вблизи наружных граней стен, а на откосах укладывают ребристые плиты с сохранением не заполненного грунтом пространства между ребрами и под полкой (рис. 5.13). На откосах с каждой стороны размещают по одной плите шириной 1,5 м. Вынос бровки откосов должен быть таким, чтобы проекция его верхней точки (бровки) под углом 90° попадала на угол сооружения. Наклон откосов обвалования можно принимать в этих условиях более крутым, чем рекомендуется нормами, например 1 : 1,5 или 1 : 2.

В процессе воздействия воздушной ударной волны

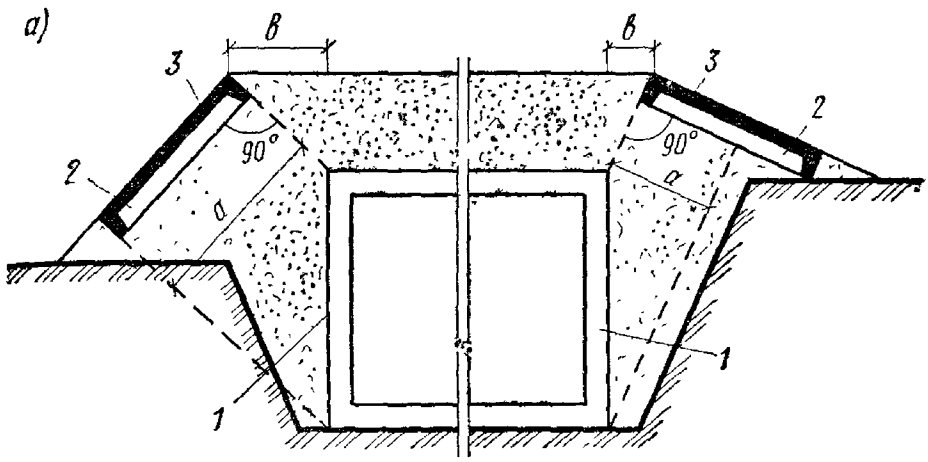


Рис. 5.13. Конструкция обвалования быстровозводимых убежищ

а — для полузаглубленного убежища, *б* — для заглубленного убежища; *1* — ограждающие конструкции убежища; *2* — пространство свободное от грунта; *3* — ребристые плиты, укладываемые вдоль сооружения; *4* — грунтовая засыпка: *а* — зона, в которой при отсутствии плиты действует волна сжатия с отражением от преграды (стены); *в* — вынос бровки откоса от наружной грани стен

плита втапливается (перемещается) в грунт без генерирования плоской волны сжатия в пределах ширины плиты. Прочность полки плит перекрытий промышленных зданий достаточно велика и составляет, как показали опыты, около 0,1 МПа. Но даже при возможном разрушении полки эффект экранирующего действия плиты значительно снижает параметры волны сжатия. За счет увеличения наклона обсыпки и приближения бровки откосов к сооружению объем грунтовой обсыпки может снизиться в 1,5—2 раза. Соответственно уменьшаются и габариты обвалования сооружения в плане.

Убежища, возводимые в короткие сроки из имеющихся в наличии штучных материалов и изделий, не обладают достаточно высокой герметичностью из-за многочисленных швов в ограждающих конструкциях, а также отсутствия наружной оклеечной (обмазочной) гидроизоляции. Практически в процессе эксплуатации возможно лишь поддерживать минимально допустимый подпор (до 2—3 мм) внутри убежища. Следовательно, в районах с высокой степенью загазованности, например на участках нефтеперерабатывающих и химических предприятий, сооружать такие убежища не рекомендуется. Нельзя их размещать и в зонах возможного затопления, возникающего от разрушения плотин, ГЭС и т. д.

Расчет грунтового основания для быстровозводимых убежищ должен производиться только на основное сочетание нагрузок. Размеры фундаментов в этом случае оказываются незначительными. Общим недостатком ряда известных, в том числе и типовых решений быстровозводимых убежищ, является наличие необоснованно развитой фундаментной части, ограничивающей вертикальную податливость убежищ при воздействии воздушной ударной волны и отрицательно сказывающейся на несущей способности сооружений. В частности, это касается убежищ с наружными стенами из бетонных блоков шириной 40—60 см.

Часто под такие стены предусматривают специальные фундаментные подушки. В еще более неблагоприятной ситуации находятся убежища в виде замкнутых железобетонных рам. Можно считать, что в перечисленных выше случаях, учитывая сравнительно небольшие пролеты сооружений (до 3 м), элементы покрытия убежищ находятся на практически несмещаемых опорах. Чтобы исключить это негативное явление, предлагается следующее конструктивное решение фундаментной части. Между подошвой отдельных стен или сплошным днищем и основанием устанавливают с интервалом и равномерно друг от друга поперечные деревянные подкладки. Опорная площадь подкладок, опирающихся на грунт, должна составлять 0,05—0,15 площади покрытия. Во избежание проваливания грунта между подкладками в процессе производства работ и в последующее время рекомендуется в торцах подкладок предусмотреть ограждающие элементы (из досок). Высота подкладок должна составлять около 15 см (рис. 5.14).

Увеличением податливости сооружения, как показывают расчеты и испытания, можно добиться заметного повышения расчетной динамической нагрузки на покрытие.

Все конструкции быстровозводимых убежищ рассчитывают с учетом упругопластической работы материалов. При расчете элементов убежищ, выполненных из металла, дерева, тканей, следует принимать повышенные прочностные параметры материалов, вызванные их упрочнением при больших скоростях деформаций. Применительно к листовому, профильному прокату и дереву коэффициент динамического упрочнения принимают до 1,4. Для тканевых материалов этот коэффициент

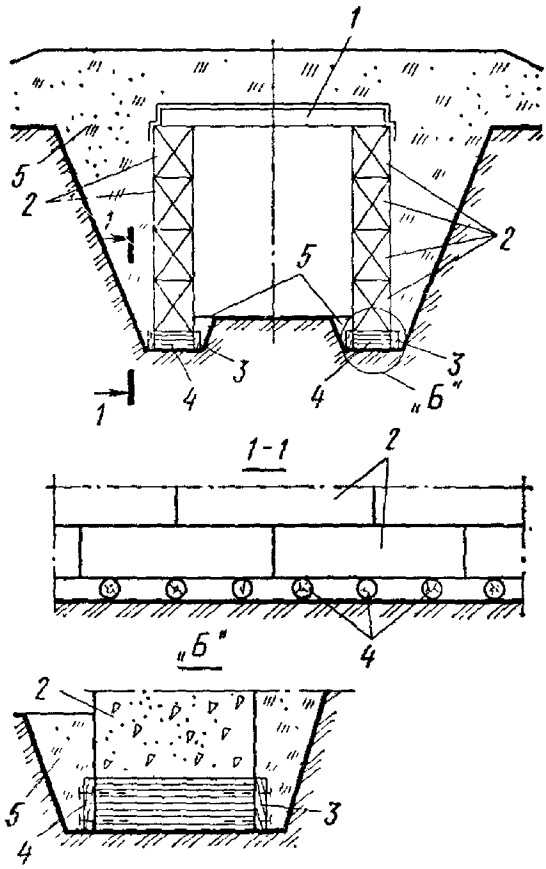


Рис. 5 14. Конструкция убежища из бетонных блоков с податливыми опорами

1 — покрытие; *2* — бетонные блоки; *3* — ограждающий элемент; *4* — подкладки; *5* — грунтовая засыпка

зависит от основы, на которой он изготовлен (хлопчатобумажной или капроновой). По имеющимся данным, коэффициент упрочнения для ткани колеблется от 1,2 до 1,4.

В последние годы широкое распространение в практике проектирования и строительства быстровозводимых убежищ получили сооружения из трехзвенных плит, обладающих специфическими особенностями и конструкции и способа изготовления, требующих более детального их описания.

Элементы остова убежищ изготовляют в опалубке пустотелых панелей жилищно-гражданского строительства.

На днище опалубки, в ее средней части, в поперечном направлении устанавливают и закрепляют (точечной приваркой к днищу) две закладные технологические вставки в виде равнобедренных треугольных призм шириной понизу 12 и высотой 8 см с вырезами для пропусков пуансонов. Для технологических вставок применяют листовой металл толщиной 4—5 мм. В местах прохо-

да пуансонов вырезы в призме заполняют фигурными пластинами, предотвращающими попадание бетона вовнутрь технологических вставок при изготовлении конструкции.

Таким образом, плоская пустотелая панель после изготовления оказывается условно разбитой на три звена: среднее (покрытие) и два крайних (стены). Рабочая продольная арматура панелей, пропущенная по верху призм между пуансонами, выполняет свои прямые функции и обеспечивает связь звеньев между собой. Предусмотренной в пустотелых панелях рабочей арматуры вполне достаточно для обеспечения несущей способности среднего звена на воздействие расчетных нагрузок от ударной волны.

Для обеспечения прочности среднего звена при монтаже остова в нем дополнительно устанавливают арматурные каркасы из стержней диаметром 6 мм. В крайних звеньях (стенах) помимо проходящей сквозной продольной арматуры при необходимости устанавливают также дополнительные каркасы для обеспечения требуемой степени защиты сооружений. В нижней зоне среднего и крайних звеньев предусматривают арматурные сетки из проволоки диаметром 4—5 мм. Сетку, расположенную в панелях в верхней зоне над технологическими вставками, необходимо разрезать и отогнуть, чтобы концы сеток при бетонировании не попали в плоскость над вершинами технологических вставок, так как это может помешать складыванию панели при монтаже. Для перемещения трехзвенных плит устанавливают четыре петли в крайних звеньях и столько же петель в среднем звене для монтажа. В качестве рабочей арматуры трехзвенных плит лучше использовать арматуру класса А-III без предварительного ее напряжения. Для четкой фиксации положения рабочих стержней между пуансонами рекомендуется закреплять их в упорах форм и создавать лишь незначительное натяжение арматуры механическим или термическим способом.

Диаметр рабочей продольной арматуры принимают 10—14 мм. Арматура большего диаметра затрудняет заполнение формы бетоном между пуансонами в среднем звене, из-за чего не исключен местный откол бетона в нижней зоне среднего звена при монтаже плиты в рабочее положение. Если по условиям расчета или другим причинам необходима установка стержней большего ди-

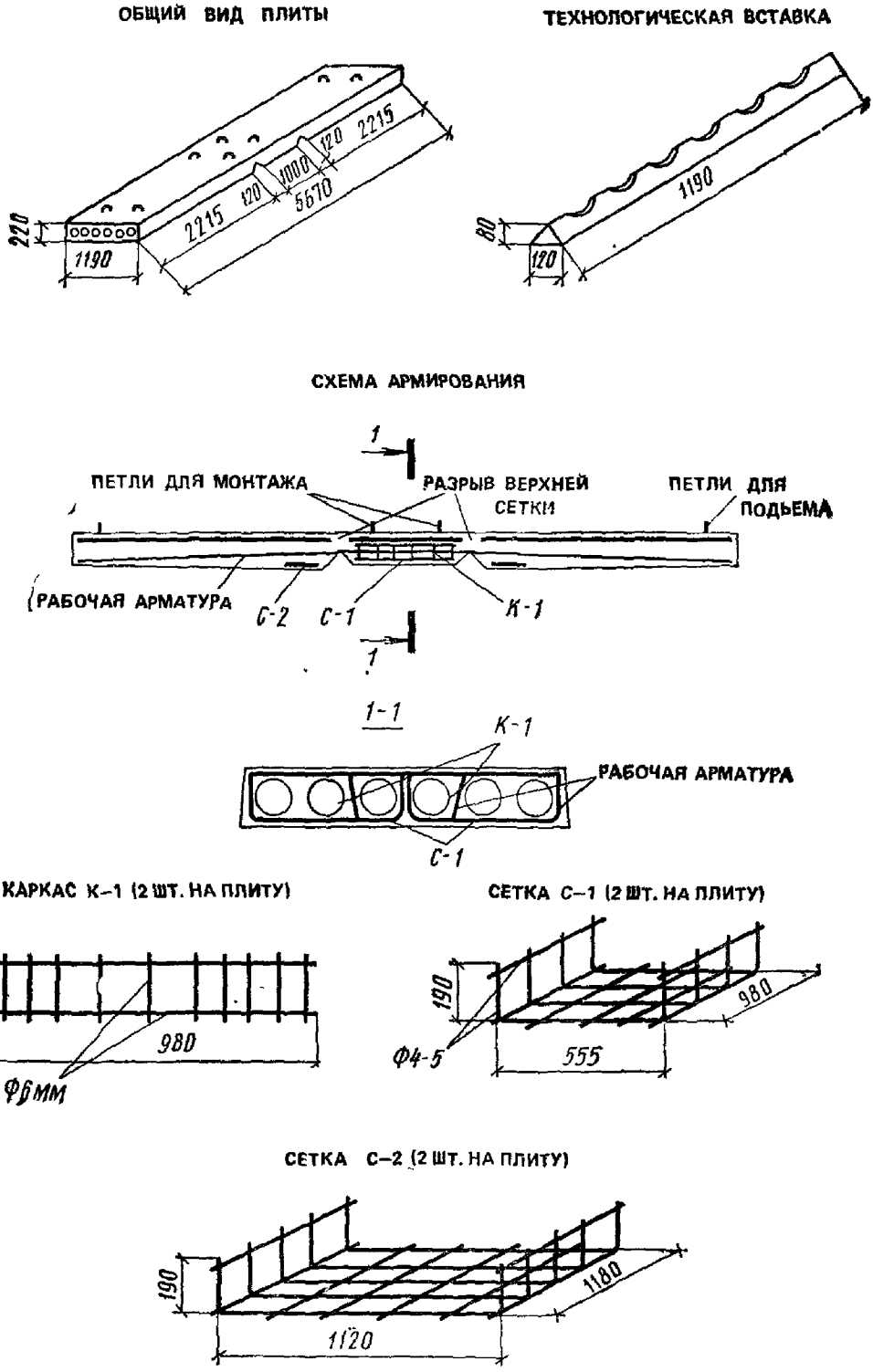


Рис. 5.15. Общий вид и схема армирования трехзвенной плиты, изготавливаемой в опалубке пустотелых панелей

аметра, поступают следующим образом. Перед изготовлением конструкций демонтируют два крайних пуансона. В образовавшихся зонах сплошного сечения устанавливают стержни требуемого диаметра. Данная конструкция обладает повышенной несущей способностью по изгибающему моменту и поперечной силе. При ее монтаже практически исключается возможность местного растрескивания или откола бетона в нижней зоне под рабочими стержнями.

Общий вид трехзвенных плит, схема их армирования и элементы технологических вставок для опалубки размером 5670×1190 мм показаны на рис. 5.15.

При изготовлении трехзвенных плит остова убежищ рекомендуется такая последовательность технологических операций:

установка и закрепление к поддону технологических вставок;

укладка нижних сеток;

введение в форму пуансонов;

установка рабочей арматуры в крайних звеньях (при необходимости);

установка каркасов в среднее звено, а также монтаж петель среднего и крайних звеньев;

подача бетона в опалубку в объеме, не превышающем высоту технологических вставок;

вибрирование уложенного бетона;

установка сквозной рабочей арматуры;

укладка и разрезка верхних сеток;

подача бетона на полную высоту конструкции и его вибрирование.

При соблюдении указанной последовательности операций гарантируется заполнение бетоном нижней зоны трехзвенных плит.

Для изготовления конструкций трехзвенных плит можно использовать оснастку пустотелых панелей с внутренними размерами по ширине 99, 119 и 159 см, а по длине от 567 см и более. При длине панелей 567—600 см расстояние между технологическими вставками следует принимать 100 см. При указанном расстоянии остов убежища будет иметь следующие габариты, см: ширина поверху 100, понизу 240—250, высота около 215. Размеры остова позволяют разместить с двух сторон скамьи для сидения и с одной из сторон — нары для лежания. Если длина панелей превышает 600 см, то

расстояние между технологическими вставками целесообразно принять равным 120 см. При этом габариты сооружения, см, будут следующими: ширина поверху — 120, понизу 260—270. При этих размерах возможна двухрядная установка скамей для сидения и нар для лежания.

Железобетонные элементы входной части убежищ также изготовляют в оснастке пустотелых панелей, но при удаленных пуансонах, т. е. сплошного сечения. Для элементов входа используют оснастку шириной 119 см с устройством в ней поперечных перегородок. В одной форме можно одновременно изготовлять два элемента. Для устройства входной части предусматривают два типоразмера элементов: глухую плиту и плиту с дверным проемом 60×160 см. В элементе с проемом предусматривают отверстия (закладные металлические трубки) для крепления дверной коробки. Три элемента шириной 119 см обеспечивают полную заделку торцевой части остова. Длину элементов входа принимают равной 280 см, чтобы обеспечить их опирание в уровне покрытия и заделку на 30—35 см в грунт.

Исходя из требований прочности установку элементов заделки торцов остова во входной части убежищ предусматривают в два слоя.

Подъем трехзвенных плит при их распалубке, а также при погрузке и разгрузке на транспорт осуществляется захватом за петли, расположенные в крайних звеньях. Остов убежища монтируют путем подъема плиты за петли среднего звена. При подъеме среднего звена поворачиваются крайние звенья в шарнирных соединениях, возникающих в вершинах треугольных вырезов (см. рис. 5.15). Шарниры образуются вследствие того, что в вертикальных плоскостях над треугольными вырезами прочность бетона недостаточна для удержания массы консолей. Начиная с этого момента, крайние звенья удерживаются в стыке только за счет сквозной рабочей арматуры, опираясь противоположными концами на грунт. Поворот звеньев происходит до тех пор, пока боковые грани треугольных вырезов плотно не примкнут друг к другу, и плоская трехзвенная плита не примет трапециевидную форму. В этом положении элемент остова переносят в котлован и устанавливают на спланированную поверхность (см. рис. 5.9). Углубления на дне котлована под стены предварительно не делают. Под

действием собственной массы они вдавливаются в грунт и остов занимает устойчивое положение. Не следует также устраивать под стенами бетонную подготовку или поперечные подкладки, играющие роль фундаментов. Это приведет к тому, что податливость конструкции при воздействии расчетной нагрузки уменьшится и тем самым возрастет давление, действующее на конструкции остова. В то же время необходимо следить за тем, чтобы остов не монтировали на разрыхленный грунт. Излишняя (сверхнормативная) осадка остова может отрицательно сказаться на самочувствии укрываемых, нарушить прочность конструкции остова в местах ввода в него различных коммуникаций или вызвать обрыв и разрушение самих коммуникаций. По поверхности остова укладывают листы рулонной гидроизоляции. Чтобы гидроизоляция не порвалась на изломе плиты, это место следует заделать глинистым грунтом, положив предварительно доски по плоскостям излома, предохраняющие грунт от возможного проваливания в отверстия. Пазухи котлована засыпают с помощью экскаватора либо бульдозера, надвигая грунт попеременно с обеих сторон сооружения. Герметизация помещений убежища достигается путем послойного (не более 10—15 см) трамбования во влажном состоянии грунта, засыпанного у стен убежища. Одновременно монтируют элементы входа.

Методы производства монтажных работ зависят от планировочно-конструктивной схемы убежища. Ширина убежища и число пролетов имеют большое значение при выборе монтажного механизма (вылет стрелы и грузоподъемность крана). Убежища из сборных железобетонных (бетонных) конструкций при малой стреле вылета и недостаточной грузоподъемности крана монтируют с обеих сторон котлована. При монтаже убежищ из отдельных железобетонных конструкций используют автокраны, а в отдельных случаях — ручные лебедки. Работы по возведению сооружений из отдельных железобетонных элементов, имеющих внутренний деревянный каркас, начинают со сборки каркаса. Для монтажа убежищ из элементов массой до 10 т и более применяют гусеничные краны или специальные монтажные механизмы. Мощные краны способны вести монтаж с одной стороны котлована.

Котлован отрывают, как правило, экскаватором или бульдозером. Доотрывку на глубину 10 м осуществляют

вручную. Зимой грунт предварительно разрыхляют механическим или другим способом, включая отогрев. Откосы котлована зависят от вида и состояния грунта. Перед отрывкой котлована необходимо знать, каким механизмом будут монтироваться конструкции убежища. При монтаже убежищ с одной стороны котлована грунт, вынутый из котлована, откидывают в отвал на одну сторону и по его торцам. Если для монтажа убежища требуется передвижение крана, по обеим сторонам котлована оставляют проезды шириной 5—6 м. При монтаже, выполняемом с помощью ручных лебедок, достаточно оставить бровку шириной 2 м. Засыпку стен убежищ выполняют бульдозером или вручную, равномерными слоями грунта по всему периметру. Для убежищ, выполняемых из отдельных железобетонных элеметов, разность уровня грунта у стен во время засыпки не должна превышать 0,5 м. Особо тщательно (с утрамбовкой) следует производить засыпку грунтом стен тамбура при опирании конструкций входа на грунтовой массив.

5.3. Технико-экономические показатели убежищ

Планировочные решения быстровозводимых убежищ характерны своей простотой и отсутствием большого числа вспомогательных помещений. Кроме тамбуров во входах единственными изолированными вспомогательными помещениями являются санузлы, занимающие относительно небольшую площадь.

Коэффициент K_1, характеризующий отношение площади для размещения укрываемых к общей площади, колеблется для быстровозводимых убежищ от 0,7 до 0,85 (при стремлении коэффициента к 1). Коэффициент K_2, показывающий отношение общей площади убежища к его вместимости, также находится в пределах 0,7—0,8 (при стремлении коэффициента к 0,5). Коэффициент K_3, являющийся отношением строительного объема убежища к его площади, составляет приблизительно 2,5—3. Если сравнить эти показатели с аналогичными коэффициентами для заблаговременно возводимых убежищ, можно сказать, что с точки зрения эффективности использования защищенной площади и объемов, быстровозводимые убежища являются более рациональным типом защитных сооружений.

Технико-экономические показатели убежищ зависят от принятой планировочной схемы. Важно, чтобы размер пролета сооружения соответствовал требованиям рационального размещения скамей для сидения укрываемых и габаритов прохода между ними. Очевидно, что каждому пролету соответствует определенная величина защищенной площади, приходящаяся на одного укрываемого и зависящая от характера размещения бытового оборудования (табл. 5.3).

Таблица 5.3. Площадь, м², на одного укрываемого при различных пролетах убежища

Размещение мест в убежище	Величина пролета, см								
	110	120	130	140	170	180	200	240	250
Однорядное	0,50	0,54	0,58	0,63	—	—	—	—	—
Двухрядное	—	—	—	—	0,39	0,45	0,495	0,54	0,58
Поперечное	—	—	—	—	—	—	—	—	0,47

Как видно из табл. 5.3, отклонение от оптимально допустимого пролета ведет к увеличению площади на укрываемого, т. е. к ухудшению технико-экономических показателей убежища, прежде всего за счет удорожания стоимости покрытия и некоторого увеличения объема земляных работ. Расчеты показывают, что при отклонении пролета от оптимальных размеров стоимость покрытия может увеличиться на 60—85 %. В целом удельная стоимость убежища (в расчете на одного укрываемого) возрастает при этом приблизительно на 25 %.

Анализ типовых проектов быстровозводимых убежищ показывает, что расход материалов в однопролетных сооружениях на 15—20 % выше, чем в двухпролетных.

Технико-экономические показатели убежищ зависят от конструктивного решения, вида применяемых материалов, вместимости и класса защитного сооружения. Для сопоставления и сравнительной оценки проектных решений убежища можно подразделить на следующие типы:

I — убежища, выполненные из сборных бетонных блоков и железобетонных изделий (см. рис. 5.3);

II — убежища, выполненные из отдельных сборных железобетонных изделий (см. рис. 5.4);

III — убежища, выполненные из железобетонных трехзвеиных плнт (см. рис. 5.9);

IV — убежища, выполненные из отдельных железобетонных блоков круглого сечения;

V — убежища, выполненные из отдельных железобетонных блоков прямоугольного сечения;

VI — убежища, выполненные из лесоматериалов.

В табл. 5.4 приведены показатели расхода материалов на перечисленные типы убежищ, их стоимость и трудоемкость возведения в зависимости от вместимости.

Таблица 5.4. Основные показатели быстровозводимых убежищ различной вместимости и конструкции

Конструктивный тип убежища	Вместимость, чел.	Применяемые материалы				Общая стоимость, тыс. руб.	Трудоемкость возведения, чел.-дн	Примечание
		сталь, т	бетонные блоки, м³	сборный железобетон, м³	лесоматериалы, м³			
I	50	0,6	61,2	41,9	0,92	7,4	152	Проект вместимостью на 100 и 50 (150) чел. выполнен разными организациями
	100	5,9	68,6	24,3	9,6	12,6	185	
	150	0,68	142,2	50,6	1,5	16,0	299	
II	50	8,5	9,7	38,0	6,8	9,0	205	Проект убежища вместимостью на 150 чел. не разрабатывался
	100	14,4	10,5	71,5	5,4	15,4	564	
	150	15,7	19,3	89,2	7,4	18,3	632	
III	50	2,7	—	26,1		5,3	38,7	
	100	4,0	—	37,4		9,3	69,5	
IV	50	4,3	26,7	23,6	5,2	8,4	122	—
	80	12,6	—	50,1	—	—	—	
V	50	8,4	32,5	32,5	4,8	10,3	116	—
	100	15	37,5	64,5	9,6	20,1	213	
	150	20,1	37,5	87,6	10,4	26,2	247	
VI	50	—	—	—	—	7,1	36	Показатели даны для сооружения безврубочной конструкции
	100	—	—	—	—	10,5	50	
	160	—	—	—	—	16,9	69	

При определении технико-экономических показателей убежищ использованы данные одной проектной организации. Это уменьшило разброс показателей, более четко прослеживались закономерности изменения входящих в таблицу параметров. В таблицу включены в основном показатели по однопролетным убежищам с пролетом не более 2 м. Показателем экономичности сопоставляемых конструктивных решений убежищ может служить расход основных материалов, стоимости и трудоемкости возведения, отнесенный к одному укрываемому (табл. 5.5). Удельная трудоемкость возведения определена в таблице в расчете на 1 м³ строительного объема убежища.

Таблица 5.5. Технико-экономические показатели убежищ в расчете на одного укрываемого

Конструктивный тип убежища	Вместимость, чел.	Технико-экономические показатели			Конструктивный тип убежища	Вместимость, чел.	Технико-экономические показатели		
		расход основных материалов, м³/чел.	стоимость, руб/чел.	удельная трудоемкость, чел.-дн/м³			расход основных материалов, м³/чел.	стоимость, руб/чел.	удельная трудоемкость, чел.-дн/м³
I	50	2,1	150	0,92	IV	50	1,0	170	1,4
	100	0,93	126	0,75		80	0,5	—	—
	150	1,3	106	0,76					
II	50	0,96	180	1,29	V	50	1,3	210	1,0
	100	0,82	154	2,38		100	1,12	200	0,95
	150	0,73	122	1,98		150	0,83	175	0,87
III	50	0,52	100	0,37	VI	50	1,4	143	0,72
	100	0,37	93	0,37		100	1,0	105	0,50
						150	1,06	113	0,46

Как видно из табл. 5.5, наилучшие технико-экономические показатели по всем параметрам у убежищ типа III (конструктивное решение остова из трехзвенных плит). Наибольший расход материалов характерен для убежищ, в которых для устройства стен используют бетонные блоки. По трудоемкости возведения наихудшие показатели у сооружений, возводимых из отдельных железобетонных элементов (тип II). Сравнительные технико-экономические показатели быстровозводимых убе-

жищ (по расходу бетона и стали) в зависимости от возрастания степени защиты сооружения (класса убежища) практически не отличаются от аналогичных величин, определяемых для заблаговременно возводимых убежищ (см. гл. 4).

Важным показателем эффективности проектного решения убежищ является количество применяемых типоразмеров элемента для возведения сооружения. Анализ существующих проектов быстровозводимых убежищ (а всего было изучено около 70 проектов) дал следующие результаты по числу применяемых типоразмеров железобетонных элементов в сооружении (с учетом входов).

Число типоразмеров элементов, шт. . .	До 3	4	5	6	7	8	9	10	10
От общего количества рассмотренных проектов, %	3	18	7	13	6	12	12	12	17

К убежищам с малым числом разных элементов (3—4 шт.) относятся прежде всего сооружения, возводимые из объемных конструкций. В сооружениях из трехзвенных плит (см. рис. 5.9) используют три типоразмера железобетонных конструкций: элемент остова, глухой элемент входа и элемент с дверным проемом.

В некоторых проектах для обеспечения устойчивости остова убежища и удобства монтажа применяют многочисленные соединительные элементы в виде стяжных болтов длиной до 2—3 м, прокладки, шайбы и т.п. Изготовить эти изделия в короткие сроки довольно трудно, поэтому по возможности следует отказаться от таких решений, тем более что необходимость постановки большинства соединительных элементов вызывает сомнение. В равной степени это относится и к спецификации элементов деревянных каркасов, устанавливаемых внутри сооружений, выполненных из отдельных железобетонных конструкций. Например, в одном сооружении насчитывается до 17 наименований элементов деревянного каркаса при общем расходе лесоматериалов около 7 м^3. Ограничение номенклатуры закладных металлических и деревянных изделий значительно упростит конструктивные решения убежищ и уменьшит время на их возведение.

Часть вторая
ПРАКТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Глава 6. ПАРАМЕТРЫ ВОЛНЫ, ЗАТЕКАЮЩЕЙ В ЗДАНИЯ С УЧЕТОМ РАЗРУШЕНИЯ ИХ ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

6.1. Общая характеристика процессов взаимодействия воздушной ударной волны со зданием

Нагрузки на конструкции убежищ, встроенных в здания, зависят от параметров волны, затекающей через проемы в ограждениях и через отверстия, образующиеся при разрушении стен здания. Ниже рассмотрены приближенные методы оценки параметров волн в зданиях в процессе их разрушения.

Процесс взаимодействия воздушной ударной волны с возвышающимся над уровнем земли объектом рассмотрен выше (см. п. 2.1). На лобовую поверхность фронтальной стены в начальный момент действует давление отражения $\Delta P_{отр}$, определяемое по формуле (1.25). На краях стены и проемов возникают волны разрежения, распространение которых приводит к снижению давления на конструкцию за время $t_{обт}$ до значения давления обтекания $\Delta P_{обт}$ (рис. 2.3).

Время $t_{обт}$, в течение которого давление на фронтальной преграде спадает до давления обтекания, принимают в зависимости от наименьшего из двух значений $S = h$ или $B/2$ по формуле (2.1)

$$t_{обт} = 3S/D_{ф}, \qquad (6.1$$

где h — расстояние от поверхности земли до оконного проема или высота здания (когда фронтальная стена без окон); B — ширина здания.

Одновременно происходит распространение ударной волны через проемы в стенах здания. Примем, что изменение давления во времени внутри здания имеет вид, показанный на рис. 6.1. Давление $\Delta P_{пр}$ соответствует избыточному давлению на фронте ударной волны, прошедшей через оконные проемы, — давление проскока, вторая точка — максимальному значению давления в волне затекания $\Delta P_{зат}^{max}$. Давление $\Delta P_{пр}$ определяют по

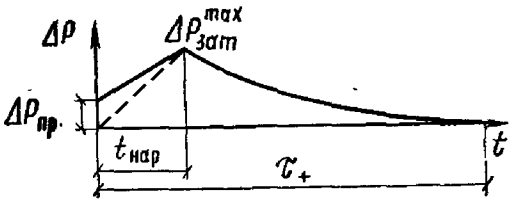


Рис. 6.1. Расчетный график изменения давления внутри зданий с оконными проемами. Пунктиром показано изменение давления внутри помещения проемностью менее 10 %

графику рис. 6.2 в зависимости от $\Delta P_ф$ и коэффициента перфорации α, равного отношению площади проемов к площади преграды. Давление $\Delta P^{max}_{зат}$ определяют с учетом условия, что за волной проскока устанавливается воздушный поток истечения, продолжающийся до тех пор, пока давление внутри здания не достигнет давления перед проемом, т. е. $\Delta P^{max}_{зат} = \Delta P t_{нар}$. Практически $\Delta P^{max}_{зат} \approx \Delta P_ф$.

Для определения параметров волны, затекающей в здания с учетом разрушения их ограждающих конструкций, можно принять следующие предпосылки: время разрушения здания равно времени разрушения его фронтальной стены; деформация каркаса здания при разрушении стен не учитывается, динамическая нагрузка считается нормально приложенной к поверхности фронтальной стены; нагрузки на фронтальную стену (от давления

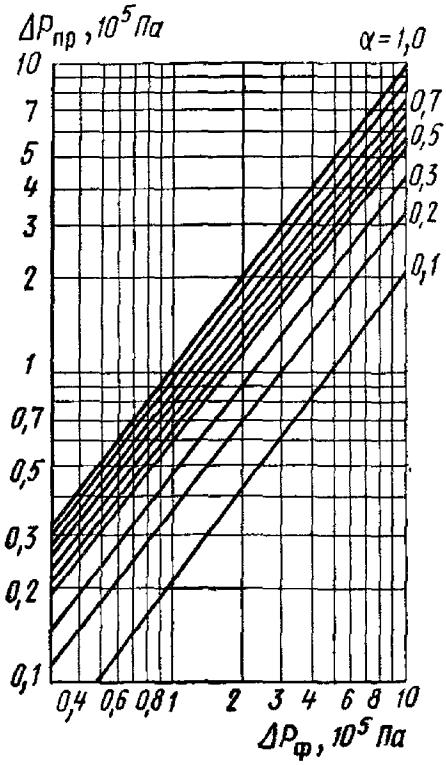


Рис. 6.2. Зависимость давления $\Delta P_{пр}$ от параметров α и $\Delta P_ф$

$\Delta P_{отр}$) и ее тыльную поверхность (от давления $\Delta P_{пр}$) действуют одновременно.

В настоящее время среди промышленных зданий наибольшее распространение имеют здания с железобетонным или металлическим каркасом и стеновым заполнением из панелей или кирпичной кладки. Ниже рассмотрены основные параметры волны, затекающей в эти здания при взрыве.

6.2. Время разрушения панельных зданий

Изменение нагрузки $P(t)$ на фронтальную стену шириной b примем как разность нагрузок $P = P_1 - P_2$ на фронтальную и тыльную грани стены

$$P_1 = \begin{cases} P_{отр}(1 - t/\theta) & (0 < t \leqslant t_{обт}) \\ P_{обт}[1 - (t - t_{обт})/(\tau_{эф} - t_{обт})] & (t_{обт} \leqslant t \leqslant \tau_{эф}); \end{cases} \quad (6.2)$$

$$P_2 = \begin{cases} P_{пр} + \left(P_{зат}^{max} - P_{пр}\right) t/t_{нар} & (0 < t \leqslant t_{нар}) \\ P_{зат}^{max}[1 - (t - \tau_{нар})/(\tau_{эф} - t_{нар}) & (t_{нар} \leqslant t \leqslant \tau_{эф}), \end{cases} \quad (6.3)$$

где $P_{отр} = \Delta P_{отр} b$, $P_{обт} = \Delta P_{обт} b$, $P_{пр} = \Delta P_{пр} b$, $\theta = 2t_{обт}$,

$$\Delta P_{обт} = \Delta P_{отр}/2.$$

Возможны различные соотношения между моментами времени $t_{нар}$, $t_{обт}$ и временем разрушения $t_{раз}$. Однако независимо от порядка чередования этих времен нагрузка всегда будет иметь линейную форму, что приводит к однотипности формул в динамических расчетах. Следует лишь соблюдать необходимые переходные условия.

Так, первый участок нагрузки по времени можно представить в виде

$$P(t) = P_1 - P_2 = P_*(1 - t/\tau_*), \quad (6$$

где P_*, τ_* легко выразить через параметры нагрузок P_1 и P_2 п $0 < t \leqslant t_{обт} \leqslant t_{нар}$ или $0 < t \leqslant t_{нар} \leqslant t_{обт}$.

$$P_* = P_{отр} - P_{пр}, \quad \tau_* = P_* \theta / \left[P_{отр} + \left(P_{зат}^{max} - P_{пр}\right)\theta/t_{нар}\right]. \quad (6$$

При $\alpha \to 1$ $\Delta P_{пр} \to \Delta P_{ф}$, т. е. при значениях $\alpha > 0{,}5$, можно принять $\Delta P_{пр} = \Delta P_{ф}$. Учитывая также, что $\Delta P_{зат}^{max} \approx \approx \Delta P_{ф}$, получим стационарный участок противодавления P_2 при $0 < t < t_{нар}$. Так как $\tau_* \gg t_{нар}$, для функции $P(t)$ можно принять выражение (6.4) при

$$\tau_* = P_* \theta/(P_{отр} - P_{пр}\theta/t_{нар}). \quad (6.6$$

Схематизируем панель однопролетной шарнирно опертой балкой как упругопластической системой с одной степенью свободы. Рассмотрим упругую, а затем пластическую стадию работы, возникающую при $t=t_1$ в момент образования в центре пролета пластического шарнира. Окончание пластической стадии, длительность которой обозначим t_2, связано с разрушением вследствие разрыва арматуры. Время разрушения $t_{раз}=t_1+t_2$.

Выпишем зависимости для определения времени $t_{раз}$ в случае $t_{раз}\leqslant t_{обт}$. В упругой стадии изгибающий момент M балки пролетом l равен:

$$M(t)=\frac{1}{8}\,l^2 P_* T(t). \tag{6.7}$$

Функция динамичности T из решения уравнения $T''+\omega^2 T=\omega^2 f(t)$ имеет вид

$$T(t)=T_0\cos\omega t+T_0'\omega^{-1}\sin\omega t+\omega\int_0^t f(u)\sin\omega(t-u)\,du, \tag{6.8}$$

где T_0, T_0' — начальные значения T и T'; ω — частота собственных колебаний; f — безразмерная нагрузка, точка сверху означает производную по t.

Для линейной функции $f=1-t/\tau_*$ при $T_0=T_0'=0$ имеем

$$T(t)=1-t/\tau_*-\cos\omega t+(\sin\omega t)/(\omega\tau_*). \tag{6.9}$$

Подставив (6.9) в (6.7) и получив $M(t_1)=M_0$, где M_0 — предельный пластический момент, найдем t_1.

Уравнение движения панели в пластической стадии в предположении, что $M_0(t)\equiv\text{const}$ при $t>t_1$, имеет вид

$$ml^3\varphi''(t)=3P(t)\,l^2-24M_0, \tag{6.10}$$

где P и m — нагрузка и масса на единицу длины; φ — угловое смещение балки как системы двух жестких звеньев, соединенных пластическим шарниром.

Приняв отсчет времени от момента t_1, введя $\delta_1=1-t_1/\tau_*$ и подставив (6.4) в (6.10), получим после интегрирования

$$\varphi(t)=\frac{3P_*}{ml}\left(\frac{\delta_1 t^2}{2}-\frac{t^3}{6\tau_*}\right)-\frac{12M_0}{ml^3}\,t^2+\varphi_1' t+\varphi_1\equiv F(t), \tag{6.11}$$

где φ_1', φ_1 — значения угловой скорости и угла поворота при $t=t_1-0$.

Скорость $\varphi_1'(t_1+0)$ определяют с учетом изменения формы движения балки из условия непрерывности коли-

чества движения. Для рассматриваемой балки ее скорость в момент t_1 возрастает на 23 %. Угол φ_1 определяют по формуле

$$\varphi_1 = 5lM_0/(24B) = 2y_0/l, \qquad (6.12)$$

где B — изгибная жесткость сечения балки; y_0 — упругий прогиб.

Момент времени $t_{раз}$ можно найти из (6.11) по предельному значению $\varphi(t_2) = \varphi^*_{пр}$, соответствующему разрушению балки. Величина $\varphi^*_{пр}$ определяется экспериментально и может нормироваться числом n упругих прогибов y_0 посредством соотношения (6.12). Опыты на моделях здания в масштабе 1 : 5 показали, что при нагрузках, на порядок и более превосходящих несущую способность панелей, опорные закрепления разрушаются после разрыва арматуры. В момент разрушения бетона на полную высоту сжатой зоны прогиб составляет около $^1/_{15}$ пролета (угол раскрытия трещины в балках с арматурой класса А-III $\psi^*_{пр} = 2\varphi^*_{пр} \cong 0{,}27$ рад), а отношение предельного прогиба к упругому $y^*_{пр}/y_0 \sim 14$. Подставив $\varphi^*_{пр}$ или $\varphi = 2y^*_{пр}/l = 28y_0/l$ в (6.11), найдем t_2 из выражения $F(t_2) = \varphi_{пр}$ или $F(t_2) = 28y_0/l = 35M_0l/12B$.

Аналогично можно получить зависимости при других соотношениях времен $t_{нар}$, $t_{обт}$, $t_{раз}$.

Для проверки приведенных расчетных зависимостей проведены эксперименты по разрушению воздушной ударной волной фронтальной и тыльной стен модели здания масштабом 1 : 5 с каркасом из швеллеров и ограждающими конструкциями из железобетонных панелей размером 160×50×12 см. Внешние размеры модели здания: высота 1,7, ширина 1,32, длина 4 м. Панели армировали симметричными сварными каркасами из стали класса А-III диаметром 8 мм (относительная деформация при разрыве $\varepsilon_{раз} \approx 14$ %). Коэффициент армирования 0,0027. Панели изготовлены из бетона класса В50. Длительность фазы сжатия воздушной ударной волны в опытах составила 0,2 с.

Время разрушения стен (табл. 6.1) из железобетонных панелей толщиной 12 см и плотностью 1800 кг/м^3 определяли, осциллографируя моменты разрыва проволочных датчиков.

Сравнение эксперимента и расчета показывает их удовлетворительную сходимость.

На рис. 6.3 приведены результаты расчетов зависи-

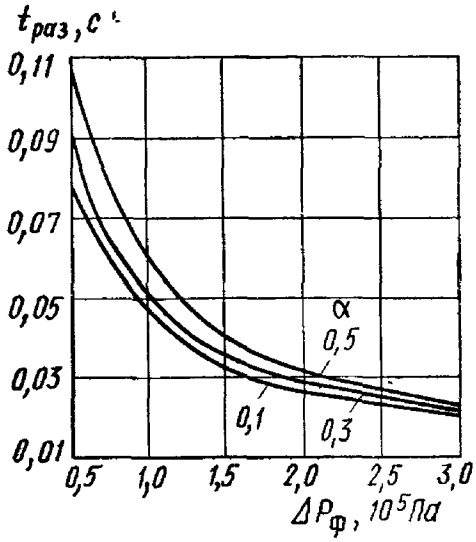


Рис. 6.3. Зависимость времени разрушения стен зданий из бетонных панелей от давления $\Delta P_ф$ и коэффициента α. Для панелей с плотностью 1100 кг/м³ время $t_{раз}$ следует умножить на 1,2

Таблица 6.1. Опытные и расчетные значения времени разрушения панельных стен

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Время разрушения, мс		Опыт / расчет
	опыт	расчет	
0,63	30	28	1,07
1,13	19	25	0,76
1,45	17	19	0,89

мости времени разрушения стен зданий от давления $\Delta P_ф$ и коэффициента α для натурных панелей с характеристиками: длина 6 м, ширина 1,2 м; толщина 24 см; коэффициент армирования 0,0015, арматура класса А-III; бетон ячеистый класса В25 с плотностью 750 кг/м³.

Анализ расчетов показывает, что время разрушения панелей при $\alpha=0{,}3$ (проемностью стен 30 %) в зависимости от $\Delta P_ф$ изменяется от 20 до 100 мс, причем с увеличением давления влияние проемности на время $t_{раз}$ снижается. Расчеты времени разрушения панелей с плотностью 1100 кг/м³ показали, что при аналогичном характере изменения величины $t_{раз}$ ее значение будет больше примерно на 20 %.

6.3. Время разрушения кирпичных зданий

При определении времени разрушения кирпичных стен принимаем, что в средней части стены по высоте между балками каркаса под действием боковой нагруз-

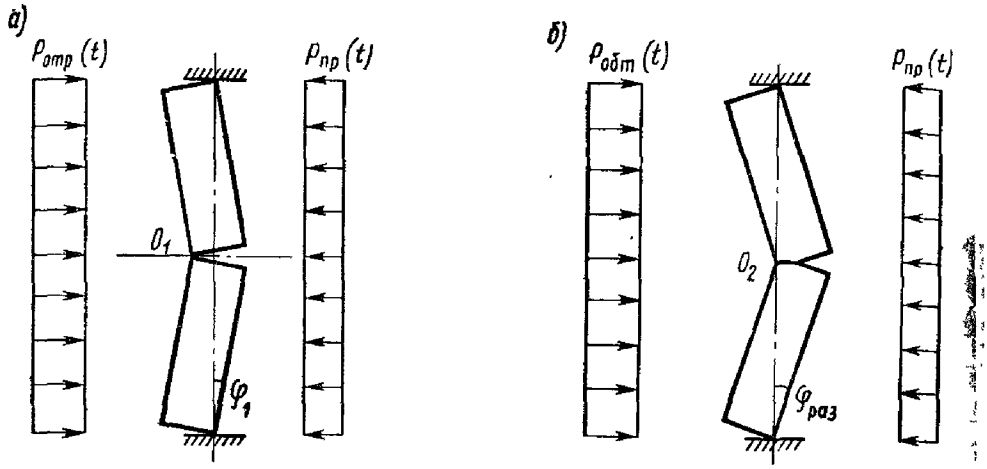


Рис. 6.4. Расчетная схема разрушения кирпичных стен

а — стадия 1; *б* — стадия 2

ки образуется трещина и обе части стены поворачиваются как жесткие блоки (рис. 6.4). При этом рассматриваем две стадии: стадию 1, которая характеризуется началом разрушения материала кладки в сжатой зоне, и стадию 2, при которой теряется устойчивость стены. Время разрушения $t_{раз}$ будет определяться как сумма времен движения стены в обоих стадиях соответственно t_1 и t_2.

Дифференциальное уравнение углового движения кирпичной стены в стадии 1 до начала разрушения сжатой зоны кладки имеет вид [3]

$$A_1 \ddot{\varphi}_1(t) + A_4 \varphi_1(t) = A_5 P(t), \qquad (6.13)$$

где $A_1 = m_c d^2 (1 + H^2/d^2)/12$; $A_4 = 1{,}5 E_к Y_0^3 H'$; $A_5 = H^2/4$; $m_c = \rho_c d H$; ρ_c — плотность материала; H, d — высота и толщина стены; $E_к = 0{,}5E_0$ — модуль деформации кладки; E_0 — модуль упругости кладки; $Y_0 = 0{,}5d$ — высота сжатой зоны кладки в сечении с шарниром; H' — высота ряда кладки; $P(t)$ — динамическая нагрузка на единицу высоты стены; φ — угол поворота блока.

В стадии 2 прочностные свойства кладки уже не оказывают существенного влияния на устойчивость стены, и дифференциальное уравнение движения стены имеет вид (6.13) при $A_4 = 0$.

При расчетах времени разрушения кирпичных стен могут быть различные варианты соотношений моментов времени $t_{обт}$, $t_{раз}$. Получим зависимости для определения времени разрушения применительно к варианту $t_{раз} \leqslant t_{обт}$.

Используя закон изменения нагрузки (6.4), перепишем уравнение движения половинок стены в стадии 1 (6.13), введя круговую частоту собственных колебаний $\lambda = \sqrt{A_4/A_1}$,

$$\varphi_1^{\cdot\cdot}(t) + \lambda^2 \varphi_1(t) = \frac{A_5}{A_1} P_* \left(1 - \frac{t}{\tau_*}\right). \qquad (6.14)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi_1(t) = P_* \frac{A_5}{A_4} (1 - t/\tau - \cos \lambda t + \sin \lambda t/\lambda \tau_*) \equiv F_1(t), \qquad (6.15)$$

а выражение для угловой скорости

$$\varphi^{\cdot}(t) = P_* \frac{A_5}{A_4} (\lambda \sin \lambda t + \cos \lambda t/\tau_* - 1/\tau_*). \qquad (6.16)$$

Предельный угол поворота $\varphi = \varphi_{пр}$ к началу разрушения сжатой зоны материала кладки с расчетным сопротивлением сжатию R определяют по формуле [3]

$$\varphi_{пр} = 1{,}2R \sqrt[3]{d/y_0}\, H'/E_k y_0. \qquad (6.17)$$

Подставив выражение (6.17) в (6.15), получим формулу для определения времени t_1

$$F_1(t_1) = 1{,}2R \sqrt[3]{d/y_0}\, H'/(E_k \varphi_0). \qquad (6.18)$$

Приняв отсчет времени от момента t_1, запишем уравнение движения для стадии 2, введя $\delta_1 = 1 - t_1/\tau_*$,

$$\varphi_2^{\cdot\cdot}(t) = P_* \frac{A_5}{A_1} (\delta_1 - t/\tau_*). \qquad (6.19)$$

Решением этого уравнения является выражение

$$\varphi_2(t) = P_* \frac{A_5}{A_1} \left(\delta_1 t^2/2 - t^3/6\tau_*\right) + \dot{\varphi}_1 t + \varphi_1 \equiv F_2(t), \qquad (6.20)$$

где значение $\varphi_1 = \varphi_{пр}$ согласно (6.17), а $\dot{\varphi}_1$ определяют из (6.16) при $t = t_1$.

Угол поворота $\varphi = \varphi_{раз}$ (рис. 6.4, *б*) к моменту потери устойчивости определяют по формуле

$$\varphi_{раз} = \operatorname{arctg}(2d/H). \qquad (6.21)$$

Подставив значение $\varphi_{раз}$ в формулу (6.20), получим зависимость для определения времени t_2

$$F_2(t_2) = \operatorname{arctg}(2d/H).$$

Время разрушения $t_{раз} = t_1 + t_2$.

Таким же методом можно получить зависимости для

определения времени $t_{раз}$ для других вариантов расчета.

Проверка расчетных формул проведена опытами по разрушению воздушной ударной волной фронтальной и тыльной стен модели здания в масштабе 1 : 5 с ограждающими конструкциями из кирпича. Время разрушения кирпичных стен определяли так же, как и в опытах с панелями. Результаты сопоставления приведены в табл. 6.2, из которой видно, что расчетные данные хорошо согласуются с опытами. Установлено, в частности, что время разрушения существенно зависит от массы стены на единицу площади. Например, время разрушения кирпичных стен толщиной 12 и 37 см при действии практически одинаковых давлений в опытах составило 14 и 56 мс.

Таблица 6.2. Опытные и расчетные значения времени разрушения кирпичных стен

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Толщина стены, см	Время разрушения, мс		Опыт / расчет	$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Толщина стены, см	Время разрушения, мс		Опыт / расчет
		опыт	расчет				опыт	расчет	
0,80	12	17	17,2	0,99	0,90	25	39	36	1,08
1,07	12	14	14,2	0,99	1,16	37	56	46	1,22
0,50	25	61	53	1,15	1,40	37	34	40	0,85

На рис. 6.5 изображены расчетные зависимости времени разрушения кирпичных зданий от давления $\Delta P_ф$

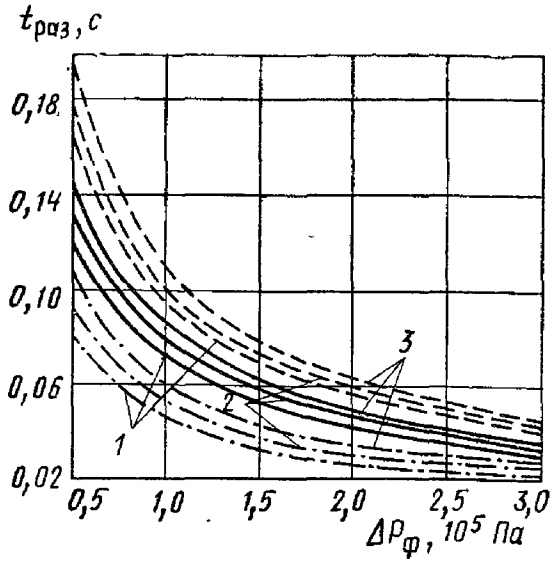


Рис. 6.5. Зависимость временн разрушения кирпичных зданий (с высотой 1 го этажа 6 м) от давления $\Delta P_ф$ прн коэффициентах α=0 1, 0,3 и 0,5 соответствующих кривым *1—3*

———·———·——— — толщина кирпичной кладки 38 см или кладка из блоков с плотностью 1200 кг/м³; ——— — толщина кирпичиой кладки 51 см; — — — — — то же, 64 см

для реальных конструкций при следующих характеристиках: расстояние от уровня земли до низа оконного проема 2 м; толщина стен 38; 51; 63 см; высота здания 12 м; высота этажа 6 м; кирпич плотностью 1800 кг/м^3 марки М100.

Из графика (рис. 6.5) видно, что время разрушения кирпичных зданий с наиболее распространенными стенами толщиной 51 см и проемностью 30 % ($\alpha=0{,}3$) изменяется в зависимости от давления $\Delta P_{\text{ф}}$ в интервале 30—130 мс.

Для зданий с высотой этажа 3 м время разрушения, определенное по графику, необходимо умножить на коэффициент 1.1.

6.4. Параметры волны, затекающей в панельные и кирпичные здания с проемами

При проектировании встроенных убежищ на воздействие взрыва расчетные нагрузки на элементы защитных сооружений определяют с учетом изменения давления внутри зданий. Для определения основных параметров, характеризующих изменение давления внутри здания с учетом его разрушения, были проведены эксперименты на модели промышленного здания в масштабе 1 : 5. Стены модели представляли собой преграды с проемами, характерными для зданий. При воздействии воздушной ударной волны фронтальная и тыльная стены разрушились.

Изменение давлений внутри модели регистрировалось мембранными датчиками. Типичная осциллограмма давлений в волне затекания приведена на рис. 6.6, *а*, *б*. Из рисунка видно, что в первоначальный момент давление повышается скачком, далее до максимального значения давление изменяется плавно. Некоторое колебание давления около средней линии обусловлено волнами, многократно отраженными от стен и обломков. Изменение давления в волне затекания с достаточной для практики точностью можно аппроксимировать в виде графика, приведенного на рис. 6.1. Примем максимальное давление $\Delta P_{\text{зат}}^{\max}$ ориентировочно равным давлению $\Delta P_{\text{ф}}$.

Установлено, что при $t_{\text{раз}}<t_{\text{зат}}$ время нарастания давления внутри объема $t_{\text{нар}}$ равно времени разрушения $t_{\text{раз}}$ стены. Если затекание волны закончится до момента разрушения стены, то время $t_{\text{нар}}\approx t_{\text{зат}}$.

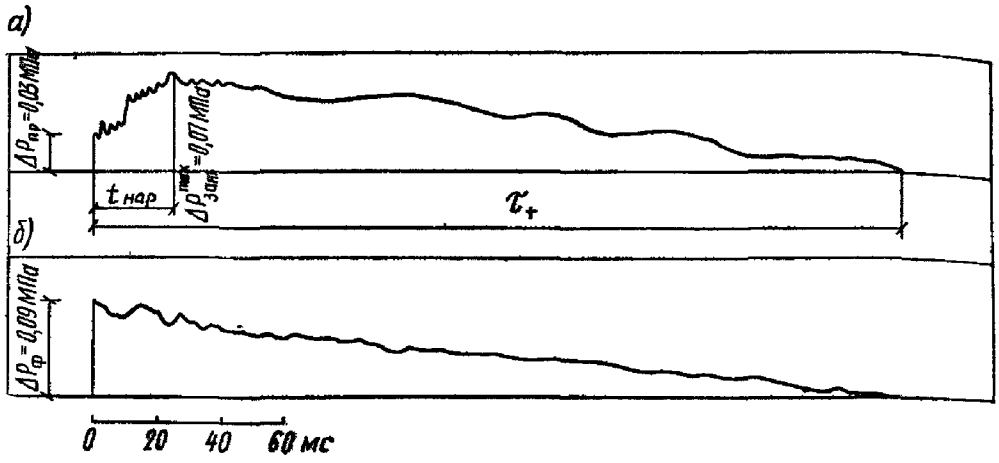


Рис. 6.6. Изменения со временем давления внутри модели здания с проемами (*а*) и снаружи (*б*)

Время $t_{зат}$ определяют по графику рис. 6.7, полученному на основе статистической обработки результатов экспериментов по затеканию волны вовнутрь помещений, для которых отношение площади проемов к внутреннему объему V более 0,01 м$^{-1}$. Опыты показали, что длительность фазы сжатия в волне затекания ориентировочно равна времени фазы сжатия τ_* в проходящей ударной волне. После достижения максимума давление внутри объема изменяется так же, как и в ударной волне в районе расположения здания.

Результаты опытов и их сравнение с расчетом приведены в табл. 6.3.

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных свидетельствует об их хорошей сходимости.

Таблица 6.3. **Значения параметров волны, затекающей в кирпичные здания с проемами**

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	f/V, 1/м	Коэффициент α стены		$\Delta P_{зат}^{max}$, 10^5 Па	$t_{нар}$, мс		$\Delta P_{пр}$, 10^5 Па	
		фронтальной	тыльной	Опыт	Опыт	Расчет	Опыт	Расчет
0,60	0,055	0,2	0	0,46	18	21	0,22	0,23
0,93	0,055	0,2	0	0,66	16	15	0,27	0,34
0,74	0,109	0,4	0	0,73	15	17	0,39	0,43
0,57	0,109	0,4	0	0,55	17	19	0,31	0,34
0,90	0,109	0,2	0,2	0,70	16	15,7	0,34	0,33
0,77	0,109	0,4	0,4	0,63	15	14	0,40	0,46
1,06	0,218	0,4	0	0,85	14	14	0,61	0,60

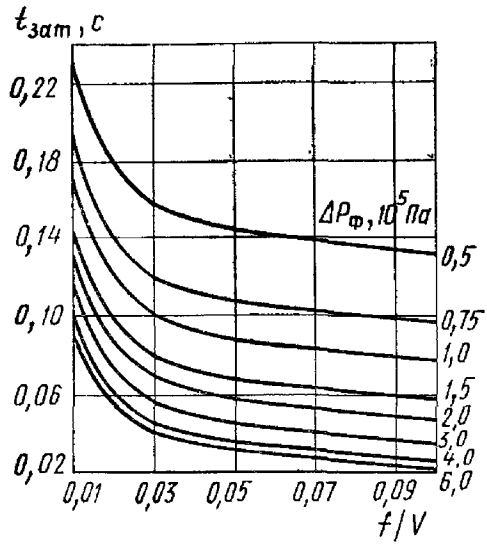


Рис. 6.7. Зависимость времени затекания волны в первые этажи здания от отношения f/V и давления $\Delta P_ф$

6.5. Параметры волны, затекающей в панельные здания без проемов

Некоторые промышленные здания или отдельные помещения, где для технологических процессов требуется постоянная температурно-влажностная внешняя среда, проектируют без проемов или с ограниченной площадью проемов (менее 10 %).

В основу метода определения параметров (максимального давления, времени нарастания давления и длительности) волны, затекающей в эти здания, положена расчетная модель, в соответствии с которой волна распространяется внутрь помещений через проемы (щели), образующиеся по мере разрушения стен. Рассмотрим подробнее эти процессы.

Основным фактором, влияющим на параметры волны затекания в здания без проемов, является время образования сплошного проема $t_{сп}$. Под «сплошным проемом» понимают такой проем, площадь которого равна площади стены. Коэффициент α фронтальной стены в этом случае равен 1.

Время $t_{сп}$ определяют исходя из схем разрушения панелей. Как показали эксперименты, полное разрушение панелей происходит по одной из нескольких схем.

В соответствии со схемой разрушения на рис. 6.8 половинки железобетонных панелей после разрыва арматуры продолжают вращаться вокруг опор до образования сплошного проема. Затем блоки срываются с опор

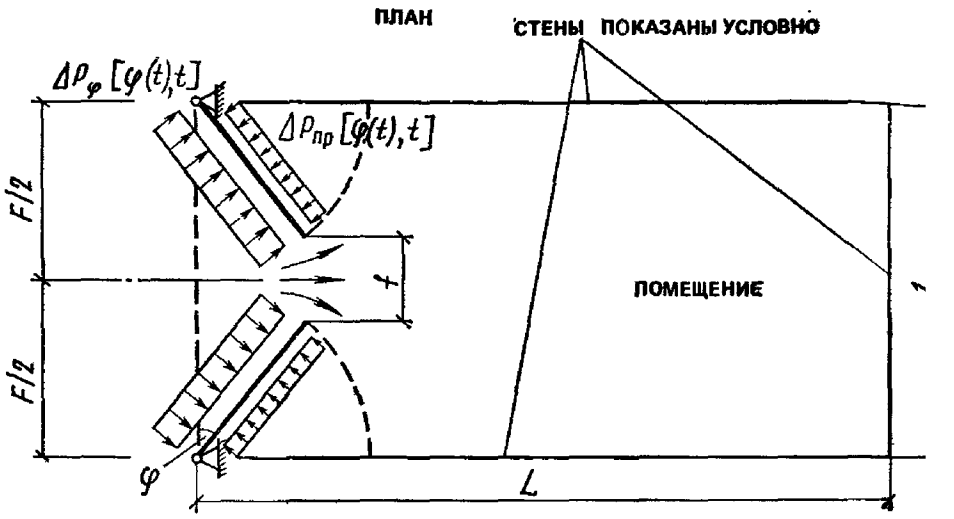


Рис. 6.8. Расчетная схема к определению времени нарастания давления внутри панельных зданий без проемов

и в виде обломков разлетаются в направлении распространения волны.

В соответствии с другой схемой панели срываются с одной из опор до разрушения арматуры и вращаются вокруг другой опоры также практически до образования сплошного проема. Затем панели срываются с этой опоры и в виде обломков, как и в первом случае, разлетаются.

Опыты на модели здания показали, что в основном панели разрушаются по первой схеме. В этом случае время нарастания давления внутри здания будет меньше, так как поворот половинок панелей происходит быстрее. Рассмотрим полное разрушение панелей только по первой схеме.

Уравнение движения половинок панелей после разрушения шарнира пластичности имеет вид, аналогичный (6.10):

$$I_m \ddot{\varphi}(t) = \Sigma M, \tag{6.22}$$

где $I_m = \frac{1}{24} m l^3$ — момент инерции массы относительно опоры; ΣM — сумма моментов внешних сил относительно той же точки

$$\Sigma M = (\Delta P_\varphi [\varphi(t), t] - \Delta P_{пр} [\varphi(t), t]) b l^2/8. \tag{6.23}$$

В данной стадии панель находится в условиях квазистационарного обтекания. Давление на фронтальную поверхность ΔP_φ равно сумме давлений в проходящей волне и от скоростного напора, зависящего от аэродинами-

ческого коэффициента, являющегося функцией угла α. Давление с внутренней стороны $\Delta P_{пр}$ можно определить с помощью графика рис. 6.2, полагая коэффициент α переменным и зависящим от угла φ. При этом площадь бреши (проема) f определяют через площадь стены F и угол φ

$$f = \alpha(\varphi) F, \quad \alpha(\varphi) = 1 - \cos\varphi. \tag{6.24}$$

Начальными условиями для (6.22) являются условия непрерывности в момент t_2 функций φ и φ'. Время образования сплошного проема $t_{сп} = t_{раз} - t_1 + t_3$, где $t_{раз}$ — время разрушения панели; t_1 — время упругой стадии; t_3 — время от момента разрыва арматуры до образования сплошного проема.

Значения $t_{раз}$ и t_1 определяют по формулам п. 6.2, а время t_3 — из уравнения (6.22) при изменении угла φ от $\varphi_{раз} = \varphi(t_{раз})$ до 90°. По мере образования проемов процесс внутри расчетного объема в результате затекания ударной волны будет либо квазистатическим, либо волновым. Квазистатический процесс характеризуется сравнительно медленным затеканием воздуха в объем, в связи с чем градиенты давлений будут небольшими, т. е. давления во всех точках примерно одинаковы.

При волновом процессе ограждающие конструкции разрушаются раньше, чем произойдет затекание волны и выравнивание давления внутри объема.

Эксперименты показали, что квазистатический характер затекания будет в случае, если нарастание давления внутри объема прекратится до образования во фронтальной стене проема площадью, равной примерно половине площади стены. Расчеты показали, что при $\Delta P_ф < 0{,}1$ МПа этот случай характерен для кирпичных помещений длиной менее 3 м и панельных менее 2 м.

Для встроенных убежищ чаще встречается случай, когда процесс внутри расчетного объема будет волновым. Как показали эксперименты, при волновом процессе ударная волна трансформируется в волну сжатия с максимальным давлением $\Delta P_{зат}^{max}$, равным давлению в проходящей волне к моменту образования сплошного проема в стене

$$\Delta P_{зат}^{max} = \Delta P_ф \left[1 - (t_1 + t_{сп})/\tau_+\right]^n, \tag{6.25}$$

и временем нарастания давления, равным времени образования сплошного проема $t_{сп}$. Время действия фазы

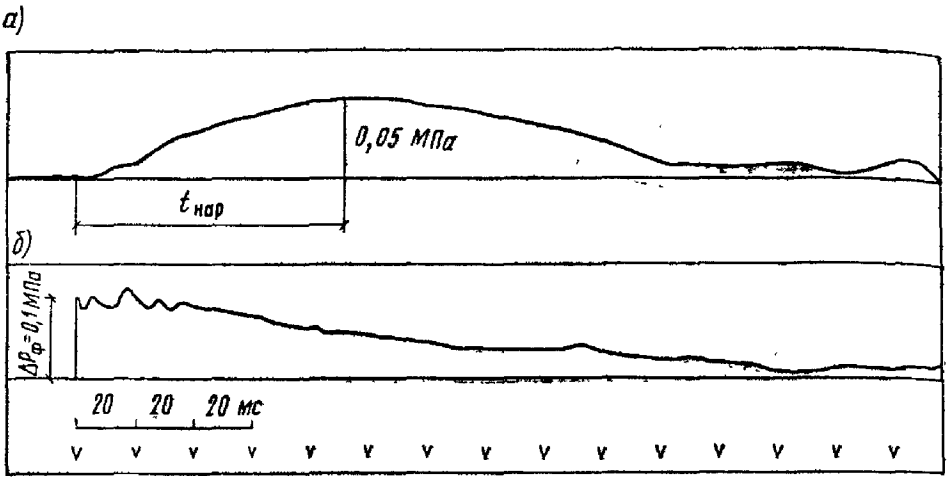


Рис. 6.9. Изменения со временем давления: внутри модели здания без проемов (*а*) и снаружи (*б*)

сжатия в волне затекания равно времени действия фазы сжатия τ_+ в проходящей волне, так как время $t_{сп}$ значительно меньше времени τ_+ действия ударной волны.

Экспериментальные исследования проводили на крупномасштабной модели здания и описаны в п. 6.2. Параметры волны затекания в здания без проемов регистрировались мембранными датчиками с записью на осциллографе. Давление в волне затекания изменялось плавно и имело один максимум (рис. 6.9, *а*).

В табл. 6.4 приведены результаты опытов по разрушению модели панельного здания без проемов (бетонные панели толщиной 12 см) и сопоставление их с расчетом при $\Delta P_ф = 0{,}063—0{,}145$ МПа.

Сравнение данных эксперимента и расчета показывает их удовлетворительную сходимость.

Таблица 6.4. Опытные и расчетные параметры волны затекания в модель панельного здания длиной 3,36 м

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Давление $\Delta P^{max}_{зат}$, 10^5 Па		Время нарастания давления, мс	
	Опыт	Расчет	Опыт	Расчет
0,63	0,46	0,34	63	82
1,13	0,82	0,76	59	59
1,45	0,88	1,08	57	46

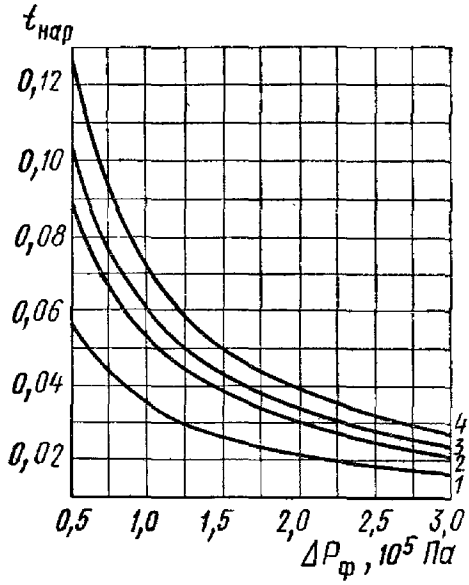


Рис. 6.10. Зависимость времени нарастания давления внутри панельных зданий без проемов высотой 12 м от давления $\Delta P_ф$

1 — при толщине панелей 10 см; *2* — то же, 20 см; *3* — то же, 24 см; *4* — то же, 30 см. При высоте здания 6 м следует умножить на 1,1

Зависимости времени нарастания давления в волне затекания $t_{нар}$ от давления $\Delta P_ф$ и от толщины панелей, полученные решением задачи на ЭВМ, приведены на рис. 6.10. Из рисунка видно, что время $t_{нар}$ при давлениях $\Delta P_ф$ от $0{,}5 \cdot 10^5$ до $3 \cdot 10^5$ Па и толщине панелей 20 см изменяется в интервале 20—90 мс, а при толщине панелей 30 см — 30—130 мс.

6.6. Параметры волны, затекающей в кирпичные здания без проемов

В кирпичные здания или отдельные помещения без проемов волна затекает через щели, образующиеся по мере разрушения и дробления кирпичной кладки. Примем следующие расчетные предпосылки: давление на фронтальную стену здания для всех точек одинаково; после потери устойчивости стена разрушается на отдельные обломки; скорость разлета обломков, находящихся на одинаковом расстоянии от земли, одинакова, разворот обломков во время их разлета и уменьшение их площади не учитываются; щели между обломками учитываются только в горизонтальной плоскости.

Рассмотрим возможные положения обломков за время образования сплошного проема по схеме рис. 6.11.

До нагружения ударной волной стена занимает положение *1*, а в момент потери устойчивости блоками (половинками) стены — положение *2*. В этот момент про-

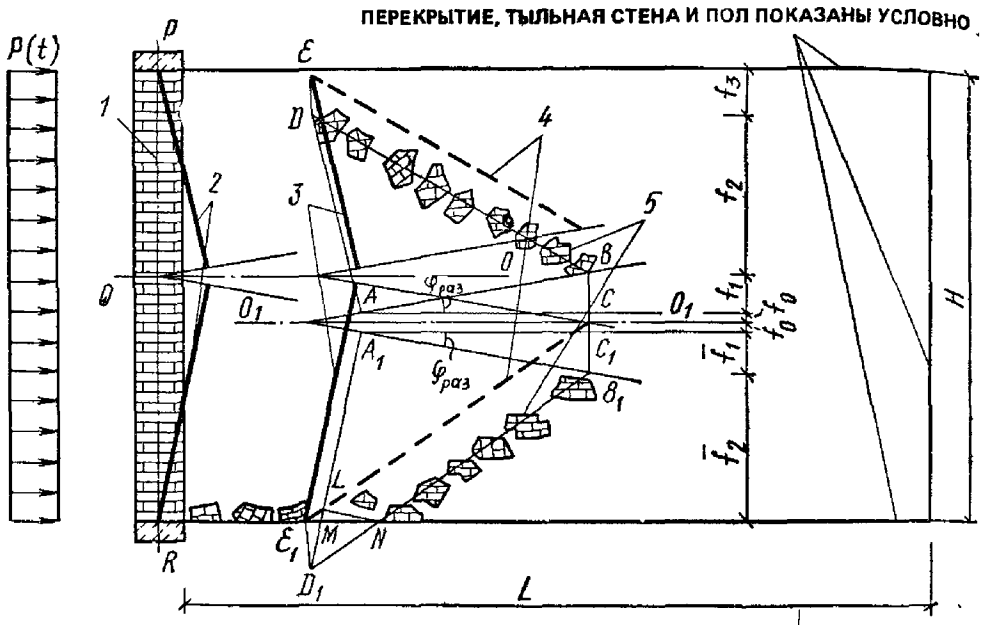


Рис. 6.11. Расчетная схема к определению времени нарастания давления внутри кирпичных зданий без проемов

L **— длина помещения в распространении волны; *Ц* — высота этажа**

исходит дробление стены на отдельные обломки. Если бы обломки разлетались с одинаковой скоростью, то через некоторое время они заняли положение *3*. Однако обломки имеют линейную скорость, соответствующую моменту разрушения и зависящую от их расстояния до опор, т. е. они займут положение *4*. С большей скоростью разлетаются обломки, расположенные ближе к середине стены. И, наконец, с учетом силы тяжести траектории искривятся и обломки переместятся вниз, т. е. займут положение *5*.

Отметим, что обломки относительно оси O_1O_1 разлетаются несимметрично. Часть обломков, расположенных ниже этой оси, встречается с горизонтальной поверхностью и на образование проемов в дальнейшем не влияет.

Площадь щели в момент потери устойчивости верхним блоком стены шириной b и высотой H определяют по формуле

$$f_0 = bH\,(1 - \cos \varphi_{раз})/2. \qquad (6.26)$$

Вектор скорости обломков в момент разрушения стены не горизонтален. Площадь щели за счет отклонения вектора скорости обломков верхнего блока от горизон-

тали согласно схеме рис. 6.11 определяют по формуле ($\varphi = \varphi \cdot (t_{раз})$)

$$f_1(t) = (Hb\varphi \cdot t \sin \varphi_{раз})/2. \quad (6.27)$$

Площадь щелей, образуемых за счет разности скоростей отдельных обломков, находят вычислением по разности площадей с длиной сторон ДВ и ДА (рис. 6.11) и определяют по формуле

$$f_2 = bH\left[\sqrt{1 + (\varphi \cdot t)^2} - 1\right]/2. \quad (6.28)$$

Проем, образуемый за счет ускорения свободного падения g, равен:

$$f_3 = bgt^2/2. \quad (6.29)$$

Площадь щелей $\bar{f}_0$ и $\bar{f}_1$, образуемых нижней половинкой стены в момент потери устойчивости, а также за счет отклонения вектора скорости обломков от горизонтальной линии, определяют по формулам (6.26) и (6.27).

Площадь проема за счет различной скорости обломков нижнего блока стены находят по разности расчетных площадей с длиной сторон B_1N и A_1M, которые занимают обломки до и после разрушения стены. Применительно к схеме рис. 6.11 эту площадь определяют по формуле

$$\bar{f}_2 = \frac{bH}{2}\left[\sqrt{1 + (\varphi \cdot t)^2} - 1\right] + \frac{bgt^2(\cos \varphi_1 - 1)}{2\cos(\varphi_{раз} + \varphi_1)}, \quad (6.30)$$

где $\varphi_1 = \operatorname{arctg}(\varphi \cdot t)$.

Исходя из формул (6.26)—(6.30) суммарная площадь всех щелей в расчетной полосе стены (шириной b и высотой H) в момент времени t равна:

$$f(t) = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + \bar{f}_0 + \bar{f}_1 + \bar{f}_2 = b\left\{H\left[\sqrt{1 + (\varphi \cdot t)^2} + \varphi \cdot t \sin \varphi_{раз} - \cos \varphi_{раз}\right] + \frac{gt^2}{2}\left[\frac{\cos \varphi_1 - 1}{\cos(\varphi_{раз} + \varphi_1)} + 1\right]\right\}. \quad (6.31)$$

Переменный коэффициент перфорации α равен: $\alpha(t) = f(t)/(bH)$. Время t_3, когда образуется сплошной проем (при $\alpha = 1$), определяют из уравнения

$$f(t_3) = bH. \quad (6.32)$$

Расчеты показали, что третьим членом в фигурной скобке уравнения (6.31) можно пренебречь, так как про-

ем, образовавшийся за счет сил тяжести, обычно не превышает по высоте 5 см за время t_3. Опустив этот член и решив уравнение (6.32) относительно t_3, получим (d — толщина стены)

$$t_3 = \left[\sqrt{m^2 + \varphi_{раз}^2 (n^2 - 1)} - mn\right] / (\varphi_{раз}^2 - m^2), \qquad (6.33)$$

где $m = \varphi_{раз} \sin \varphi_{раз}$; $n = 1 + \cos \varphi_{раз}$; $\varphi_{раз} = \operatorname{arctg}(2d/H)$.

При выводе формулы (6.33) не приняли во внимание щели между обломками в вертикальной плоскости, неравномерность разлета обломков, расположенных на одном уровне от поверхности земли, и другие факторы. Эти факторы приближенно учитываются коэффициентом k_3, полученным на основе экспериментов ($k_4 = 1{,}4$ м$^{1/2}$),

$$k_3 = k_4 \sqrt{d/H}.$$

В результате формула для k_3 примет вид

$$t_3 = k_3 \left[\sqrt{m^2 + \varphi^2 (n - 1)} - mn\right] / (\varphi_{раз}^2 - m^2). \qquad (6.34)$$

Время образования сплошного проема в стенах кирпичных зданий определяют по формуле $t_{сп} = t_{раз} - t_1 + t_3$, где $t_{раз}$ и t_1 берут из уравнений движения кирпичных стен (см. п. 6.3).

Как и в случае с панельными зданиями при разрушении кирпичных зданий ударная волна трансформируется в волну сжатия, максимальное давление в которой определяют по формуле (6.25), а время нарастания давления принимают равным времени образования сплошно-

Таблица 6.5. **Опытные и расчетные параметры волны затекания**

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Кирпичная кладка толщиной, см	Длина модели, см	Давление $\Delta P_{зат}^{max}$, 10^5 Па		Время нарастания $t_{нар}$, мс	
			Опыт	Расчет	Опыт	Расчет
0,53	12	378	0,31	0,37	48	56
1,07	12	378	0,80	0,88	41	36
0,49	25	378	0,24	0,31	61	77
0,89	25	378	0,50	0,57	79	67
0,55	37	378	0,23	0,23	67	92
1,11	37	378	0,58	0,65	71	77
0,80	12	278	0,51	0,61	44	43
1,00	12	278	0,84	0,80	42	37
0,66	25	278	0,35	0,49	68	64
1,33	25	278	0,74	0,97	46	51
0,77	37	278	0,43	0,51	63	79
1,39	37	278	0,88	0,9	62	66

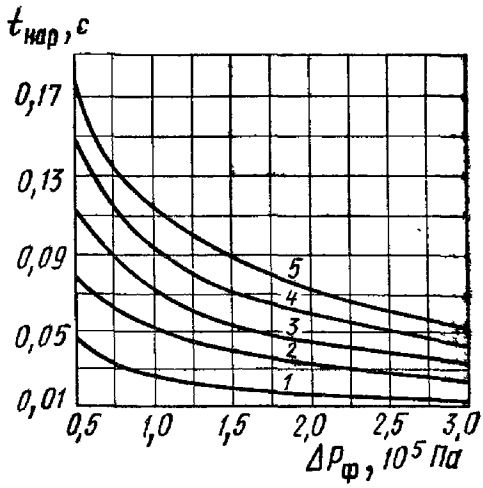


Рис. 6.12. **Зависимость времени нарастания давления внутри кирпичных зданий без проемов высотой этажа 6 м от давления $\Delta P_ф$**

1 — при толщине кирпичной кладки 12 см; *2* — то же, 25 см; *3* — 38 см; *4* — 51 см; *5* — 64 см. При высоте этажа 3 м время $t_{нар}$ следует умножить на 1,1

го проема. Полученные зависимости проверены опытами на модели здания. В табл. 6.5 приведены экспериментальные и расчетные значения основных параметров затекающей волны.

Опыты показали, что максимальное давление в волне затекания меньше давления в проходящей волне. С увеличением давления $\Delta P_ф$ время нарастания давления $t_{нар}$ в волне затекания уменьшалось. Например, при $\Delta P_ф = 0{,}66 \cdot 10^5$ Па время $t_{нар}$ составляло 68 мс, а при $1{,}33 \cdot 10^5$ Па снизилось до 46 мс (в опытах $d =$ $= 25$ см).

При уменьшении объема модели время $t_{нар}$ также уменьшалось. Например, для модели 5,12 м^3 (при $\Delta P_ф =$ $= 0{,}98 \cdot 10^5$ Па) $t_{нар}$ составляло 87 мс, а для объема 3,89 м^3 даже при меньшем давлении ($\Delta P_ф = 0{,}77 \cdot 10^5$ Па) было равно 63 мс (в опытах $d = 37$ см). В итоге можно сделать вывод об удовлетворительной сходимости опытных и расчетных данных. На рис. 6.12 приведены полученные решением задачи на ЭВМ зависимости времени $t_{нар}$ в волне, затекающей в кирпичные здания, от давления $\Delta P_ф$. Как видно из графиков, время $t_{нар}$ при разрушении кирпичных стен толщиной 38 см и давлениях $\Delta P_ф$ от $0{,}5 \cdot 10^5$ до $3 \cdot 10^5$ Па изменяется от 30 до 110 мс, т. е. совпадает примерно с данными для бетонных панелей толщиной 30 см (см. рис. 6.10).

Проведенные исследования показывают, что сплошные стены зданий могут рассматриваться как экраны с изменяющейся во времени площадью проемов. При этом определяющими факторами, влияющими на время

образования проемов и параметры волны внутри зданий, являются давление $\Delta P_ф$ и массовые характеристики преграды.

Глава 7. ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ НА КОНСТРУКЦИИ УБЕЖИЩ

7.1. Общие положения

Ограждающие и несущие конструкции убежищ рассчитывают на особое сочетание нагрузок, состоящих из постоянных, временных длительных нагрузок и нагрузок, создаваемых ударной волной. Динамические нагрузки от ударной волны в практических расчетах сводят к эквивалентным статическим нагрузкам, вызывающим в конструкции такие же деформации, как и динамические.

Если учитывать смещение сооружения и деформацию конструктивных элементов, то эквивалентные нагрузки определяют в два этапа. На первом этапе вычисляют динамические нагрузки на конструктивные элементы сооружения, а на втором — непосредственно статические нагрузки.

Динамические нагрузки обычно характеризуют тремя параметрами: максимальным давлением P_{max}, временем нарастания $t_{нар}$ нагрузки до максимума и эффективным временем действия $\tau_{эф}$. Параметры нагрузки и закон ее изменения во времени зависят от размещения сооружения относительно поверхности земли и застройки, калибра боеприпаса и расстояния до центра взрыва. В практике проектирования различные варианты размещения убежищ можно свести к четырем расчетным случаям:

1 — убежище возводят в подвальном или цокольном этаже здания;

2 — убежище размещают в первом этаже здания;

3 — убежище размещают под техническим подпольем;

4 — убежище является отдельно стоящим полностью или частично заглубленным в грунт.

В зависимости от условий взаимодействия воздушной ударной волны или волны сжатия с рассчитываемой конструкцией динамические нагрузки по величине бывают меньше давления $\Delta P_ф$, равны ему или больше этого давления.

7.2. Нагрузки на конструкции убежищ, размещенных в подвальном или цокольном этаже здания

Для удобства расчетов изменения нагрузок во времени представляют в виде упрощенных зависимостей (рис. 7.1).

При определении характеристик волны затекания в качестве расчетных считают объемы помещений, в которые выходят ограждающие конструкции защитных сооружений. При этом контуры расчетного объема ограничивают только капитальными ограждениями. Перего-

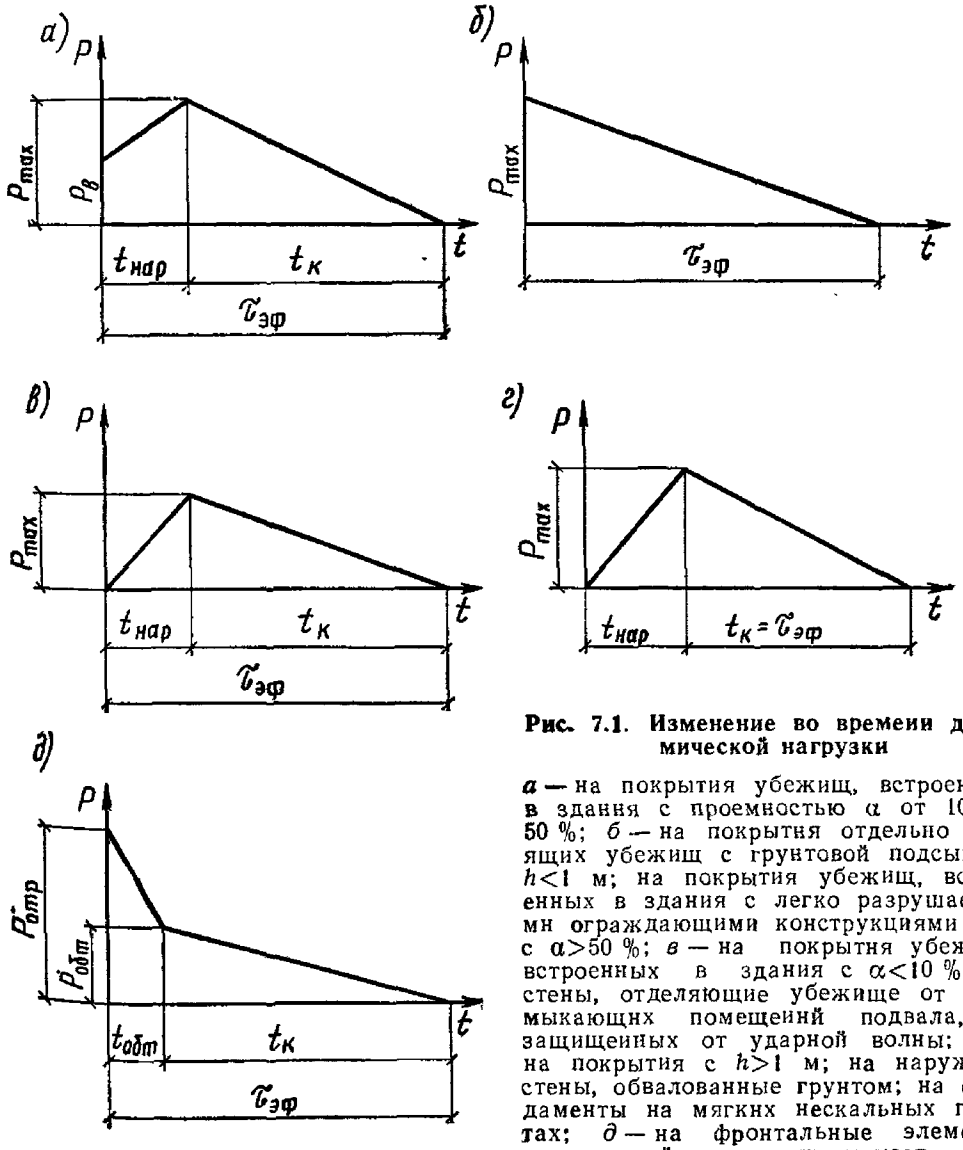


Рис. 7.1. Изменение во времени динамической нагрузки

а — на покрытия убежищ, встроенных в здания с проемностью α от 10 до 50 %; *б* — на покрытия отдельно стоящих убежищ с грунтовой подсыпкой $h<1$ м; на покрытия убежищ, встроенных в здания с легко разрушаемыми ограждающими конструкциями или с $\alpha>50$ %; *в* — на покрытия убежищ, встроенных в здания с $\alpha<10$ %; на стены, отделяющие убежище от примыкающих помещений подвала, не защищенных от ударной волны; *г* — на покрытия с $h>1$ м; на наружные стены, обвалованные грунтом; на фундаменты на мягких нескальных грунтах; *д* — на фронтальные элементы конструкций, возвышающиеся над уровнем земли

родки внутри такого объема с массой менее 50 кг/м² не учитывают. За расчетные площади проемов в ограждающих конструкциях здания принимают суммарные площади проемов в ограждающих конструкциях расчетного объема.

Нагрузки на покрытия. Для покрытий убежищ внутри зданий с проемностью 10—50 % изменение вертикальной динамической нагрузки можно аппроксимировать по графику рис. 7.1, *а*, на котором величину $P_в$ принимают равной давлению $\Delta P_{пр}$, определяемому по рис. 6.2, а значение P_{max} — давлению $\Delta P_ф$.

Время нарастания $t_{нар}$ нагрузки принимают равным наименьшему значению из двух величин — времени разрушения $t_{раз}$ стены здания и времени затекания $t_{зат}$ волны внутрь помещения первого этажа без учета разрушения. Время $t_{раз}$ определяют по графикам рис. 6.3 и 7.5, а время $t_{зат}$ — по рис. 6.7.

Рассмотрим результаты опытов по динамическому нагружению покрытий встроенных убежищ на модели кирпичного здания (см. пп. 6.2 и 6.3), фронтальная и тыльная стены которого разрушились. Внутри модели здания с высотой 1,7, шириной 1,32 и длиной 4 м размещалась модель убежища в виде бетонного блока с установленными на его поверхности датчиками для измерения давления. Результаты опытов приведены в табл. 7.1.

Как видно из табл. 6.3 и 7.1, на покрытие встроенного убежища действовала нагрузка, примерно равная по величине давлению в волне затекания, а время $t_{нар}$ совпадает с временем нарастания давления в волне, рас-

Таблица 7.1. **Опытные значения динамических нагрузок на покрытие модели убежища, встроенного в здание с проемами**

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Коэффициент α стены		Динамическая нагрузка на покрытие	
	фронтальной	тыльной	давление в волне проскока $P_в$ 10^5, Па	P_{max}, 10^5 Па
0,60	0,2	0	0,20	0,45
0,93	0,2	0	0,28	0,64
0,74	0,4	0	0,40	0,65
0,57	0,4	0	0,33	0,60
0,90	0,2	0,2	0,35	0,60
0,77	0,4	0,4	0,38	0,50

пространившейся в здание. Расчетный максимум давления на покрытие можно принять равным $\Delta P_ф$. Установлено также, что если ограждающие конструкции здания имеют проем более 50 % или выполнены с легко разрушаемым стеновым заполнением, то время нарастания нагрузки столь мало, что его можно не учитывать (рис. 7.1, *б*).

Для покрытий убежищ, расположенных внутри помещений без проемов и с проемностью менее 10 %, изменение нагрузки можно принять по рис. 7.1, *в*. Максимум нагрузки для этого случая получен решением задачи на ЭВМ по методу, изложенному в пп. 6.5 и 6.6, и может быть определен по формуле

$$P^{п}_{max} = \Delta P_ф \, c_{ст}, \qquad (7.1)$$

где $c_{ст}$ — коэффициент, учитывающий экранирующий эффект здания (табл. 7.2).

Таблица 7.2. **Значения коэффициента $c_{ст}$**

Характеристика материала стен	Толщина стены, см	Коэффициент $c_{ст}$
Панели из легких бетонов с плотностью ρ=700—1200 кг/м³	10 20—30	0,95 0,90
Кирпичная кладка из обыкновенного кирпича, ρ=1800 кг/м³	25; 38 64	0,90 0,85
Блоки из легких бетонов, ρ=700—1200 кг/м³	40—50	0,85

Время $t_{нар}$ определяют в зависимости от давления $\Delta P_ф$ и ограждающих конструкций зданий по графикам рис. 6.10 и 6.12.

Рассмотрим результаты опытов по нагружению конструкций убежищ, размещенных в зданиях без проемов. Опыты выполнили на модели здания в масштабе 1 : 5 с расположенной внутри него моделью убежища. Фронтальная и тыльная стены здания при действии ударной волны разрушились. Экспериментальные и расчетные значения нагрузок на покрытие убежища приведены в табл. 7.3. Расчетные данные получены на ЭВМ по методике пп. 6.5 и 6.6. Из опытов получено, что максималь-

ное давление на покрытие на 20—40 % меньше давления $\Delta P_ф$. Сходимость расчетных и экспериментальных данных хорошая.

Таблица 7.3. **Динамические нагрузки на покрытие модели убежища, встроенного в здание без проемов**

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Толщина стены, см	Материал стены	Длина модели здания, см	Нагрузка на покрытие P_{max}, 10^5 Па		Опыт / расчет
				Опыт	Расчет	
0,63	12	Панели	366	0,50	0,41	1,22
1,45	12	»	366	0,97	1,08	0,90
0,53	12	Кирпичная кладка	378	0,31	0,37	0,84
1,07	12	То же	378	0,82	0,88	0,93
0,49	25	»	378	0,29	0,31	0,94
0,89	25	»	378	0,68	0,67	1,19
0,55	37	»	378	0,28	0,23	1,22
1,11	37	»	378	0,58	0,65	0,89
0,80	12	»	278	0,60	0,61	0,98
1,00	12	»	278	0,89	0,80	1,11
0,66	25	»	278	0,47	0,49	0,96
1,33	25	»	278	0,98	0,97	1,01
1,39	37	»	278	0,89	0,90	0,99

Нагрузки на фундаменты. Нагрузки на сплошные фундаментные плиты убежищ, размещенных в подвальных или цокольных этажах зданий с проемностью ограждающих конструкций 10—50 %, определим из решения задачи о взаимодействии фундамента с грунтом основания в одномерной постановке. Сооружение будем считать твердым телом. Примем, что толщина обсыпки встроенного убежища менее 1 м, и будем пренебрегать силами трения стен о грунт. Полагая, что сила, действующая на сооружение сверху, создается воздушной ударной волной, снизу — реакцией грунта, а площади покрытия и фундамента равны, уравнение движения убежища запишем в виде

$$mu'' = P^{п}_{max} f(t) - A_ф u', \qquad (7.2)$$

где $P^{п}_{max}$ — максимальное давление на покрытие; u — перемещение убежища с удельной (на единицу площади покрытия) массой m; $A_ф = a_1 \rho$ — акустическое сопротивление грунта плотностью ρ; a_1 — скорость распространения упругопластических волн в грунте.

Изменение нагрузки $f(t)$ (см. рис. 7.1, *а*) на покрытие опишем соотношениями:

$$f(t)=(1-\beta)\,t/t_{\text{нар}}+\beta,\ \beta=P_{\text{пр}}/P^{\text{п}}_{\max}\quad(0<t\leqslant t_{\text{нар}});\qquad(7.3)$$

$$f(t)=1-(t-t_{\text{нар}})/(\tau_{\text{эф}}-t_{\text{нар}})\quad(t_{\text{нар}}\leqslant t<\tau_{\text{эф}}).$$

Обозначив $R=A_{\text{ф}}/m$, уравнение (7.2) для первого интервала нагрузки приведем к виду

$$u''+Ru'=P^{\text{п}}_{\max}[(1-\beta)\,t/t_{\text{нар}}+\beta]/m.\qquad(7.4)$$

Дифференциальное уравнение (7.4) является неоднородным. Соответствующее однородное уравнение имеет вид $u''+Ru'=0$. Характеристическое уравнение $r^2+Rr=0$ имеет корни $r_1=0$ и $r_2=-R$. Общее решение однородного уравнения ищем в виде $u_1=C_1+C_2\times\exp(-Rt)$. Частное решение неоднородного уравнения находим из соотношения $u_2=t(At+B)$, где A и B — неопределенные коэффициенты, $\exp(*)\equiv e^{(*)}$. Дважды дифференцируя это уравнение, подставим значения в формулу (7.4). Затем, приравняв коэффициенты при t и свободные члены в левой и правой частях равенства, получим систему, откуда находим коэффициенты A и B.

Суммировав частное и общее решение и учитывая нулевые начальные условия, после преобразований получим выражения:

$$u(t)=\frac{P^{\text{п}}_{\max}(1-\beta)}{A_{\text{ф}}\,t_{\text{нар}}}\left(\frac{t^2}{2}-\frac{t}{R}+\frac{R_1}{R^2}\right)+\frac{P_{\text{пр}}}{A_{\text{ф}}}\left(t-\frac{R_1}{R}\right);$$

$$u'(t)=\frac{P^{\text{п}}_{\max}(1-\beta)}{A_{\text{ф}}\,t_{\text{нар}}}\left(t-\frac{R_1}{R}\right)+\frac{P_{\text{пр}}}{A_{\text{ф}}}R_1,$$

$$R_1=1-\exp(-Rt).$$

Опустив изложение решения уравнения (7.2) на втором интервале, запишем окончательную формулу для скорости убежища с учетом переходных значений параметров движения при $t=t_{\text{нар}}$

$$\dot{u}(t)=\frac{P^{\text{п}}_{\max}}{A_{\text{ф}}}\left\{1-\frac{t-t_{\text{нар}}}{\tau_{\text{эф}}-t_{\text{нар}}}+\frac{1}{Rt_{\text{нар}}}\left\{\left[(\beta-1)\,R_1(t_{\text{нар}})-\right.\right.\right.$$

$$\left.-\beta Rt_{\text{нар}}(1-R_1(t_{\text{нар}}))-\frac{t_{\text{нар}}}{\tau_{\text{эф}}-t_{\text{нар}}}\right]\times$$

$$\left.\left.\times\exp[-R(t-t_{\text{нар}})]+\frac{t_{\text{нар}}}{\tau_{\text{эф}}-t_{\text{нар}}}\right\}\right\}.\qquad(7.5)$$

Для практических расчетов нагрузку на фундамент определяют по формуле

$$P^{\text{ф}}_{\max} = P^{\text{п}}_{\max} k_{\text{ф}}, \tag{7.6}$$

где $k_{\text{ф}}$ — коэффициент взаимодействия фундамента с грунтом.

Анализ функций $u^{\cdot}$ показывает, что максимум скорости $u^{\cdot}_{\text{м}} = u^{\cdot}(t_{\text{м}})$ достигается в момент времени $t_{\text{м}} > t_{\text{нар}}$. Дифференцируя (7.4) по t и приравняв результат нулю, найдем время $t_{\text{м}}$ максимума функции $A_{\text{ф}} u^{\cdot}_{\text{м}}$, соответствующего значению $k_{\text{ф}}$,

$$t_{\text{м}} = t_{\text{нар}} + \frac{1}{R} \ln\left\{1 - \frac{\tau_{\text{эф}} - t_{\text{нар}}}{t_{\text{нар}}} [(\beta - 1) R_1(t_{\text{нар}}) - \right.$$

$$\left. - \beta R t_{\text{нар}} (1 - R_1(t_{\text{нар}}))]\right\}. \tag{7.7}$$

Коэффициент $k_{\text{ф}}$ определяют по формуле $k_{\text{ф}} = A_{\text{ф}} u^{\cdot}(t_{\text{м}}/P^{\text{п}}_{\max}$, где $u^{\cdot}(t_{\text{м}})$ берут по формуле (7.5) подстановкой $t = t_{\text{м}}$.

График изменения нагрузки во времени на подошву фундамента аппроксимируют по рис. 7.1, *в*, где значение $t_{\text{нар}}$ принимают равным времени $t_{\text{м}}$. Максимальное значение нагрузки вычисляют из выражения (7.6), а время ее действия принимают равным $\tau_{\text{эф}}$.

Далее рассмотрим нагрузки на сплошную фундаментную плиту, когда ограждающие конструкции обстройки убежища имеют проемы более 50 % или выполнены с легко разрушаемым стеновым заполнением (асбестовые, легкие стальные или алюминиевые панели промышленных зданий весом на единицу площади менее 500 Н/м^2). Здесь силы, действующие на убежище, будут те же, что и для случая с проемностью ограждающих конструкций 10—50 %, но время $t_{\text{нар}}$ можно не учитывать (см. рис. 7.1, *б*). Данный вариант представляет частный случай предыдущего решения при значении $t_{\text{нар}} = 0$. Решая уравнение (7.2) с использованием функции f для второго интервала согласно (7.3) при $t_{\text{нар}} = 0$ с учетом нулевых начальных условий, получим

$$t_{\text{м}} = R^{-1} \ln(1 + R\tau_{\text{эф}}), \tag{7.8}$$

причем при определении максимума давления по формуле (7.6) следует принять

$$k_{\text{ф}} = 1 - (R\tau_{\text{эф}})^{-1} \ln(1 + R\tau_{\text{эф}}). \tag{7.9}$$

Как показывает решение, несмотря на скачок давления в ударной волне, реакция под фундаментом нарастает

постепенно. Аппроксимация нагрузки на фундамент со стороны грунта показана на рис. 7.1, *в*, причем $t_{нар}$ определяют по формуле (7.8).

Рассмотрим нагрузки на сплошные фундаментные плиты убежищ, размещенных в зданиях с проемностью ограждающих конструкций менее 10 %, или когда проемы отсутствуют. Как уже отмечалось, в этом случае нагрузка на покрытие убежища до максимума нарастает постепенно. Поэтому формулы для $k_ф$ и $t_м$ легко получаются, если в выражениях (7.4) и (7.7) положить $\beta=0$:

$$k_ф = 1-(t_м - t_{нар})/(\tau_{эф} - t_{нар}) + 1/Rt_{нар} \times$$

$$\times \left[\left(1 - R_1(t_{нар}) - \frac{\tau_{эф}}{(\tau_{эф} - t_{нар})}\right) \exp\left[-R(t_м - t_{нар})\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{t_{нар}}{\tau_{эф} - t_{нар}}\right]; \qquad (7.10)$$

$$t_м = t_{нар} + \frac{1}{R} \ln\left[\tau_{эф}/t_{нар} - \frac{\tau_{эф} - t_{нар}}{t_{нар}}(1 - R_1(t_{нар}))\right]. \qquad (7.11)$$

Нагрузку на фундамент в данном случае также можно аппроксимировать графиком, приведенным на рис. 7.1, *в*.

При наличии скального подстилающего массива и толщине слоя мягкого грунта от низа фундаментной плиты до скалы, меньшей величины заглубления сооружения, динамическую нагрузку на фундамент увеличивают на 20 %, тем самым учитывая влияние волны сжатия, отраженной от скалы.

Динамическую вертикальную нагрузку на ленточные и отдельно стоящие фундаменты под стены и колонны определяют расчетом в зависимости от площади загружения и динамической нагрузки на покрытия, а также площади фундаментов. Расчеты этих фундаментов обычно проводят в один этап, при этом взаимодействие их с грунтом учитывают коэффициентом динамичности. Подробнее об определении нагрузок на ленточные и отдельно стоящие фундаменты см. в гл. 8.

Горизонтальные нагрузки на стены. Конструктивные элементы убежищ, размещенные в грунте, подвергаются нагрузкам, связанным с воздействием волны сжатия. Обычно принимают, что фронт волны сжатия представляет плоскость, параллельную поверхности земли. Для волны сжатия характерно постепенное нарастание напряжения до максимума $\sigma_м(X)$ за время $t_{нар}$, которое

определяют по формуле (2.29). Напряжение $\sigma_м(X)$ на заданной глубине X грунтового массива определяют по формуле [6]

$$\sigma_м(X) = \Delta P_ф k_{зат}(X), \qquad (7.12)$$

где $k_{зат}$ — коэффициент затухания, определяемый по формуле (2.30) в зависимости от характеристик грунта и величин X и $\tau_{эф}$.

В результате встречи волны сжатия с преградой происходит ее отражение, которое учитывается коэффициентом $k_{отр}$. Для стен убежищ, имеющих обвалование с уклоном откоса к горизонту α, максимальное значение нагрузки определяют по формуле

$$P^{ст}_{max} = \Delta P_ф k_{зат} k_б k_{отр}, \qquad (7.13)$$

где $k_б$ — коэффициент бокового давления, принимаемый по табл. 1.5; $k_{отр}$ — обобщенный коэффициент отражения, определяемый из выражения

$$k_{отр} = k^*_{отр} \sin^2 \alpha / k_б + \cos^2 \alpha, \qquad (7.14)$$

где $k^*_{отр}$ — коэффициент нормального отражения волны сжатия от неподвижной преграды, принимаемый равным 2.

Если принять диаграмму сжатия грунта в виде диаграммы Прандтля, то коэффициент $k^*_{отр}$ определяют по формуле

$$k^*_{отр} = 2 - (1 - a_1/a_0)\, \sigma_s/\sigma_м(X), \qquad (7.15)$$

где σ_s — предел упругости, принимаемый равным для мягких грунтов $(1—1{,}5)\,10^5$ Па.

Как видно из формулы (7.14), бровку откоса можно вынести на такое расстояние, где отражение волны сжатия от стены можно не учитывать. Это условие выполняют, если проекция откоса не попадает на стену. Величину b выноса бровки откоса находят из соотношения $b \geqslant (h_{обс} + H) \operatorname{tg} \alpha$, где $h_{обс}$ — высота обсыпки; H — высота сооружения. При этом плоскость волны сжатия будет ориентирована нормально к стене убежища. Такой случай следует учитывать при проектировании убежищ, так как нагрузка на стену убежища для указанного варианта воздействия будет минимальной

$$P^{ст}_{max} = \Delta P_ф k_{зат} k_б. \qquad (7.16)$$

График изменения горизонтальной нагрузки во времени на наружные стены, обвалованные грунтом (рис. 7.2, *б*), показан на рис. 7.1, *г*, где значение $t_{нар}$ принимают равным времени нарастания напряжения в волне

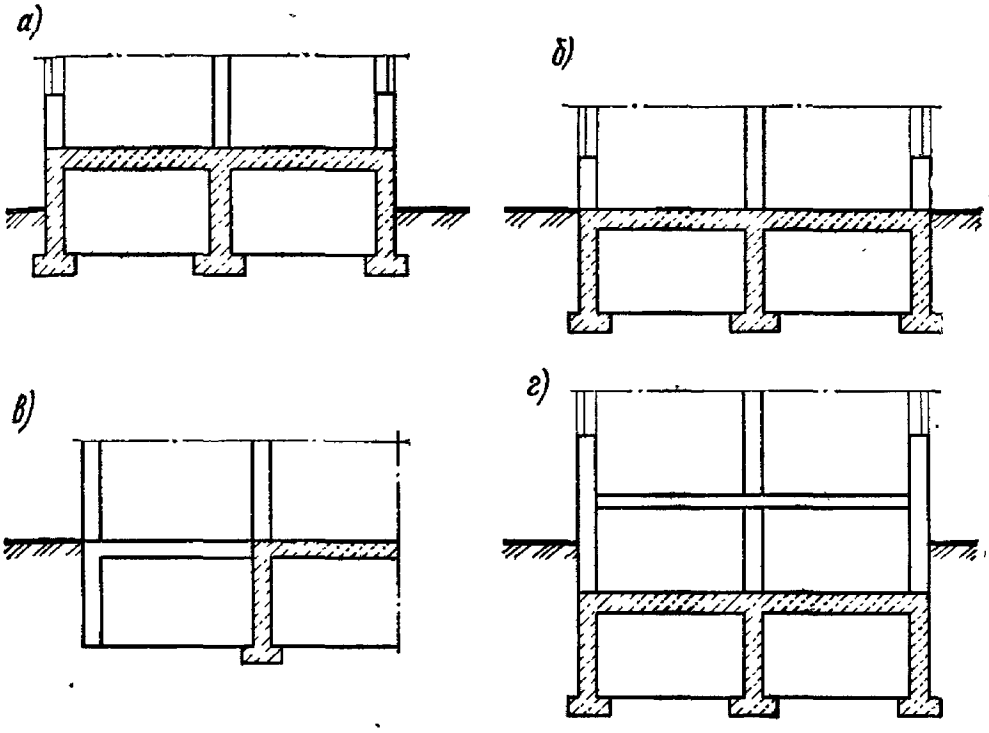


Рис. 7.2. Схемы размещения убежищ

а — в подвалах частично заглубленных в грунт; *б* — в подвалах полностью заглубленных в грунт; *в* — в подвалах с выходом стен убежищ в незащищенные помещения; *г* — под техническими подпольями

сжатия на уровне середины стены по высоте, а время спада нагрузки считают равным $\tau_{эф}$.

Нагрузки на участки наружных стен, не обвалованных и возвышающихся над поверхностью земли (рис. 7.2, *а*), непосредственно воспринимают воздействие воздушной ударной волны. В начальный момент на конструкцию убежища действует давление отражения, определяемое по формуле (1.25). Затем давление снижается за время $t_{обт}$ до значения $\Delta P_{обт}$, которое находят из рис. 2.4. При определении времени обтекания по формулам (6.1) характерные размеры преграды принимают с учетом расстояния от поверхности земли до оконных проемов первого этажа. График изменения нагрузки на участки наружных стен, не обвалованных и возвышающихся над поверхностью земли, приведен на рис. 7.1, *д*.

Если $t_{общ} < 0{,}1T$, где T — период собственных колебаний конструкции, можно не учитывать кратковременный импульс давления отражения. Такое условие обычно выполняют для частично возвышающихся необвало-

ванных стен убежищ, встроенных в здания, имеющие на первом этаже проемы 10 % и более площади стен этажа или легко разрушаемую надстройку. В этом случае закон изменения нагрузки принимают по графику рис. 7.1, *б*, в котором значение P_{max} равно давлению $\Delta P_{обт}$.

При расчетах частично возвышающихся необвалованных стен следует учитывать неравномерность воздействия нагрузки. Обычно такие нагрузки приводят к равномерно распределенной нагрузке по высоте стены.

7.3. Нагрузки на конструкции убежищ, размещенных в первом этаже здания

Нагрузки на покрытие и фундаменты убежищ, размещенных в первых этажах зданий (рис. 7.3), определяют так же, как и на аналогичные конструкции убежищ, размещенных в подвальных и цокольных этажах (см. п. 7.2). Рассмотрим особенности воздействия волн на стены убежищ.

На ограждающие конструкции убежища, встроенного в первый этаж с проемами, в первоначальный момент действует давление $\Delta P_{пр}$ волны проскока. Затем через проемы начнется затекание во внутренний объем зданий потока сжатого воздуха, и нагрузка на конструкции убежища постепенно нарастает.

Нагрузка на фронтальную стену возвышающегося убежища (рис. 7.3, *а*, *б*), как показывает анализ опытных данных (табл. 6.3 и 7.4), превышает давление в волне затекания на величину скоростного напора. Харак-

Таблица 7.4. Опытные значения динамических нагрузок на фронтальную стену модели убежища, встроенного в первый этаж здания с проемами

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Коэффициент стены α		Динамическая нагрузка на фронтальную стену	
	фронтальной	тыльной	$P_в$, 10^5 Па	P_{max}, 10^5
0,60	0,2	0	0,25	0,49
0,93	0,2	0	0,37	0,83
0,74	0,4	0	0,48	0,78
0,57	0,4	0	0,46	0,62
0,90	0,2	0,2	0,40	0,73
0,77	0,4	0,4	0,52	0,78

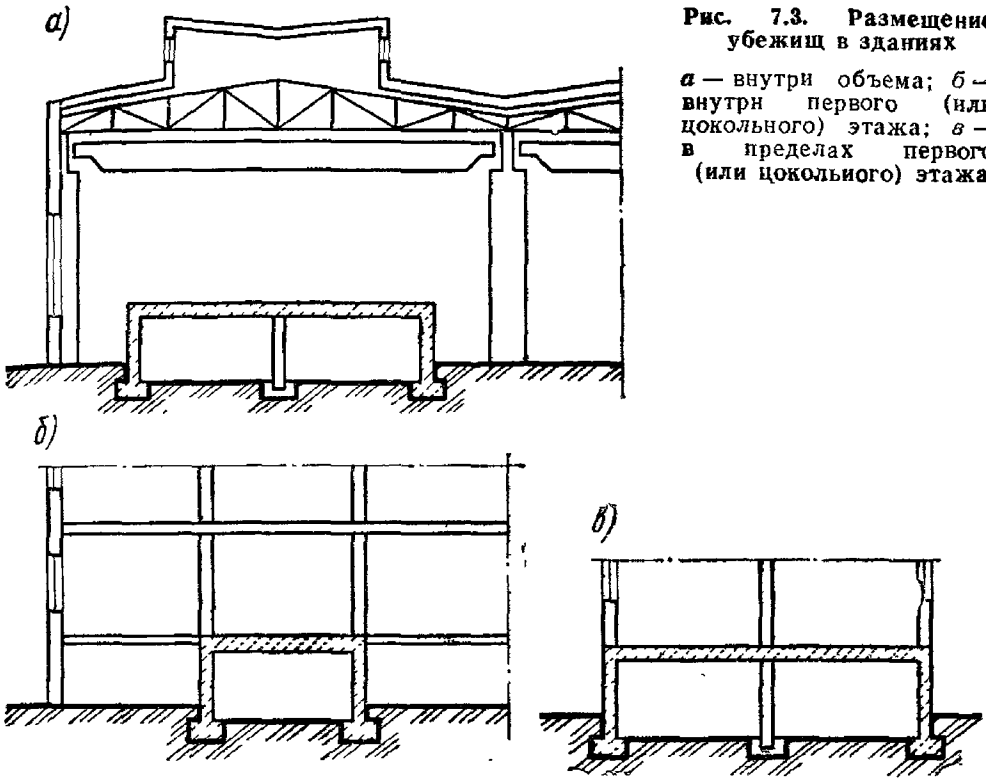


Рис. 7.3. Размещение убежищ в зданиях

а — внутри объема; *б* — внутри первого (или цокольного) этажа; *в* — в пределах первого (или цокольного) этажа

терные точки закона изменения динамической нагрузки на фронтальную стену убежища в здании с проемностью 10—50 % (см. рис. 7.1, *а*) определяют по формулам:

$$P_{в} = \Delta P_{пр} + 2{,}5\Delta P_{пр}^{2}/(\Delta P_{пр} + 7P_{0}); \qquad (7.17)$$

$$P_{max} = \Delta P_{зат}^{max} + 2{,}5\Delta P_{зат}/\left(\Delta P_{зат}^{max} + 7P_{0}\right), \qquad (7.18)$$

где P_0 — атмосферное давленне; $\Delta P_{зат}^{max}$ — принимают равным давленню $\Delta P_{ф}$.

Время нарастания нагрузки до значения P_{max} в опытах примерно было равно времени $t_{нар}$ в волне затекания. Конкретные значения времени нарастания вычисляют в зависимости от соотношения времени разрушения $t_{раз}$ ограждающих конструкций зданий и времени затекания $t_{зат}$ волны вовнутрь объема. Значения $t_{зат}$ и $t_{раз}$ определяют в зависимости от строительных характеристик здания (проемности, высоты, материала ограждающих конструкций и т. п.) и давления $\Delta P_{ф}$ по методике, изложенной в п. 6.4. Закон изменения динамической нагрузки на стены убежища в зданиях с проемностью 10—50 %, можно аппроксимировать по схеме рис. 7.1, *а*.

Если ограждающие конструкции здания имеют проемность более 50 % или выполнены с легко разрушаемым стеновым заполнением, то время нарастания нагрузки не учитывают. Его также не учитывают, когда стены убежища выходят наружу (рис. 7.3, *в*). Аппроксимация закона для горизонтальной нагрузки на стены приведена на рис. 7.1, *д*. Характерные точки закона определяют аналогично нагрузкам на возвышающиеся участки необвалованных и возвышающихся над поверхностью земли стен (см. п. 7.2).

На конструкции убежища, встроенного в здания без проемов или с проемностью менее 10 %, нагрузка создается волной, затекающей вовнутрь объема здания по мере разрушения его ограждающих конструкций. Нагрузка на фронтальную стену убежища зависит от характера процесса затекания. Если преобладает квазистатический процесс, то давление во всех точках рассматриваемого объема одинаково и влиянием скоростного напора пренебрегают. Нагрузка на фронтальную стену равна давлению в волне затекания. При волновом процессе в здании нагрузка на фронтальную стену превышает давление в волне затекания на величину скоростного напора и может быть определена по формуле (7.18), в которой величина $\Delta P_{зат}^{max}$ определяется по формуле (7.1). Как уже отмечалось (см. пп. 6.5 и 7.6), для зданий в основном характерен волновой процесс. Квазистатический процесс наблюдается при длине помещений не более 2 м.

При расположении убежища в первом этаже здания без проемов или с проемностью менее 10 % закон изменения горизонтальной нагрузки на стены принимают по рис. 7.1, *в*, причем время нарастания нагрузки до максимума принимают по графикам рис. 6.10, 6.12.

По типовым проектам убежища можно возводить в зданиях с различной площадью проемов. Поэтому нагрузки на конструкции при типовом проектировании определяют по самому невыгодному варианту, когда убежище размещают в здании с площадью проемов более 50 % площади ограждающих конструкций.

7.4. Нагрузки на конструкции убежищ, размещенных под техническим подпольем

В случае когда убежище размещают под техническим подпольем здания, при воздействии воздушной ударной волны на здание происходит сначала затекание волны в помещения первого этажа, а затем внутрь помещений технического подполья через отверстия, образующиеся в результате разрушения перекрытия (рис. 7.4). При определении характеристик волны, затекающей в подполье, принимают следующие предпосылки: время нарастания давления внутри помещения первого этажа в запас расчета не учитывают; под нагрузкой плиты перекрытия подполья работают по схеме шарнирно опертой балки, разрушение которой происходит в шарнире пластичности; волна затекает через проемы, одновременно образующиеся за счет поворота разрушенных конструкций относительно опор; стены подполья не разрушаются.

Разрушение плит перекрытия технического подполья происходит под действием нагрузки, изменяющейся по закону (6.4) при $P_* = \Delta P_\Phi b$, $\tau_* = \tau_{эф}$. После разрушения шарнира пластичности с внутренней стороны перекрытия начинает действовать противодавление, принимаемое равным давлению в волне проскока $\Delta P_{пр}[\varphi(t), t]$, определяемому по графикам рис. 6.2. Расчет перекрытия проводят по методике п. 6.2. После разрушения шарнира пластичности нагрузка зависит от движения поло-

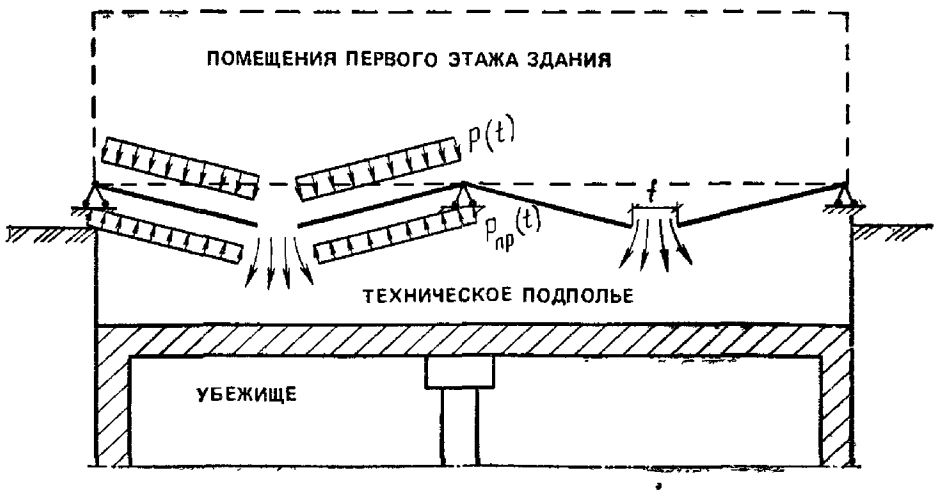


Рис. 7.4. Расчетная схема к определению параметров волны затекания в техническом подполье

винок перекрытия, размера брешн и процесса затекания волны в замкнутый объем, т. е. задача является связанной.

Решение уравнений движения плит перекрытия проведено совместно с уравнениями газовой динамики по затеканию волны в замкнутые объемы. Максимум давления в волне затекания принят равным давлению в момент выравнивания давлений перед проемом и внутри подполья. Результаты расчетов приведены в табл. 7.5, для перекрытий согласно табл. 7.6.

Таблица 7.5. **Параметры волны затекания в помещения технических подполий при давлении на их перекрытия, 10^5 Па**

Тип перекрытия	0,5		3	
	$\Delta P_{зат}^{max}$, 10^5 Па	$t_{нар}$, мс	$\Delta P_{зат}^{max}$, 10^5 Па	$t_{нар}$, м/с
1	0,43	124	2,36	57
2	0,43	137	2,31	64
3	0,44	129	2,39	58
4	0,48	143	2,33	65
5	0,44	130	2,39	63
6	0,43	146	2,32	70
7	0,42	150	2,25	70
8	0,42	142	2,30	70

Расчеты показали, что учет разрушения перекрытия технического подполья, изготовленного из наиболее распространенных в практике строительства плит, снижает давление в волне затекания на 14 % при давлении $0{,}5 \cdot 10^5$ Па и на 22 % — при давлении $3 \cdot 10^5$ Па. Время нарастания давления $t_{нар}$ при разрушении этих плит составляет: при давлении $0{,}5 \cdot 10^5$ Па — 130 мс; при давлении $3 \cdot 10^5$ Па — 60 мс.

На рис. 7.5 приведены графики для определения $t_{нар}$ применительно к перекрытиям с массой на единицу площади 100, 200, 300, 400 и 500 кг/м^2.

В итоге отметим, что для покрытия убежищ, расположенных под техническим подпольем (см. рис. 7.2, *г*), а также для стен (см. рис. 7.2, *в*) убежищ, примыкающих к помещениям подвалов, не защищенных от ударной волны, динамическая нагрузка согласно рис. 7.1, *в* нарастает постепенно до максимума, который вычисляют по формуле

$$P_{max} = \Delta P_{ф}\, c_{ст}\, c_{п}, \qquad (7.19)$$

Таблица 7.6. Характеристики перекрытий технических подполий

Тип перекрытия	Расчетная схема	Масса на единицу площади, кг/м²	Характеристика перекрытий
1		240	1. Перекрытие из плит сплошного сечения. Материал — тяжелый бетон. 2. Перекрытие из монолитного железобетона
2		330	1. Перекрытие из плит сплошного сечения. Материал — тяжелый бетон. 2. Перекрытие из монолитного железобетона
3		260	Сборный железобетон, пустотный настил
4		350	Сборный железобетон, пустотный настил. Полы: 1 — легкий бетон 50 мм, цементно-песчаная стяжка 25 мм, холодная мастика 1 мм, линолеум 4 мм; 2 — дощатый пол по лагам; 3 — пластик по керамзитобетонной плите
5		260	Сборный железобетон, ребристая плита
6		350	Сборный железобетон, ребристая плита, пол из линолеума, 90 кг/м²
7		420	1. Перекрытие из плит сплошного сечения. Материал — тяжелый бетон. 2. Перекрытие из монолитного железобетона. Масса пола на единицу площади 90 кг/м².
8		330	1. Перекрытие из плит сплошного сечения. Материал — тяжелый бетон. 2. Перекрытие из монолитного железобетона. Масса пола на единицу площади 90 кг/м²

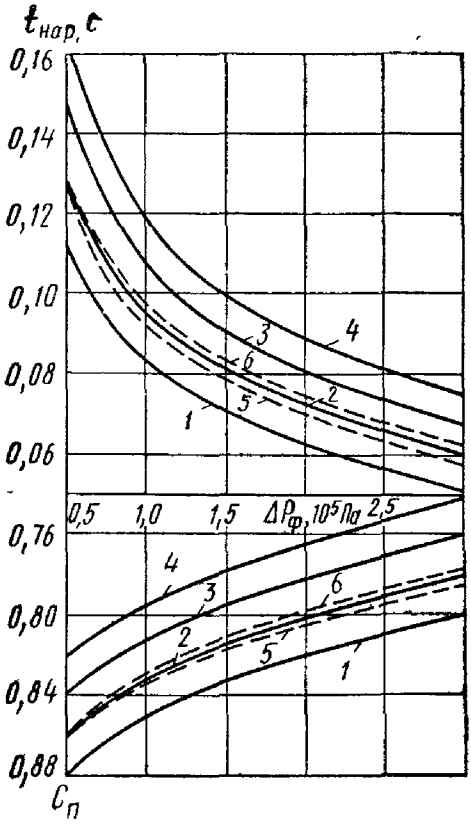


Рис. 7.5. Зависимость времени нарастания $t_{нар}$ волны затекания и коэффициента c от давления $P_ф$ при разрушении технических подполий

1 — при массе перекрытия над подпольем (цокольным этажом) 200 кг/м²; *2* — то же, 300 кг/м²; *3* — то же, 400 кг/м²; *4* — то же, 500 кг/м²; *5* — перекрытия из многопустотного настила (ПК8—58—16); *6* — перекрытия из ребристых плит (НЦ-5-1)

где $c_{ст}$ — коэффициент, учитывающий экранирующий эффект ограждающих конструкций здания, принимаемый равным: для зданий с проемностью менее 10 % по табл. 7.2, с проемностью 10 % и более — 1; $c_п$ — коэффициент, учитывающий экранирующий эффект перекрытия над подвалом (цокольным этажом), принимаемый по графикам рис. 7.5.

7.5. Нагрузки на конструкции отдельно стоящих убежищ

Наличие грунтового слоя над покрытием отдельно стоящих убежищ приводит к тому, что на конструкции действует не воздушная ударная волна, а волна сжатия в грунте. Динамические нагрузки на покрытие определяют с учетом отражения волны сжатия от сооружения, смещающегося на грунтовом основании. Волна разгрузки, распространяясь от свободной поверхности, суммируется с волной сжатия, что приводит к снижению нагрузки на покрытие. В результате действие давления отражения бывает кратковременным. Если толщина h грунтового слоя над покрытием менее 1 м, влияние от-

ражения на несущую способность конструктивного элемента незначительно и им можно пренебречь. При этом изменение вертикальной нагрузки на покрытие принимают по рис. 7.1, *б*, причем максимум равен давлению $\Delta P_ф$.

Динамические нагрузки на сплошные плиты фундамента и стены при $h \leqslant 1$ м определяют так же, как и для убежищ, встроенных в здания с проемностью более 50 %. Однако при расчетах нагрузок на покрытие и фундамент при $h > 1$ м учитывают влияние отражения волны сжатия. Рассмотрим этот случай, используя расчетные предпосылки, приведенные в п. 7.2. Уравнение движения убежища по аналогии с (7.2) запишем в виде

$$M\ddot{u} = \left[\sigma_м f(t) k^*_{отр} - A_п \dot{u}\right] F_п - A_ф \dot{u} F_ф, \qquad (7.20)$$

где M, $F_п$, $F_ф$ — масса сооружения, площадок его покрытия и фундамента; $\sigma_м$ — максимум напряжения в грунте на уровне покрытия; $k^*_{отр}$ — коэффициент отражения от твердой преграды; $A_п$, $A_ф$ — акустические сопротивления грунта обсыпки и основания; $f(t)$ — функция нагрузки по рис. 7.1, *г*, соответствующая формулам (7.3) при $\beta = 0$. Членом $A_п \dot{u} F_п$ учитывается снижение нагрузки за счет смещения сооружения.

Уравнение (7.20) приводят к виду (7.2) при $m = M/F_п$, $P^п_{max} = \sigma_м k^*_{отр}$, $A_ф = A_п + A_ф F_ф / F_п$

$$m\ddot{u} = P^п_{max} f(t) - \bar{A}_ф \dot{u}. \qquad (7.21)$$

Поэтому приведенное в п. 7.2 решение является также решением уравнения (7.20), если учесть значения m, $P^п_{max}$ и $\bar{A}_ф$.

Для практических расчетов нагрузку на покрытие определяют по формулам:

$$P^п_{max} = \Delta P_ф k_{зат} k_{отр}; \qquad (7.22)$$

$$k_{отр} = k^*_{отр}\left[1 - \frac{1}{k_2} + \frac{k_1}{k_2}\left(1 - \exp\left(-\frac{1}{k_1}\right)\right)\right];$$

$$k_1 = m/A_п k_2 t_{нар}, \quad k_2 = 1 + \alpha_1 A_ф / A_п, \quad \alpha_1 = F_ф / F_п,$$

где $k^*_{отр}$ определяют по формуле (7.15).

Если в расчетах $k_{отр}$ окажется меньше единицы, то принимают $k_{отр} = 1$.

Нагрузку на фундамент определяют по формулам (при $\alpha_1 = 1$, $R = (A_п + A_ф)/m$):

$$P^ф_{max} = \Delta P_ф k_{зат} k_ф; \qquad (7.23)$$

$$k_{\text{ф}} = k^{*}_{\text{отр}} A_{\text{ф}} / (A_{\text{п}} + A_{\text{ф}}) \{1 - (t_{\text{м}} - t_{\text{нар}})/\tau_{\text{эф}} + 1/(Rt_{\text{нар}}) \times$$
$$\times [(\exp(-Rt_{\text{нар}}) - (t_{\text{нар}} + \tau_{\text{эф}})/\tau_{\text{эф}}) \exp[-$$
$$- R(t_{\text{м}} - t_{\text{нар}})] + t_{\text{нар}}/\tau_{\text{эф}}]\};$$
$$t_{\text{м}} = t_{\text{нар}} + R^{-1} \ln[(t_{\text{нар}} + \tau_{\text{эф}})/t_{\text{нар}} - \tau_{\text{эф}}/t_{\text{нар}} \exp(-Rt_{\text{нар}})].$$

Нагрузку на фундамент аппроксимируют графиком рис. 7.1, *г*, на котором время нарастания нагрузки принимают равным $t_{\text{м}}$.

Отметим, что выписанные формулы отличаются от аналогичных формул п. 7.2 длительностью нагрузок на покрытие.

Для встроенных убежищ время действия нагрузки на покрытия, включая нарастание до максимума и спад до нуля, принимают равным эффективному времени действия ударной волны $\tau_{\text{эф}}$. Для отдельно стоящих убежищ с обсыпкой более 1 м время $\tau_{\text{эф}}$ равно только времени спада нагрузки на покрытие.

7.6. Нагрузки на элементы входов в убежища

Нагрузки на элементы входов (стены, защитно-герметические двери и т. п.) в основном зависят от их конструктивных решений, давления в проходящей воздушной ударной волне и экранирующего влияния обстройки. Расчет динамических нагрузок выполняют по формуле

$$P^{\text{в}}_{\max} = \Delta P_{\text{ф}} k_{\text{в}}, \qquad (7.24)$$

в которой значения коэффициента $k_{\text{в}}$ принимают по табл. 7.7, данные в которой получены решением задач о взаимодействии ударных волн с конструкциями входов и распространению волн вовнутрь зданий с учетом их разрушения. Формула (7.24) определяет максимальное значение динамической нагрузки на участки наружных стен убежищ во входах и на первые (наружные) защитные или защитно-герметические двери, установленные в предтамбурах. Приведенные в табл. 7.7 значения $k_{\text{в}}$ учитывают практически все расчетные случаи. Если входы размещены в незащищенных помещениях подвалов (см. п. 1, табл. 7.7), то учитывают затраты энергии волны на разрушение их перекрытий. В этом случае коэффициент $k_{\text{в}}$ принимают равным значению $c_{\text{п}}$, по графику рис. 7.5. Коэффициент $k_{\text{в}}$ для всех типов входов, размещенных в зданиях с проемностью менее 10 %, следует умножить на $c_{\text{ст}}$ (см. табл. 7.2).

Таблица 7.7. Величины коэффициента $k_в$ в зависимости от типа входа в убежище

№ п. п.	Вход		Схема нагрузки	Коэффициент $k_в$ убежищ при $P_ф$, 10^5 Па: 3	2	1
1	Из подвалов, не защищенных от ударной волны		(см. рис. 7.1, *в*)	0,8	0,8	0,8
2	Сквозничковый с перекрытым участком против входного проема		(см. рис. 7.1, *б*)	1	1,1	1,2
3	Из помещений первого этажа с площадью проемов 10—50 %	а) ниже уровня земли	(см. рис. 7.1, *в*)	1	1	1
		б) выше уровня земли	(см. рис. 7.1, *а*)	1,7	1,5	1,3
4	Из лестничных клеток с площадью проемов 10—50 % при входе в лестничную клетку с улицы	а) ниже уровня земли	(см. рис. 7.1, *в*)	2,5	2,2	2
		б) выше уровня земли	(см. рис. 7.1, *а*)			
5	Из помещений первого этажа и лестничных клеток с площадью проемов более 50 %	а) ниже уровня земли	См. пп. 3а и 4а (см. рис. 7.1, *б*)	2,7	2,5	2,2
		б) выше уровня земли	См. пп. 3б и 4б (см. рис. 7.1, *б*)	3	2,7	2,3
6	Тупиковый без оголовка или с легким (разрушаемым) павильоном		(см. рис. 7.1, *б*)	2,7	2,5	2,2
7	В возвышающихся над поверхностью стенах, а также вход с аппарелью		(см. рис. 7.1, *б*)	3	2,7	2,3

Временные характеристики законов изменения нагрузки на входы определяют по тем же зависимостям, которые используют при вычислении аналогичных значений для ограждающих конструкций убежищ. Время нарастания $t_{нар}$ для входов, принятых по п. 1 табл. 7.7, определяют по графику рис. 7.5, а по пп. 3 и 4 таблицы — с учетом проемности здания (см. пп. 7.2 и 7.3).

Динамическую нагрузку на внутренние стены, пол, перекрытие и вторую защитно-герметическую дверь тамбура-шлюза определяют из условия воз. жного затекания ударной волны через открытую первую защитно-герметическую дверь в момент заполнения тамбура-шлюза. При этом динамическую нагрузку ориентировочно принимают равной динамической нагрузке на наружные стены убежища в месте расположения входа, умноженной на коэффициент 0,8. Динамическую нагрузку на наружные стены убежища в месте расположения первой защитно-герметической двери определяют по табл. 7.7. График нагрузки от волны затекания принимают линейно-возрастающим до максимума за время $t_{нар}$ с последующим спадом до нуля за время $t_к = \tau_{эф} - t_{нар}$. Время $t_{нар}$ находят по кривым рис. 6.7, каждая из которых соответствует величине f/v, где f — площадь проема, м^2, для первой защитно-герметической двери; v — объем тамбура-шлюза, м^3.

Динамическую нагрузку на внутренние стены тамбуров и герметические двери определяют из условия затекания ударной волны через возможные неплотности по периметру примыкания наружной двери к дверной коробке. Такие неплотности могут быть за счет скрытых дефектов при установке закладных деталей и элементов наружной двери. При $\Delta P_ф = 0{,}2—0{,}3$ МПа динамическую нагрузку на указанные конструкции принимают равной 0,025 МПа, а при $\Delta P_ф = 0{,}1$ МПа — 0,015 МПа.

Динамические нагрузки от ударной волны затекания на конструкции аварийного выхода (стены, покрытие и пол), запроектированного в виде защищенного оголовка с шахтой и тоннелем, а также на участок стены в месте примыкания выхода принимают равными давлению $\Delta P_ф$, умноженному на коэффициент 1,6. Если аварийный выход запроектирован в виде наклонного спуска и тоннеля, то динамические нагрузки на его конструктивные элементы принимают равными давлению $\Delta P_ф$, умноженному на коэффициент $k_в$ (см. табл. 7.7).

Указанные динамические нагрузки на конструкции входов и выходов приведены для загружения изнутри. Наряду с этой нагрузкой ограждающие конструкции будут испытывать загружение снаружи. Эти нагрузки определяют так же, как и на покрытие, стены и фундаменты убежищ.

Глава 8. РАСЧЕТ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ УБЕЖИЩ

8.1. Расчет покрытий

Динамические расчеты конструкций убежищ развивались в направлении точных и упрощенных решений. При разработке точных методов на основе уравнений волновой динамики учитывают взаимодействие сейсмовзрывных волн с сооружением, а также взаимное влияние конструктивных элементов.

Разработке приближенных методов расчета на динамические нагрузки с применением различных упрощающих допущений посвящены работы А. А. Гвоздева, П. Ф. Антоновича, В. И. Морозова, Г. И. Попова, Н. Н. Попова, Б. С. Расторгуева и др.

В последнее время получила распространение расчетная схема [3], в которой учитывается влияние смещений опор на работу железобетонных элементов при динамической нагрузке. Движение балочных элементов в упругой стадии на смещаемых опорах можно описать уравнением

$$B\partial^4 y(x, t)/\partial x^4 + m\partial^2 y(x, t)/\partial t^2 = P^{\text{п}}_{\text{макс}} f(t) - m\ddot{u}_{\text{с}}(t), \quad (8.1)$$

где m, $P^{\text{п}}_{\text{макс}}$ — масса и максимум нагрузки на единицу длины элемента; y — прогиб; B — изгибная жесткость; $\ddot{u}_{\text{с}}$ — ускорение опоры; f — безразмерная функция изменения нагрузки во времени t.

Ускорение $\ddot{u}_{\text{с}}$, равное ускорению сооружения, определяют из уравнения движения расчетной ячейки (рис. 8.1). При этом касательными силами между стенами и грунтом пренебрегают, так как одноэтажные убежища имеют значительные размеры в плане. Тогда, учитывая, что на сооружение сверху действует воздушная ударная волна, а снизу — квазистатическая и волновая составляющие реакции грунта, уравнение движения расчетной ячейки сооружения массы M примем в виде

$$M\ddot{u}_{\text{с}}(t) = P^{\text{п}}_{\max} f(t) F_{\text{п}} - c_1 [u_{\text{с}}(t) - u_{\text{в}}(t, z_{\text{ф}})] F_{\text{ф}} -$$

$$- c_2 [\dot{u}_{\text{с}}(t) - \dot{u}_{\text{в}}(t, z_{\text{ф}})] F_{\text{ф}}, \quad (8.2)$$

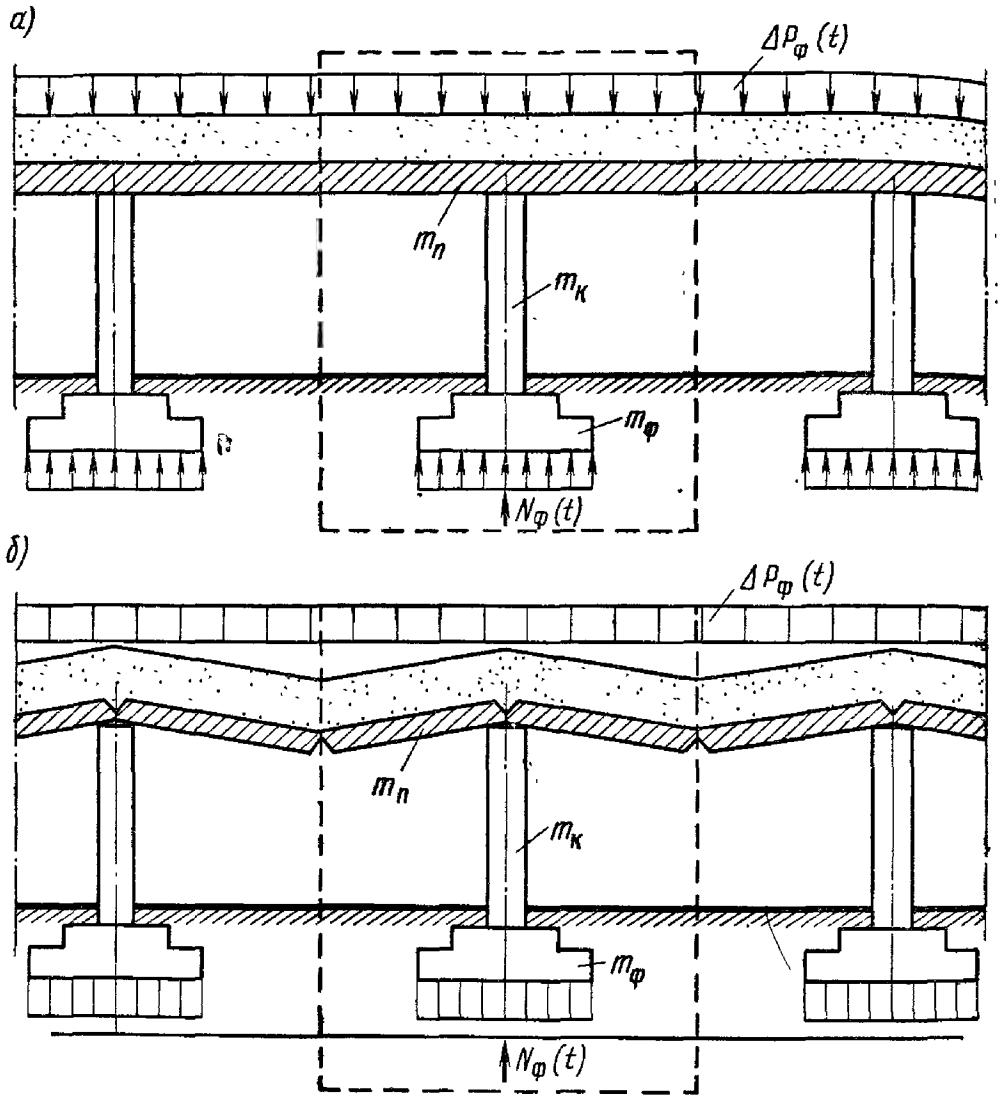


Рис. 8.1. Расчетная схема к определению параметров движения убежищ

а — при работе элементов покрытия в упругой стадии; *б* — в пластической стадии

где $u_с$, $u_в$ — перемещения сооружения и частиц грунта в волне сжатия; $z_ф$ — координата фундамента; c_1, c_2 — коэффициенты, учитывающие квазистатическое и волновое сопротивление грунта, определяемые по формулам [25]:

$$c_1 = a_1^2 \rho (1 - \mu - 2\mu^2)/\left[(1 - \mu)(1 - \mu^2)\sqrt{F_ф} \right], \quad c_2 = a_1 \rho, \qquad (8.3)$$

μ — коэффициент Пуассона, остальные величины описаны в п. 7.2.

Скорости $\dot{u}_в(t, z_ф)$ частиц грунта во времени в волне сжатия определяют по справочным данным, а пере-

мещения — интегрированием скорости. Функцию $u_в^{\cdot}$ можно также принять по данным опытов.

Аналогично методике п. 6.2, уравнение для функции динамичности балки как системы с одной степенью свободы, соответствующее формуле (8.1), имеет вид [3]

$$T^{\cdot\cdot}(t) + \omega^2 T(t) + \omega^2 m u_c^{\cdot}(t)/P_{max}^{п} - \omega^2 f(t) = 0. \qquad (8.4)$$

Начальные условия для уравнения (8.4) нулевые. Максимум функции $T(t)$ является коэффициентом динамичности. Если максимум для T в упругой стадии не достигается, балка переходит в пластическую стадию.

Для пластической стадии работы балки используют те же предпосылки, что и в п. 6.2. Уравнения движения после перехода в пластическую стадию при $t=t_1$ для шарнирно опертых железобетонных балок пролетом l имеют вид

$$\varphi^{\cdot\cdot}(t)\, ml^3/24 + u_c^{\cdot\cdot}(t)\, ml^2/8 + M_0^{пр.д} - P(t)\, l^2/8 = 0; \qquad (8.5)$$

для однопролетных балок, защемленных по концам,

$$\varphi^{\cdot\cdot}(t)\, ml^3/24 + u_c^{\cdot\cdot}(t)\, ml^2/8 + M_0^{пр.д} + M_0^{оп.д} - P(t)\, l^2/8 = 0, \qquad (8.6)$$

где $\varphi^{\cdot\cdot}(t)$ — угловое ускорение половинок железобетонных элементов; $M_0^{пр.д}$ и $M_0^{оп.д}$ — моменты внутренних усилий в пролетном и опорном сечениях элемента при достижении в момент $t=t_1$ напряжениями в растянутой арматуре динамического предела текучести.

Для защемленных балок рассмотрен случай, когда шарниры пластичности на опорах и посредине пролета балки образуются одновременно.

Уравнение движения расчетной ячейки сооружения (рис. 8.1, *б*) с учетом пластических деформаций балочных элементов покрытия запишем в виде

$$P_{max}^{п} f(t) F_п - 2\int_0^{l/2} \bar{m}_п \varphi^{\cdot\cdot}(t)\, x dx - c_1 [u_c(t) - u_в(t, z_ф)] F_ф -$$

$$- c_2 [u_c^{\cdot}(t) - u_в^{\cdot}(t, z_ф)] F_ф - M u_c^{\cdot\cdot}(t) = 0, \qquad (8.7)$$

где $\bar{m}_п$ — масса покрытия на единицу длины расчетной ячейки.

Совместное решение уравнений (8.5) или (8.6) и (8.7) с учетом переходных условий при $t=t_1$ определяет параметры движения балочных элементов в пластической стадии с учетом вертикального движения убежища. Прочность элементов с учетом работы в пластической стадии определяют из условия достижения углом раскрытия трещин в шарнирах пластичности ψ_{max} предель-

ного значения. Величину ψ_{max} вычисляют с учетом деформаций балки в упругой и в пластической стадиях по формуле

$$\psi_{max} = 2\varphi(t_2) + 4y_0/l, \qquad (8.8)$$

где y_0 — упругий прогиб; $\varphi(t_2)$ — максимальный угол поворота за время работы балки в пластической стадии.

Были проведены опыты по определению несущей способности балочных элементов с учетом вертикального смещения опор. Конструкция представляла собой фрагмент защитного сооружения, включающий покрытие из железобетонных шарнирно опертых балок и элементы, моделирующие стены и фундамент.

Испытаниям подвергли балки двух типов. Для первого типа балок (Б-I) расчетное сопротивление растянутой арматуры $R_s = 400$ МПа, площадь сечения $A_s = 2{,}26$ см^2. Для второго типа балок (Б-II) $R_s = 480$ МПа; $A_s = 3{,}08$ см^2. Остальные данные следующие: плотность грунта $\rho = 1370$ кг/м^3; $\mu = 0{,}3$; $F_п = 6 \cdot 10^4$ см^2; $F_ф/F_п = 0{,}05$; толщина балки 20, ширина 15, длина 180 см; расчетное сопротивление бетона 10 МПа; масса покрытия 4000, стен 1500, фундамента 1500 кг.

Расчетные значения несущей способности опытных балок с учетом и без учета смещения опор, полученные на ЭВМ, приведены в табл. 8.1.

Таблица 8.1. Расчетные значения несущей способности опытных балок

Исходные условия	Несущая способность балочных элементов, 10^5 Па			
	упругая стадия		пластическая стадия	
	Б-I	Б-II	Б-1	Б-II
С учетом смещения опор	3.26	4.48	4.18	5.23
Без учета смещения опор	1.78	2.69	2.46	3.17

В опытах осциллографировались динамические нагрузки и деформации в рабочей арматуре. В табл. 8.2 приведены результаты измерений и их сравнение с расчетом. Напряжения в опытах определены условно умножением деформации на модуль упругости $0{,}21 \cdot 10^6$ МПа.

Таблица 8.2. Значения опытных и расчетных величин напряжений в рабочей арматуре балок

Тип балки	Динамическая нагрузка, 10^5 Па	Напряжения, МПа, в рабочей арматуре		Опыт / расчет	Тип балки	Динамическая нагрузка, 10^5 Па	Напряжения, МПа, в рабочей арматуре		Опыт / расчет
		Опыт	Расчет				Опыт	Расчет	
Б-I	2.1	242	322	0,75	Б-II	4.0	400	446	0,9
Б-I	3.2	307	488	0,63	Б-III	10.5	500	500	1

Из табл. 8.1 и 8.2 видно, что учет движения убежища сокращает запасы прочности, которые, однако, могут быть снижены при дальнейшем совершенствовании метода расчета.

Решением задачи на ЭВМ получены зависимости коэффициента k_c (рис. 8.2), учитывающего снижение нагрузки на покрытие отдельно стоящих убежищ за счет их осадки (податливости опор) и податливости грунта под фундаментом. Коэффициент k_c приняли равным отношению эквивалентных статических нагрузок, рассчитанных с учетом и без учета вертикального движения убежища. Для встроенных убежищ коэффициент k_c следует увеличить на 5 %.

Расчеты показали, что величина k_c зависит от давления $\Delta P_ф$, отношения площадей $F_ф/F_п$, типа грунта и изменяется для песка, суглинка, супеси и глины в пределах 0,65—0,95.

Учитывая вышесказанное, эквивалентную статическую нагрузку на элементы покрытия определяют по формуле

$$q_р = P^п_{max} k_д k_c + q_{ст}, \qquad (8.9)$$

где $P^п_{max}$ — максимум нагрузки на покрытие, определяемый согласно гл. 7; $k_д$ — коэффициент динамичности для конструкции на жестких опорах, определяемый по данным третьей части книги или работы [26]; $q_{ст}$ — статическая нагрузка из условий эксплуатации в мирное время.

Для ориентировочных расчетов коэффициент $k_д$ принимают по табл. 8.3, полученной обобщением результатов анализа динамики балок.

Для покрытий убежищ, встроенных в здания (сооружения) с легко разрушаемыми конструкциями, масса

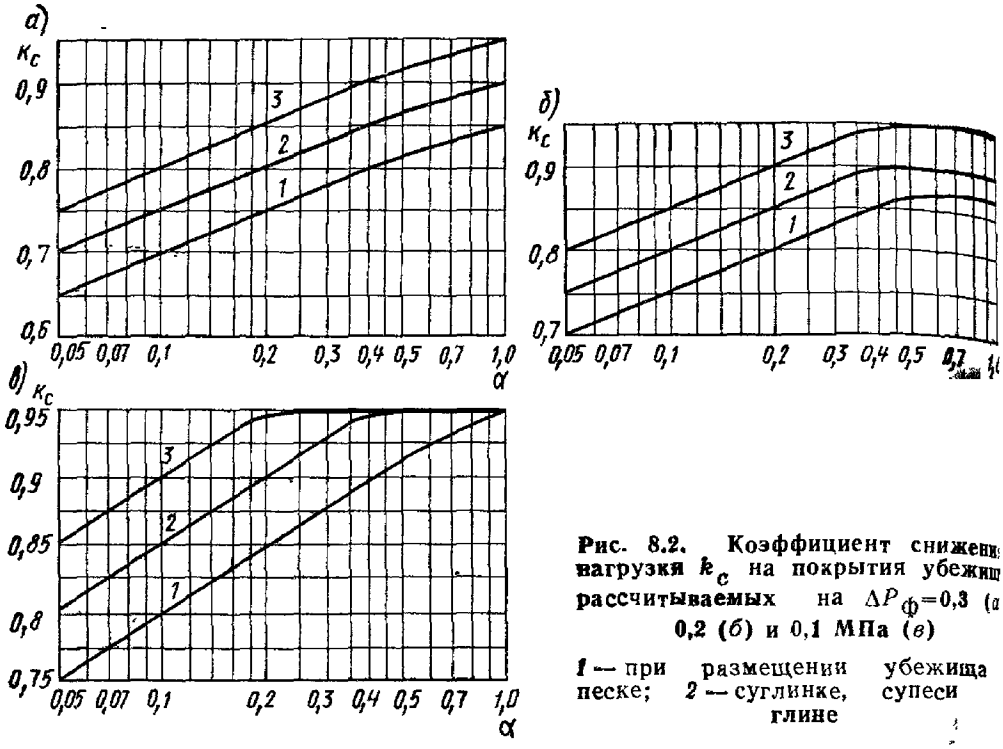


Рис. 8.2. Коэффициент снижения нагрузки k_c на покрытия убежищ рассчитываемых на $\Delta P_ф$=0,3 (а 0,2 (б) и 0,1 МПа (в)

1 — при размещении убежища песке; *2* — суглинке, супеси глине

которых не более 50 кг/м², $k_д$ — принимают как для о дельно стоящих убежищ. При расчетах на поперечную силу $k_д$ увеличивают на 10 %.

Для водонасыщенных, скальных и вечномерзлых грунтов (сохраняющих мерзлое состояние в течение все го периода строительства и эксплуатации здания) k_c принимают равным 1.

Значения коэффициентов k_c при ориентировочных рас четах для убежищ, расположенных в сухих грунтах принимаются по табл. 8.4.

Таблица 8.3. Коэффициенты динамичности для покрытий

Расчетные условия	Коэффициент $k_д$ для покрытий убежищ				
	отдельно стоящих	встроенных в помещениях с площадью проемов, %			расположенных под техническими подпольями
		менее 10	10—50	более 50	
Пластическая стадия	1,2	1	1,1	1,2	1
Упругая стадия	1,8	1,2	1,4	1,8	1,2

Таблица 8.4. **Коэффициенты k_c для покрытий $\Delta P_ф$, 10^5 Па**

Тип фундамента	3	2	1
Ленточный и столбчатый	0,8	0,85	0,90
Сплошная плита	0,9	0,90	0,95

При динамическом расчете железобетонных конструкций [26] исходят из условия, что в пластической стадии предельное состояние наступает к моменту разрушения сжатой зоны бетона (конец III стадии напряженно-деформированного состояния). Однако спад динамической нагрузки может происходить быстрее, чем снижение несущей способности элемента при его работе вплоть до разрушения бетона на всю высоту сжатой зоны (в IV стадии). В этом случае следует учесть работу конструкции в IV стадии (рис. 8.3).

Экспериментальное исследование работы изгибаемых элементов в IV стадии проведено на балках с процентом армирования 0,74—1,22. Опыты показали, что зависимость изменения момента внутренних усилий балок от угла раскрытия трещины $M(\psi)$ от начала разрушения бетона в сжатой зоне (при $M=M_0$, $\psi=\psi_{пр}$) до разрушения бетона на расчетную высоту сжатой зоны (при $M=$

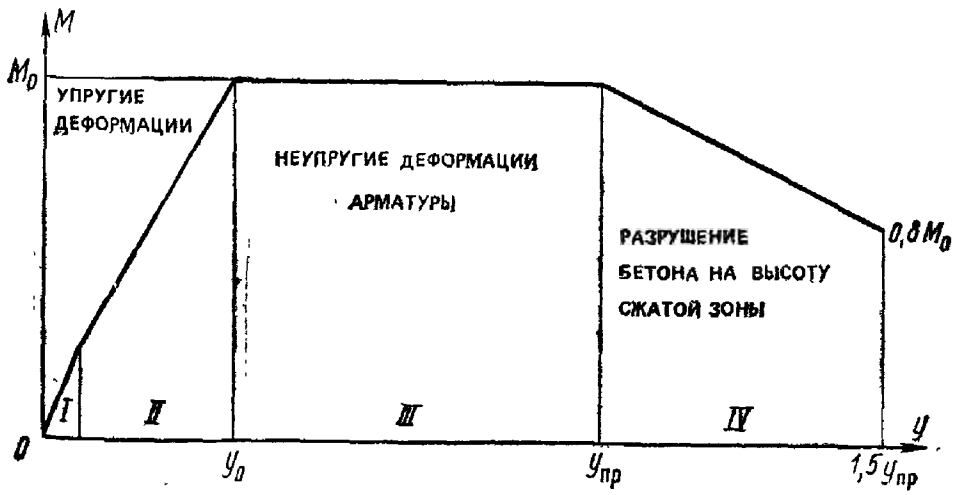


Рис. 8.3. Стадии напряженно-деформированного состояния сечения железобетонного элемента I—IV

y — упругий прогиб; $y_{пр}$ — прогиб к началу разрушения бетона сжатой зоны; M_0 — предельный момент

$= M_{ост}$, $\psi = \psi_{пр,2}$) может аппроксимировать линейной зависимостью

$$M(\psi) = M_0 - (M_0 - M_{ост})(\psi - \psi_{пр})/(\psi_{пр,2} - \psi_{пр}), \quad (8.10)$$

причем $M_{ост} = (0{,}7—0{,}8)M_0$; $\psi_{пр,2} = 1{,}5\,\psi_{пр}$. Аналогичные данные получены И. К. Белобровым. На основании опытов им установлено, что ко времени разрушения бетона сжатой зоны на расчетную высоту несущая способность балок примерно составляет 70 % их максимальной несущей способности.

Учитывая эти данные, уравнение движения шарнирно опертой балки на жестких опорах в IV стадии имеет вид ($\varphi_{пр} = \psi_{пр}/2$)

$$\varphi''(t)\, ml^3/24 + M_0[1 - 0{,}6\,(\varphi - \varphi_{пр})/\varphi_{пр}] - gl^2/8 - P(t). \quad (8.11)$$

Для защемленных по концам балок учитывают моменты в опорном закреплении, причем обычно считается, что шарниры пластичности на опорах и посредине пролета образуются одновременно, т. е. в работе балки будет отсутствовать упругопластическая стадия.

Условие прочности по нормальному сечению в IV стадии деформирования принимают в виде $\psi_{max} \leqslant 1{,}5\psi_{пр}$. Расчеты на ЭВМ показали, что эквивалентную статическую нагрузку можно снизить на 10 % за счет работы изгибаемых элементов покрытий в IV стадии.

8.2. Расчет стен

Наружные стены убежищ при проектировании рассматривают как внецентренно-сжатые конструкции. Данные экспериментов показали, что стены, рассчитанные согласно действующим нормативным положениям, выдерживают нагрузки в 1,5—2 раза выше расчетных. В связи с этим расчет внецентренно-сжатых элементов был уточнен.

В. А. Шамсиев экспериментально показал, что стены при воздействии динамических нагрузок перемещаются в вертикальном и горизонтальном направлениях и поворачиваются относительно места закрепления в фундаменте как два примерно равных жестких блока. Учитывая эти данные и основываясь на работах по расчету внецентренно-сжатых элементов [3, 7, 26], им были получены весьма сложные уравнения движения и деформирования стен с учетом взаимодействия с волной сжатия

и внецентренно приложенной изменяющейся во времени вертикальной нагрузкой от покрытия. Опустив изложение решения, приведем лишь конечные результаты, полученные обобщением решения задачи на ЭВМ, согласно которым расчет производится в следующем порядке. Сначала определяют горизонтальные и вертикальные нагрузки на стену. Горизонтальное действие волны сжатия или ударной волны, исходя из размещения убежища, заменяется действием эквивалентных статических нагрузок

$$q_{эк,г} = P^{ст}_{max} k_д k_с, \qquad (8.12)$$

где $P^{ст}_{max}$ — горизонтальная динамическая нагрузка на стены, определяемая по рекомендациям гл. 7; $k_д$ — коэффициент динамичности для элемента на жестких опорах, определяемый по табл. 8.5; $k_с$ — коэффициент, учитывающий увеличение давления на стены за счет горизонтальной составляющей массовой скорости частиц грунта и снижение давления за счет движения сооружения и деформации стен.

Таблица 8.5. **Коэффициенты диинамичности для наружиых стен**

Расчетные условия	Коэффициент $k_д$ для стен				
	заглубленных, обвалованных и примыкающих к помещениям подвалов	совмещенных с наружными стенами первого или цокольного этажа	находящихся внутри помещений с площадью проемов, %		
			менее 10	10—50	более 50
Пластическая стадия	1	1,3	1	1,1	1,3
Упругая стадия	1,2	1,7	1,2	1,4	1,7

Для стен убежищ, находящихся внутри помещений с легко разрушаемыми конструкциями, $k_д$ принимают тот же, что и для стен убежищ, находящихся внутри помещений с плсщадью проемов более 50 %. При типовом проектировании встроенных в первые этажи убежищ площадь проемов в зданиях следует принимать более 50 %. При расчете на поперечную силу $k_д$ увеличивают на 10 %. При расчете в пластической стадии принимают $k_с = 0{,}8$, в упругой стадии $k_с = 1$. Для необвалованных стен и стен, расположенных в водонасыщенных грунтах, коэффициент $k_с = 1$.

Вертикальную эквивалентную статическую нагруз-

ку $q_{эк,в}$ принимают равной максимальной динамической нагрузке $P^{п}_{max}$ (см. гл. 7), действующей на покрытие убежища. Затем горизонтальные и вертикальные силы заменяют одной внецентренно приложенной с эксцентриситетом e вертикальной силой N, вызывающей напряженное состояние, аналогичное реальному воздействию

$$N = (q_{эк,в} + q_{ст}) F_{сб}, \qquad (8.13)$$

где $q_{ст}$ — статическая нагрузка; $F_{сб}$ — площадь сбора вертикальной нагрузки на стены толщиной d, равна: для несущих стен $F_{сб}=Lb/2$; для самонесущих стен $F_{сб}=db$; L — пролет сооружения; b — расчетная ширина сечения.

Расчет сечений выполняют по формуле, приведенной в нормативной литературе по расчету железобетонных конструкций

$$Ne \leqslant R^{д}_{b} bx^{д} (h_0 - 0,5x^{д}) + R^{д}_{sc} A'_s (h_0 - a'). \qquad (8.14)$$

При этом прочностные характеристики материалов принимают с учетом динамического упрочнения [6], а высоту сжатой зоны $x_д$ определяют из уравнения

$$N + R^{д}_{s} A_s - R^{д}_{sc} A'_s = R^{д}_{b} bx^{д}, \qquad (8.15)$$

где $R^{д}_{s}$, $R^{д}_{sc}$ — расчетные значения динамического сопротивления арматуры растяжению (сжатию); $R^{д}_{b}$ — расчетное значение динамического сопротивления бетона по прочности на сжатие; A_s, A'_s — площади растянутой (сжатой) арматуры; h_0 — рабочая высота сечения; a' — расстояние от равнодействующей усилий в сжатой арматуре до ближайшей грани сечения.

Эксцентриситет e находят по формуле

$$e = (M/N + d/2 - a) k_e, \qquad (8.16)$$

где a — расстояние от равнодействующей усилий в растянутой арматуре до ближайшей грани сечения; k_e — коэффициент, учитывающий изменение величины эксцентриситета и нагрузок во времени.

При расчетах в упругой стадии принимают $k_e=1$, а в пластической при $\Delta P_ф=0,3$; 0,2 и 0,1 МПа соответственно $k_e=0,9$; 0,95 и 1.

Во всех случаях следует проверять продольную устойчивость стеновой конструкции, а также сжатой зоны сечения стены на действие продольной силы N.

Опытная проверка на динамическую нагрузку моделей заглубленного убежища, выполненных в масштабе 1 : 2 и состоящих из плит покрытия, стеновых панелей и ленточных фундаментов, показала удовлетворитель-

ную сходимость с результатами расчетов. При этом расчетные напряжения в арматуре стеновых панелей были больше экспериментальных на 5—20, а прогибы на 10—30 %.

8.3. Расчет центрально-сжатых колонн

Методика расчета центрально-сжатых колонн, получившая распространение в практике проектирования убежищ, приведена в работах [3, 6] и сводится к следующей схеме.

Исходя из решения уравнения движения убежища как жесткого тела максимальную продольную силу в сечении колонны у верха фундамента характеризуют зависимостью

$$N_к = N_к^{ст} + P_{max}^{п} F_п k_{д.к}, \tag{8.17}$$

где $N_к^{ст}$ — продольная сила от статической нагрузки; $P_{max}^{п}$ — максимальная динамическая нагрузка, действующая на покрытие; $F_п$ — площадь части покрытия, с которой собирается нагрузка на колонну; $k_{д.к}$ — коэффициент динамичности для усилия в колонне, равный наибольшему значению функции

$$S(t) = \Phi(t) - [\Phi(t) - 1 + t/\tau_{эф}]\, m_ф/M, \tag{8.18}$$

в которой $M = m_п + m_к + m_ф$; $m_к$, $m_ф$, $m_п$ — соответственно масса колонны, фундамента и части покрытия, с которой собирается нагрузка на колонну; $\Phi(t)$ — функция изменения продольной силы под подошвой фундамента площадью $F_ф$. Максимальное значение функции $\Phi(t)$, называемое коэффициентом динамичности $k_{д.ф}$, принимают по графику (рис. 8.4) в зависимости от параметров $\bar{q}_1$ и r, вычисляемых по формулам:

$$\bar{q}_1 = a_1 \rho F_ф / kM; \tag{8.19}$$

$$r = \sqrt{a_1/\bar{q}_1 D - 1}, \tag{8.20}$$

где a_1 — скорость распространения упругопластической волны сжатия в грунте основания плотностью ρ; k — коэффициент для колонн, равный 2, для стен — 1; D — наибольшая сторона подошвы фундамента.

Анализ показал, что для практических расчетов можно принять $k_{д.к} = k_{д.ф}$, воспользовавшись графиком рис. 8.5.

По мере накопления данных о напряжениях в арматуре и бетоне колонн при испытаниях убежищ на дина-

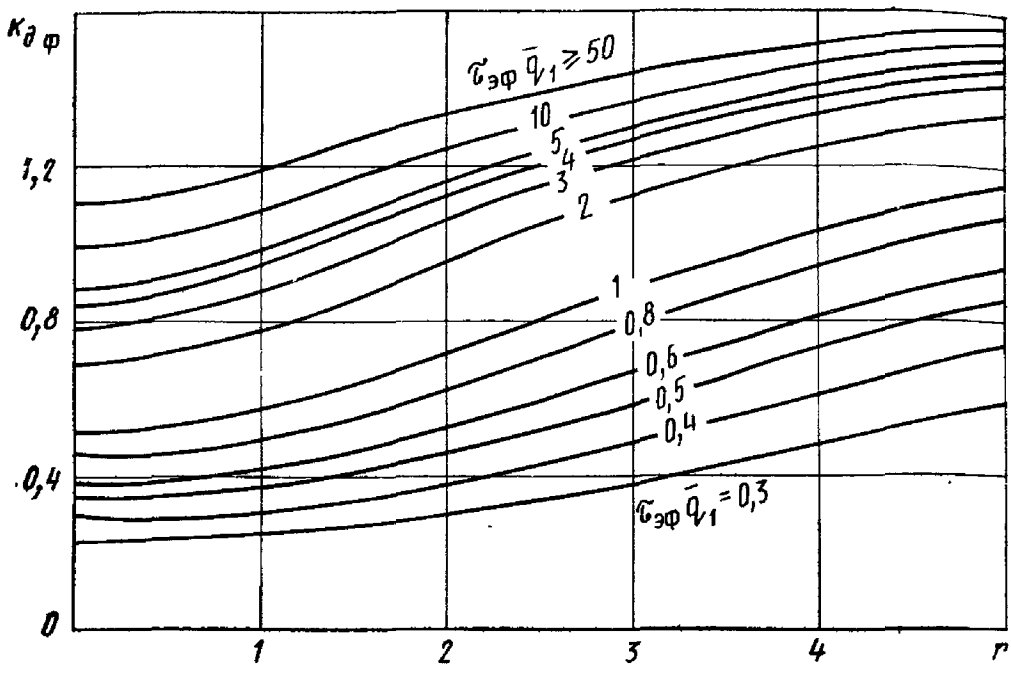


Рис. 8.4. График значений коэффициента динамичности для усилия под подошвой фундамента [3]

мическую нагрузку появится возможность дальнейшего совершенствования этого метода расчета. Здесь приведем данные только испытания типовых конструкций серии V-01-01, которые показали, что при динамической нагрузке на 40 % выше расчетного значения, тензосопротивления, установленные на рабочей арматуре колонны, зафиксировали напряжение 160 МПа. Это значение соответствовало 50 % расчетного сопротивления. Датчики, наклеенные на бетон, показали напряжение сжатия 15,5 МПа. Расчетное динамическое сопротивление бетона сжатию было равно 20 МПа, т. е. фактическое напряжение составило 80 % расчетного.

Расчетные нагрузки на колонны могут быть снижены, если учитывать деформацию покрытия убежища, а также смещение грунта под фундаментом колонны.

Приняв во внимание силы, действующие на колонну, уравнение для определения усилия $N_к(t)$ в ее сечении у верха фундамента можно записать в виде

$$N_к(t) = P^п_{max} f(t) F_п - (M - m_ф) \ddot{u}_с(t), \qquad (8.21)$$

где обозначения те же, что и в формуле (8.2).

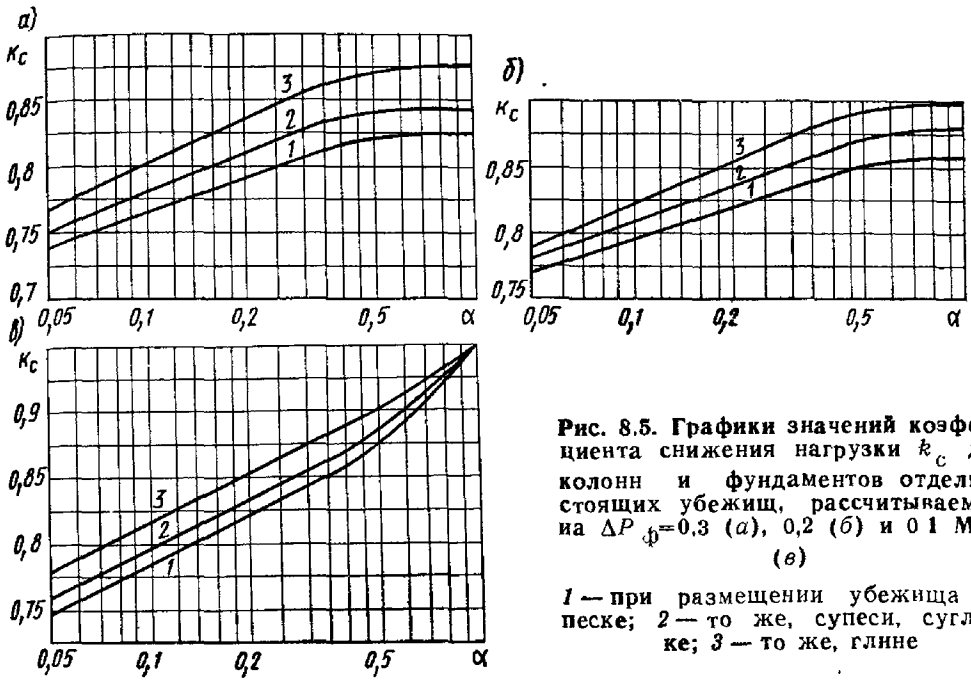


Рис. 8.5. Графики значений коэффициента снижения нагрузки k_c для колонн и фундаментов отдельно стоящих убежищ, рассчитываемых на $\Delta P_ф$=0,3 (*а*), 0,2 (*б*) и 0,1 МПа (*в*)

1 — при размещении убежища на песке; *2* — то же, супеси, суглинке; *3* — то же, глине

Величину $\ddot{u}_c(t)$ определяют из уравнений движения убежища. При работе плит покрытия в упругой стадии в расчетах используют формулу (8.2), а в пластической — уравнения (8.7) и (8.8). Расчетами на ЭВМ получены значения коэффициента k_c (рис. 8.5—8.6), учитывающие снижение нагрузки на колонны за счет деформации покрытия и смещение грунта под фундаментом. Сохраняя преемственность методов расчета колонн, коэффициент k_c принят равным отношению усилия в сечении колонны с учетом этих факторов к усилию, полученному из условия движения убежища как жесткого тела при действии динамической нагрузки на покрытие. Тогда максимум силы в колонне у верха фундамента определим по формуле

$$N_к = N_к^{ст} + P_{max}^{п} F_п k_{д.к} k_c, \qquad (8.22)$$

в которой коэффициент динамичности $k_{д.к}$ принимают по графику рис. 8.4, а коэффициент k_c — по рис. 8.5—8.6.

При ориентировочных расчетах коэффициенты $k_{д.к}$ и k_c определяют по табл. 8.6, 8.7.

Коэффициент k_c принимают равным единице для убежищ, расположенных на водонасыщенных грунтах, скальных или на вечномерзлых грунтах при использовании основания по принципу I.

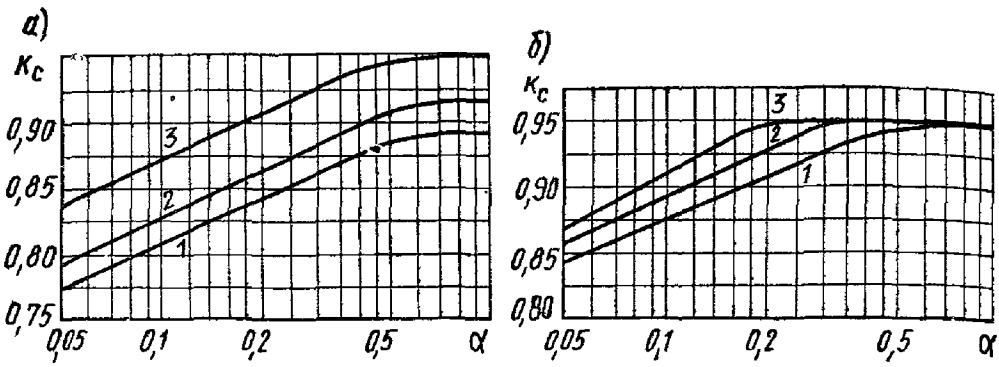


Рис. 8.6. График значений коэффициента снижения нагрузки K_c для колонн и фундаментов, встроенных убежищ, рассчитываемых на $\Delta P_ф$=0,3 (*а*) и 0,2 МПа (*б*)

1 — при размещении убежища в песке; *2* — супеси, суглинке; *3* — глине. Для встроенных убежищ, рассчитываемых на $\Delta P_ф$=0,1 МПа; k_c=0,95

Таблица 8.6. Коэффициенты динамичности для центрально-сжатых колонн

Условия расположения убежищ	Коэффициент $k_{д.к}$ для убежищ	
	встроенных	отдельно стоящих
На основаниях из нескальных грунтов при расположении фундамента выше уровня грунтовых вод	1,0	1,2
На основаниях из нескальных грунтов при расположении фундамента ниже уровня грунтовых вод, а также на вечномерзлых грунтах при использовании основания по принципу II	1,2	1,4
На скальных основаниях или вечномерзлых грунтах при использовании основания по принципу I	1,4	1,8

Таблица 8.7. Коэффициенты k_c для центрально-сжатых колонн при $\Delta P_ф$, МПа

Конструкция фундамента	0,3	0,2	0,1
Ленточные и отдельно стоящие	0,85	0,90	0,95
Сплошные плиты	0,90	0,95	0,95

В дальнейшем расчет на прочность ведут статическими методами из условия

$$N_к \leqslant N_{cr}; \qquad (8.23)$$

где N_{cr} — предельная величина продольной силы, определяемая по формулам, приведенным в нормативной литературе по расчету железобетонных конструкций.

Следует отметить, что учет деформации покрытия и смещения грунта под фундаментом при воздействии волны сжатия приводит к снижению расчетной нагрузки на колонны от 5 до 15 %.

8.4. Расчет оснований и фундаментов

Расчет фундаментов, приведенный в работе [26], выполняют в следующей последовательности. Сначала определяют силу, действующую на подошву фундамента

$$N_ф = N_ф^{ст} + P_{max}^{п} F_п k_{д.ф}, \qquad (8.24)$$

где $N_ф^{ст}$ — продольная сила от статической нагрузки; $k_{д.ф}$ — коэффициент динамичности для усилия под подошвой фундамента, принимаемый по графикам рис. 8.4; остальные обозначения те же, что и в формуле (8.17).

При расчете коэффициентов динамичности для усилия под подошвой ленточных фундаментов стен с применением графиков рис. 8.5 площадь подошвы определяют по формуле

$$F_Ф = bD, \qquad (8.25)$$

где b — расстояние между осями балок (плит), опирающихся на стены; D — ширина подошвы ленточного фундамента.

Размеры фундаментов определяют из условия, чтобы среднее давление под подошвой не превышало расчетного, умноженного на коэффициент динамического упрочнения $k_у = 0{,}5$, и не было больше предельного динамического давления, равного 1,5 МПа. Такое ограничение предельного сопротивления грунта обусловлено тем, что при больших давлениях опасаются интенсивного выпирания грунта из-под фундамента. При этом коэффициент динамического упрочнения и предельное динамическое давление для всех типов грунтов принимают одинаковыми.

По мере накопления информации о поведении грунтов при давлениях более 1,5 МПа осуществлен переход к новому методу расчета фундаментов убежищ. Это

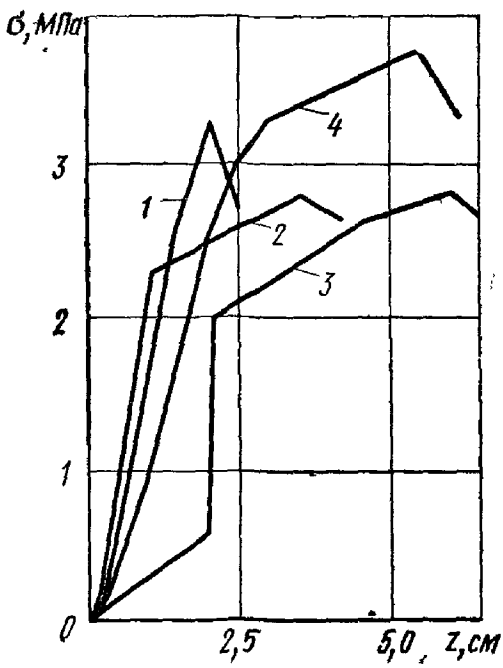


Рис. 8.7. Опытные зависимости напряжений в основании от осадок штампа 60×60 см

1, *2* — на суглинке; *3*, *4* — на песке Скорость нарастания напряжения в грунте *1* — 0,0467 МПа/мс; *2* — 0,0432 МПа/мс; *3* — 0,0453 МПа/мс; *4* — 0,0704 МПа/мс

в ряде случаев позволяет значительно уменьшить размеры фундаментов, что, в свою очередь, приводит также к уменьшению динамических нагрузок на покрытие за счет дополнительного вертикального смещения сооружения. В конечном счете снижаются затраты на возведение убежищ при сохранении требуемого уровня надежности защиты укрываемых.

Ниже кратко рассмотрена методика расчета. Дифференциальное уравнение, описывающее вертикальное движение убежищ, содержит реактивное сопротивление основания, которое определяют исходя из модели грунта [25]. В практических расчетах это сопротивление часто аппроксимируют по формулам (8.3), в которых коэффициентом c_1 учитывают квазистатическое, а c_2 — волновое сопротивление грунта.

Для проверки зависимостей напряжений в грунте от параметров движения убежища А. А. Райляном были проведены опыты динамическим нагружением квадратных штампов с размером сторон 50, 60 и 70 см при времени нарастания напряжения в грунте от 18 до 70 мс. Давление P на грунт составило 1,8...6,5 МПа, продолжительность нагрузки — 0,6 с.

Из анализа опытных данных можно сделать следующие выводы. Для насыпного неслежавшегося грунта при $P=1{,}6$—10 МПа осадка штампа y составляла 4,6—

40 см. Для грунта естественного сложения при $P=$ $=1{,}8$—$6{,}5$ МПа осадка $y=2{,}5$—$12{,}7$ см. Величина осадки существенно зависит от скорости нарастания напряжений в грунте (рис. 8.7). При напряжениях в грунте естественного сложения до 4 МПа давление на фундамент определяют по формуле, соответствующей правой части уравнения (8.2).

При кратковременном вертикальном смещении убежища и деформации его элементов внутри помещения возникает избыточное давление, которое может оказать опасное воздействие на укрываемых. Это давление образуется вследствие уменьшения внутреннего объема помещения за малый промежуток времени (менее 100 мс).

Для пролетов, равных 6 м, наиболее часто встречающихся в практике строительства убежищ, максимальный прогиб элементов покрытия может быть около 20 см, что соответствует уменьшению высоты помещений примерно на 10 см. С учетом этих данных и уравнения состояния газовой среды осадки убежища должны быть не более 10 см. На основании обобщения данных, полученных решением на ЭВМ уравнений (8.2) — (8.8), характеризующих движение убежищ, рассчитываемых на давления $\Delta P_{\Phi}=0{,}3$; 0,2 и 0,1 МПа, можно считать, что такое условие выполняется, если отношения $\alpha\geqslant 0{,}15$; 0,1 и 0,05 соответственно.

Таким образом, площадь фундаментов можно определять на воздействие только нагрузок из условия мирного времени, причем отношение α не должно быть менее указанных выше значений.

В целом расчет оснований и фундаментов состоит из расчета основания и расчета фундамента на прочность. Исходя из расчета основания определяют размеры подошвы фундамента, а по данным расчета фундамента принимают общую высоту, высоту уступов и армирование.

Расчет оснований, сложенных нескальными грунтами, выполняют по деформации на основное сочетание нагрузок, включающее постоянные и временные длительные нагрузки и воздействия из условия мирного времени. Размеры подошвы фундамента определяют в соответствии с требованиями СНиПа по проектированию оснований зданий и сооружений. При этом отношение площади фундаментов в плане под стенами и колоннами к площади покрытия принимают не менее значе-

ний α, указанных выше. Расчет оснований, сложенных скальными, водонасыщенными, глинистыми и заторфованными грунтами, производят по несущей способности на особое сочетание нагрузок, которое учитывает динамическое воздействие. Расчетное сопротивление оснований из скальных грунтов принимают равным временному сопротивлению образца скального грунта на одноосное сжатие, умноженному на коэффициент динамического упрочнения $k_у = 1{,}3$.

Расчет фундамента производят на особое сочетание нагрузок. При этом нормальную силу, действующую на подошву фундамента со стороны грунта, определяют по формуле

$$N_ф = N_ф^{ст} + P_{max}^{п} F_п k_{д.ф} k_с, \tag{8.26}$$

где коэффициент $k_с$ учитывает снижение нагрузки на фундамент согласно графикам рис. 8.5—8.6.

Для ориентировочных расчетов $k_{д.ф}$ и $k_с$ принимают по табл. 8.6 и 8.7. Проверку фундамента на продавливание производят на продольную силу, вычисляемую по формуле (8.21). Высоту уступов и армирование определяют по формулам, приведенным в нормативной литературе по расчету фундаментов.

При расчете сплошных фундаментных плит вертикальную эквивалентную статическую нагрузку принимают равной динамической нагрузке $P_{max}^{ф}$, определяемой по рекомендациям гл. 7, умноженной на коэффициент динамичности (см. третью часть книги и [26]). Ориентировочно коэффициенты $k_{д.ф}$ принимают по табл. 8.8.

Характерной особенностью предлагаемых решений фундаментов под колонны является отсутствие развитой нижней части. Практически размеры фундаментов понизу находятся в пределах пирамиды продавливания. Расчеты показывают, что ширина ленточных фундаментов под наружные и внутренние стены убежищ (в основном отдельно стоящих) получается настолько маленькой, что не выходит из пределов габаритов стен. В связи с тем, что рекомендуемые значения α приводят к существенному снижению расчетных нагрузок на покрытия и стены, целесообразно принимать ее величину возможно более близкой к минимально допустимой и равную значениям α, принятым для фундаментов под колонны. Последнее требование обусловлено необходимостью обеспечения равных осадок фундаментов под ко-

Таблица 8.8. Коэффициенты динамичности для сплошных фундаментных плит

Условия размещения фундаментной плиты	Убежища	
	встроенные	отдельно стоящие
На нескальных грунтах при расчете в пластической стадии	1	1
На водонасыщенных грунтах при расчете в упругой стадии	1,2	1,2
На скальных или вечномерзлых грунтах при использовании основания по принципу I	1	1
На вечномерзлых грунтах при использовании основания по принципу II	1,2	1,4

лонны и стены, поэтому фундаменты под стены целесообразно проектировать прерывистыми в виде отдельных столбчатых фундаментов (см. гл. 2).

8.5. Особенности расчета многоэтажных убежищ

Многоэтажные убежища имеют большую высоту и площадь стен, в связи с чем появляется необходимость учесть силы трения стен о грунт.

Рассмотрим расчет внутренних конструкций междуэтажных перекрытий (с прикрепленными оборудованием и перегородками), испытывающих действие инерционных сил.

Дифференциальное уравнение движения балочного междуэтажного перекрытия на смещаемых опорах имеет вид уравнения (8.1), если в нем принять $f(t)=0$.

Представим ускорение от смещения опор и прогиб балки с погонной массой m (в которой учтены присоединенные массы) в виде произведений функций:

$$\ddot{u}_c(t) = \ddot{u}_0 f_1(x) f_y(t); \tag{8.27}$$

$$y(x, t) = m\ddot{u}_0 F(x) T(t), \tag{8.28}$$

где $f_1(x)$, $f_y(t)$ — функции, характеризующие изменение перегрузки по пролету и по времени с амплитудой $\ddot{u}_c$; F — форма прогиба.

Применяя метод Бубнова — Галеркина, получим выражение для функции динамичности

$$T''(t) + \omega^2 T(t) = -\omega^2 f_y(t). \tag{8.29}$$

Расчеты, проведенные на ЭВМ по формулам (8.2) и (8.7), показали, что функция $f(t)$ для положительной фазы ускорения длительностью τ можно аппроксимировать следующими зависимостями:

$$f_{\text{у}}(t) = 2t/\tau \text{ при } 0 \leqslant t \leqslant \tau/2; \tag{8.30}$$

$$f_{\text{у}}(t) = 1 - 2(t - \tau/2)/\tau \text{ при } \tau/2 < t \leqslant \tau. \tag{8.31}$$

Решение уравнения (8.29) для функций вида (8.30) приведено в работе [26] в виде зависимости максимальных значений функций $T(t) = k_{\text{д}}$ (коэффициентов динамичности). Эквивалентную статическую нагрузку на междуэтажные перекрытия от сил инерции определяют по формуле

$$g_{\text{эк}} = mu_0^{\cdot\cdot} k_{\text{д}}. \tag{8.32}$$

Максимальную амплитуду вертикального ускорения для одноэтажных убежищ определяют по методике, изложенной в гл. 7, рассмотрением движения (без учета сил трения между стенами и грунтом) расчетной ячейки, включающей колонну и приходящуюся на нее часть покрытия и фундамента. Однако, как показали экспериментальные исследования на крупномасштабных моделях, параметры движения многоэтажных убежищ следует определять с учетом действия этих сил.

Появление касательных сил вдоль стен связано с тем, что окружающий стены грунт вовлекается в движение путем генерирования в нем поперечных волн. При этом силы сопротивления пропорциональны вертикальной составляющей скорости сооружения. После достижения касательными напряжениями предельного значения грунт начнет проскальзывать относительно стен, и силы сопротивления становятся постоянными, определяемыми по закону сухого трения.

Принимая, что сила, действующая на сооружение сверху, создается воздушной ударной волной, а снизу — квазистатической и волновой составляющей давления грунта и учитывая силы, действующие вдоль стен, уравнение движения убежища запишем в виде:

до проскальзывания

$$Mu_{\text{с}}^{\cdot\cdot}(t) = P_{\max}^{\text{п}} f(t) F_{\text{п}} - c_1 [u_{\text{с}}(t) - u_b(tz_{\text{ф}})] F_{\text{ф}} -$$

$$- c_2 [u_{\text{с}}^{\cdot}(t) - u_b^{\cdot}(t, z_{\text{ф}})] F_{\text{ф}} - \int_0^H b\rho_{\text{см}} [u_{\text{с}}^{\cdot}(t) - u_b^{\cdot}(t, z)] h dz; \tag{8.33}$$

после проскальзывания относительно грунта

$$M\ddot{u}_c(t) = P^{\text{п}}_{\max} f(t) F_{\text{п}} - c_1 [u_c(t) - u_b(t, z_\phi)] F_\phi -$$

$$- c_2 [\dot{u}_c(t) - \dot{u}_b(t, z_\phi)] F_\phi - k_\text{б} f_{\text{тр}} \int_0^H [\gamma(z + h_{\text{обс}}) + \sigma(t, z)] L dz, \quad (8.34)$$

где $F_{\text{ст}}$, h — площадь и периметр стен; $b = a_1 \sqrt{(1 - k_\text{б})/2}$ — скорость распространения поперечных упругопластических волн в грунте; $k_\text{б}$ — коэффициент бокового давления; γ, $\rho_{\text{ст}}$ — объемный вес и плотность грунта у стены; $f_{\text{тр}}$ — коэффициент трения грунта по грунту; H — высота сооружения; z — расстояние от уровня земли до рассматриваемой точки; $h_{\text{обс}}$ — толщина обсыпки; $\sigma(t, z)$ — напряжение в волне сжатия в грунте; $u_b(t, z_\phi)$ — перемещение частиц грунта в месте размещения фундамента; $\dot{u}_b(t, z)$ — скорости частиц грунта, определяемые по справочным данным.

В процессе движения сооружения переход с режима упругого сдвига на режим проскальзывания (трения) и наоборот может осуществляться неоднократно. Условием перехода к режиму проскальзывания является выполнение неравенства

$$b\rho_{\text{ст}} [\dot{u}_c(t) - \dot{u}_s(t, z)] F_{\text{ст}} \geqslant k_\text{б} f_{\text{тр}} \int_0^H [\gamma(z + h_{\text{обс}}) + \sigma(t, z] L dz.$$

Обратный переход проверяют переходом через нуль разности скоростей сооружения и грунта.

На основе этих уравнений с использованием численных методов их решений с помощью ЭВМ определяют максимальные амплитуды вертикального ускорения для многоэтажных убежищ.

Для облегчения расчетов в практике проектирования рассмотрим уравнение движения, составленное с учетом действия только основных сил, а также взаимодействия с покрытием волны сжатия

$$M\ddot{u}(t) = \sigma(t) k^*_{\text{отр}} F_{\text{п}} - a_{1\text{обс}} \rho_{\text{обс}} \dot{u} F_{\text{п}} - a_{\text{осн}} \rho_{\text{осн}} \dot{u} F_\phi - b\rho_{\text{ст}} \dot{u} F_{\text{ст}}, \quad (8.35)$$

где $\sigma(t)$ — напряжение в падающей волне сжатия на уровне верха покрытия; $k^*_{\text{отр}}$ — коэффициент нормального отражения, определяемый по формуле (7.15); $a_{1\text{ обс}}$, $a_{1\text{ осн}}$ — скорость упругопластических волн соответственно в грунте обсыпки и основания; $\rho_{\text{обс}}$, $\rho_{\text{осн}}$ — плотность грунта обсыпки и основания; остальные обозначения те же, что и в формулах (8.33) и (8.34).

После ряда упрощений уравнение (8.35) для нагрузки с временем нарастания, равным τ, запишем так

$$u'' + Ru' = \sigma_м k^*_{отр} t/m_в \tau, \qquad (8.36)$$

где $R=(A_п+\alpha A_ф+\alpha_1 A_{ст})/m_в$; $m_в=M/F_ф$; $\alpha=F_ф/F_п$; $\alpha_1=F_{ст}/F_п$; $\sigma_м$ — максимальное напряжение в волне сжатия; $A_п$, $A_ф$, $A_{ст}$ — акустические сопротивления грунта над покрытием, под фуидаментом и у стен.

Решением уравнения (8.36) методом неопределенных коэффициентов получены формулы для определения параметров движения убежища — перемещения u, скорости u' и ускорения u''

$$u(t)=\frac{\sigma_м k^*_{отр}}{\tau R m_b}\left(\frac{t^2}{2}-\frac{t}{R}+\frac{1}{R^2}R_1\right);\quad R_1=1-\exp(-Rt);$$

$$u'(t)=\frac{\sigma_м k^*_{отр}}{\tau R m_b}\left(t-\frac{1}{R}R_1\right); \qquad (8.37)$$

$$u''(t)=\frac{\sigma_м k^*_{отр}}{\tau R m_b}R_1.$$

Максимальная амплитуда вертикального ускорения u''_b сооружения определяется по формулам:

для отдельно стоящих убежищ при толщине обсыпки $h_{обс}>1$ м

$$u''_b=\frac{\sigma_м k^*_{отр}}{(A_п+\alpha A_ф+\alpha_1 A_{ст})\tau}\left[1-\exp\left(-\frac{A_п+\alpha A_ф+\alpha_1 A_{ст}}{m_b}\tau\right)\right]; \qquad (8.38)$$

для отдельно стоящих убежищ при толщине обсыпки $h_{обс}\leqslant 1$ м

$$u''_в=\frac{\Delta P_ф}{(\alpha A_ф+\alpha_1 A_{ст})\tau}\left[1-\exp\left(-\frac{\alpha A_ф+\alpha_1 h_{ст}}{m_в}\tau\right)\right]; \qquad (8.39)$$

для встроенных убежищ

$$u''_в=\frac{P^п_{max}}{(\alpha A_ф+\alpha_1 A_{ст})\tau}\left[1-\exp\left(-\frac{\alpha A_ф+\alpha_1 A_{ст}}{m_в}\tau\right)\right], \qquad (8.40)$$

где τ — время нарастания амплитуды ускорения до маскимума, равное временн нарастания нагрузкн на убежище.

Расчеты показали, что максимальные амплитуды ускорений, полученные по формулам (8.38) — (8.40), в отдельных случаях могут быть меньше до двух раз соответствующих зиачений, полученных по формулам (8.33), (8.34). На основании анализа данных, полученных ре-

шением на ЭВМ уравнений (8.33), (8.34), для практических расчетов максимум вертикального ускорения $I_в$ в единицах g (силы тяжести) следует определять по формулам (8.38) — (8.40) при $\alpha_1 = F_{ст}(0{,}3+1{,}4\alpha)/F_п$ и с учетом коэффициента $k_в = 2{,}5\alpha$

$$I_в = u''_в k_в / g. \qquad (8.41)$$

Для встроенных убежищ, рассчитываемых на $\Delta P_ф = 0{,}3$; 0,2 и 0,1 МПа, ориентировочно принимают $\tau = 0{,}04$; 0,06 и 0,09 с соответственно, а для отдельно стоящих — по формуле (2.2) при $k_1 = 1$.

Были проведены эксперименты по определению параметров движения междуэтажных перекрытий сооружения на крупномасштабной модели фрагмента заглубленного в грунт трехэтажного убежища из сборных железобетонных элементов. Размеры фрагмента в плане: длина 320, ширина 120, высота каждого этажа 60 см. Грунтовая засыпка над покрытием была равна 50 см. Параметры междуэтажных перекрытий: длина 260 (в чистоте), ширина 80, толщина 10 см; армирование симметричное; площадь рабочей арматуры класса A-IV — 4 см^2; бетон с призменной прочностью на сжатие 10 МПа. Сопоставление расчета по формуле (8.41) с опытом показало хорошую сходимость, как это видно из табл. 8.9.

Таблица 8.9. Значения опытных и расчетных максимальных амплитуд ускорений модели многоэтажного убежища

Исходные данные	Максимумы вертикального ускорения в единицах g при нагрузке на покрытии, 10^5 Па		
	0,7	1,5	3
Опытные	4,5	9	12,5
Расчетные	3,5	8,2	16,8

Относительная погрешность расчетного ускорения составила 10—30 %.

Как видно из формул (8.38) — (8.40), ускорения зависят от нагрузки, массовых характеристик конструкций, этажности, площади фундаментов и типа грунта. Установлено, что при $\alpha < 0{,}3$ на максимум ускорения влияет эффект проскальзывания сооружения относительно грунта, что может привести к увеличению ускорений

до 2,5 раза. Движение частиц грунта под действием волны сжатия увеличивает ускорение сооружения на 20—30 %. Для убежищ с $\alpha > 0{,}5$ проскальзывания относительно грунта не наблюдается. При этом увеличивается реакция грунта за счет квазистатического сопротивления. Движение частиц грунта, обусловленное распространением волны сжатия под фундамент, может увеличить в этом случае максимум ускорения до 2,5 раза.

Увеличение числа этажей убежища приводит к снижению амплитуд ускорений, при этом каждый последующий этаж уменьшает ускорение до 25 %. Анализ данных показал, что ускорения убежищ, размещенных в песчаных грунтах, в 1,5—2 раза больше ускорений убежищ, возведенных в глинистых грунтах. Перегрузки во встроенных убежищах почти в 2 раза меньше перегрузок в отдельно стоящих убежищах той же степени защиты.

Элементы междуэтажных перекрытий рассчитывают в пластической стадии на вертикальную нагрузку от инерционных сил при ускореннном движении сооружения. Расчетную нагрузку определяют по формуле

$$q_{\text{р}} = G\,(I_{\text{в}}\,k_{\text{д}} + 1), \qquad (8.42)$$

где G — масса единицы длины (площади) конструкции с учетом массы закрепленного на ней оборудования; $k_{\text{д}}$ — коэффициент динамичности, определяемый по табл. 8.10 в зависимости от времени τ и частоты собственных колебаний ω.

Таблица 8.10. **Коэффициенты динамичности при расчете конструкций в пластической стадии на инерционные силы**

$\omega\tau$	0,5	1	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	7,1
$k_{\text{д}}$	0,4	0,75	0,97	1,05	1,07	1,06	1,02	0,97	0,94	0,9

Суммирование инерционной нагрузки со статической в формуле (8.42) обусловлено знакопеременным характером колебаний перекрытий с примерно равными амплитудами разных знаков и дает некоторый запас.

Максимальную амплитуду горизонтального ускорения в единицах g определяют выражением

$$I_{\text{г}} = 1/2P^{\text{ст}}_{\max}/(A_{\text{ст}}\,\tau g)\left[1 - \exp\left(-\frac{2A_{\text{ст}}\,\tau}{m_{\text{г}}}\right)\right], \qquad (8.43)$$

где $P^{ст}_{max}$ — максимум горизонтальной динамической нагрузки на стену убежища на уровне середины ее высоты; $m_г$ — масса сооружения, приходящаяся на 1 м² площади вертикальной грани убежища, воспринимающей горизонтальную нагрузку; остальные обозначения те же, что и в формулах (8.38) — (8.40).

Время нарастания амплитуды ускорения до максимума в этом случае принимают равным: $\tau = H/D_ф$, где H — высота убежища.

Эквивалентные статические нагрузки $q_{эк}$ на вертикальные конструкции (внутренние стены, перегородки, колонны) от действия инерционных сил определяют из выражения

$$q_{эк} = G_к I_г k_д, \qquad (8.44)$$

где коэффициент динамичности $k_д$ для армированных кирпичных конструкций принимают из условия их работы в упругой стадии.

Ориентировочно $k_д$ принимают по табл. 8.11.

Таблица 8.11. **Коэффициенты динамичности при расчете конструкций в упругой стадии на инерционные силы**

$\omega\tau$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5	6	7
$k_д$	0,4	0,95	1,25	1,44	1,51	1,51	1,42	1,26	1,2	1,2

Расчетную нагрузку на вертикальные конструкции принимают равной эквивалентной статической нагрузке от действия инерционных сил. Сечения конструктивных элементов определяют в соответствии с методами их расчета на статическую нагрузку.

Максимальные усилия в деталях жесткого крепления внутреннего оборудования к конструкциям убежищ вычисляют по формуле

$$N_{эк} = GIk_д, \qquad (8.45)$$

где G — масса оборудования; I — максимальная амплитуда ускорения в соответствующем направлении, определяемая по формулам (8.41), (8.43); $k_д$ — коэффициент динамичности, обычно принимаемый равным 1.2.

Расчет покрытий многоэтажных убежищ проводят с учетом вертикального смещения убежища. Методика этого расчета изложена в п. 8.1. Отметим наиболее важные вопросы расчета покрытий, связанные с особенностями многоэтажных убежищ.

При расчете изгибаемых элементов в упругой стадии ускорение опор в момент времени t определяют с учетом касательных сил вдоль стен по формулам (8.33), (8.34). В пластической стадии учитывается влияние деформации покрытия на движение убежища.

При этом динамика покрытия описывается уравнением (8.6), в котором $u_c''(t)$ определяют из соотношений (8.33), (8.34), в правые части которых добавлен член $2n_к \int_0^{l/2} m_п \varphi''(t) x dx$, учитывающий деформацию покрытия и зависящий от числа $n_к$ колонн, на которые оно опирается.

Для шарнирно опертых балочных элементов вместо уравнения (8.6) используют соотношение (8.5).

Уравнение решают с учетом непрерывности движения элементов при переходе из упругой стадии работы конструкции в пластическую. Были проведены расчеты на ЭВМ по определению несущей способности балочных элементов покрытия многоэтажного убежища. В расчетах изменяли исходные данные по нагрузке, отношению $\alpha = F_ф/F_п$, этажности и массовым характеристикам убежища, типу грунта.

Влияние вертикального смещения убежища на несущую способность покрытия учитывают коэффициентом k_c, равным отношению эквивалентной статической нагрузки, рассчитаной с учетом вертикального движения убежища, к эквивалентной статической нагрузке при неподвижных опорах (табл. 8.12).

Расчеты показали, что для трехэтажных убежищ коэффициент k_c увеличивается на 5 % по сравнению со значением, принятым по табл. 8.12. Для встроенных многоэтажных убежищ коэффициент k_c также увеличивается на 5 %. Во всех случаях значения коэффициента k_c принимают для убежищ, размещенных в сухих нескальных грунтах, не более 0,95.

Эквивалентные статические нагрузки на покрытие сначала определяют из условия размещения элементов на жестких опорах, затем нагрузку умножают на коэффициент k_c. При ориентировочных расчетах на давления $\Delta P_ф = 0{,}3$; 0,2 и 0,1 МПа принимают соответственно $k_c = 0{,}85$; 0,9 и 0,95, а коэффициенты $k_д$ по табл. 8.3.

Анализ расчетных данных показывает, что учет вер-

Таблица 8.12. **Значения коэффициента снижения нагрузки k_c для отдельно стоящих двухэтажных убежищ, рассчитываемых на $\Delta P_ф$, МПа**

Отношение $\alpha = F_ф / F_п$	0,3		0,2		0,1	
	Тип грунта					
	песок	глина	песок	глина	песок	глина
0,05	0,74	0,81	0,76	0,86	0,83	0,90
0,1	0,76	0,83	0,81	0,88	0,86	0,92
0,2	0,80	0,86	0,85	0,91	0,90	0,93
0,4	0,85	0,91	0,88	0,93	0,93	0,95

тикального движения многоэтажного убежища и податливости грунта под фундаментом приводит к снижению расчетной нагрузки на элементы покрытия от 5 до 15 %.

8.6. Расчет конструкций убежищ на удар обломков

Конструктивные элементы (оголовки входов, воздухозаборы, стены, покрытия) убежищ, встроенных в подвальные, цокольные и первые этажи зданий, следует проверять расчетом на удар обломков, вызванных разрушением обстройки. При этом расчет ведут на импульсные нагрузки в соответствии с методиками, изложенными в справочной литературе. Основная трудность при таких расчетах состоит в определении скорости разлета обломков в момент удара. Ниже кратко рассмотрены основные положения расчета на удар и определения скорости разлета обломков.

Импульс длительностью τ от удара можно считать мгновенным при $\tau < 0{,}1\,T_м$, где $T_м$ — основной (наибольший) период собственных колебаний конструкции. Элементы без обсыпки рассчитывают на мгновенный импульс

$$S = mv\,(1 + \nu), \qquad (8.46)$$

где m — масса обломка; v — скорость разлета обломка в момент удара; ν — коэффициент восстаиовления при ударе, равный: для бетона — 0,1; для каменных конструкций — 0,15.

Время τ принимают равным 0,001 с.

Конструкции с грунтовой обсыпкой рассчитывают на кратковременный импульс, который определяют величиной, формой и продолжительностью действия. Форму импульса (изменение силы во времени) принимают треугольную с нарастанием нагрузки. Величину S кратковременного импульса определяют по формуле

$$S = \varepsilon m v (1 + \nu), \tag{8.47}$$

в которой коэффициент ε принимается по табл. 8.13.

Таблица 8.13. **Значения коэффициента ε**

τ/T_0	0,01	0,20	0,40	0,50	0,6	0,7	0,8	1
ε	1	0,96	0,84	0,76	0,66	0,57	0,48	0,37

Время τ для элементов с грунтовой обсыпкой до 40—50 см ориентировочно можно вычислить, исходя из предложения, что обломок проникает в грунт на глубину обсыпки. Если принять, что по мере проникания обломка в грунт его скорость уменьшается по линейному закону до нуля, то время τ можно найти из выражения

$$\tau = 2h_{\text{обс}}/v. \tag{8.48}$$

Рассмотрим методику определения скорости разлета обломков, приняв следующие предпосылки: 1) начальная скорость обломков равна скорости движения здания как жесткого тела до момента разрушения ограждающих конструкций; 2) волна мгновенно обтекает обломки вследствие их небольших размеров; 3) вращения обломков при разлете и изменения за счет этого лобовой площади F_1 (миделя) не происходит.

Смещение обломков можно описать уравнениями движения в горизонтальном и вертикальном направлениях. Рассмотрим сначала горизонтальное движение.

Начальную скорость обломков разрушенной стены под нагрузкой вида (6.4) определяют с запасом, пренебрегая сопротивлением смещению убежища массы M, по формуле

$$\dot{x}_{\text{раз}} = P_* M^{-1} t_{\text{раз}} \left(1 - \frac{1}{2} t_{\text{раз}}/\tau_*\right), \tag{8.49}$$

где $t_{раз}$ — время разрушения фронтальной стены, определяемое по рекомендациям гл. 6.

Силу, создаваемую скоростным напором, действующим на обломок, вычисляют по формуле

$$f_{ск}(t) = \frac{1}{2} c_x \rho_ф(t) u_ф^2(t) F_л, \qquad (8.50)$$

где c_x — коэффициент лобового сопротивления, который для обломков принимают равным 1,52; $\rho_ф(t)$ и $u_ф(t)$ — плотность и скорость воздушного потока в момент времени t.

По мере увеличения скорости обломка давление на него будет уменьшаться, т. е. уравнение движения имеет вид

$$mx'' = \frac{1}{2} c_x \rho_ф(t) F_л [u_ф(t) - x']^2 \quad (0 < t < \tau_{эф}), \qquad (8.51)$$

где $m = d\rho_{ст}$ — масса обломка; x — его горизонтальное смещение; d — толщина стены с плотностью $\rho_{ст}$; точки над x означают дифференцирование по времени t.

Начальные условия для уравнения (8.51): при $t=0$; $x_0 = 0$; $\dot{x}_0 = \dot{x}_{раз}$.

После окончания воздействия скоростного напора (при $t \geqslant \tau_{эф}$) уравнение движения обломка примет вид

$$m\ddot{x} = -\frac{1}{2} C_x \rho_в \dot{x}^2, \qquad (8.52)$$

где $\rho_в$ — плотность атмосферного воздуха, а переходные условия при $t=\tau_{эф}$ определяются из условий непрерывности $x(\tau_{эф})$ и $\dot{x}_{эф}$.

Интегрированием уравнений (8.51), (8.52) получают формулы для скорости $\dot{x}(t)$ и дальности $x(t)$ полета обломка при $t > \tau_{эф}$, в которых $a = c_x \rho_в / (2m)$,

$$\dot{x}(t) = \dot{x}(\tau_{эф}) / [a\dot{x}(\tau_{эф})(t - \tau_{эф} + 1)]; \qquad (8.53)$$

$$x(t) = x(\tau_{эф}) + \ln[(t - \tau_{эф}) a\dot{x}(\tau) + 1]/a. \qquad (8.54)$$

Теперь рассмотрим вертикальное движение обломков с учетом сопротивления воздуха. Запишем уравнение движения обломка, пренебрегая влиянием ударной волны на вертикальном направлении,

$$m\ddot{y} = mg - \frac{1}{2} c_x F_н \rho_{эф} \dot{y}^2, \qquad (8.55)$$

где y — вертикальное перемещение; $F_н$ — площадь горизонтального сечения обломка; $\rho_{эф}$ — эффективная плотность воздуха в рассматриваемом объеме, равная средней плотности воздушного потока за время движения обломка.

Если ввести обозначения: $k^2=2mg/c_xF_н\rho_{эф}$ и $v=y^{\cdot}$, то уравнение (8.55) можно представить так:

$$dv/dt = gk^{-2}(k^2 - v^2).$$

Разделив переменные, запишем

$$dt = \frac{k}{2g}\left(\frac{dv}{k-v} + \frac{dv}{k+v}\right).$$

После интегрирования и обратной замены переменных получают формулы для вертикальной скорости $y^{\cdot}(t)$ и перемещения $y(t)$ обломка

$$y^{\cdot}(t) = k(R_1 - 1)/(R_1 + 1), \qquad R_1 = \exp(2gt/k); \tag{8.56}$$

$$y(t) = k^2 g^{-1} \ln(\operatorname{ch}(gt/k)). \tag{8.57}$$

Время падения обломка в зависимости от высоты y определяют из (8.57)

$$t(y) = \ln\left[\exp R + \sqrt{\exp(2R) - 1}\right]k/g, \quad R = gy/k^2. \tag{8.58}$$

Время падения без учета сопротивления воздуха определяют по формуле

$$t = \sqrt{2y/g}. \tag{8.59}$$

Сравним данные расчета по формулам (8.58) и (8.59). Так при $\Delta P_ф = 0{,}2$ МПа, $\tau_{эф} = 1{,}11$ с, $d = 0{,}64$ м, $\rho_{ст} = 1800$ кг/м^3, вес обломка $P = 1{,}5$ кН и высоте его падения $y = 12$ м формула (8.58) дает $t(y) = 1{,}60$ с, что на 0,04 с больше $t(y)$ по формуле (8.59), которой и можно пользоваться при оценке $t(y)$ для тяжелых обломков. Для легких обломков $P < 0{,}2$ кН следует пользоваться формулой (8.58).

Были проведены эксперименты на модели здания по определению скорости разлета обломков, которая фиксировалась на осциллографе при разрывах отрезков проволоки, натянутых на различных расстояниях от фронтальной стены.

Результаты опытных и расчетных данных приведены в табл. 8.14.

Опыты показали, что скорости обломков нарастают до максимальных значений в первые моменты времени (за 30—40 мс), а затем изменение скорости происходит сравнительно медленно. Сопоставление опытных и расчетных данных свидетельствует об их удовлетворительной сходимости.

На рис. 8.8 приведены графики для определения ско-

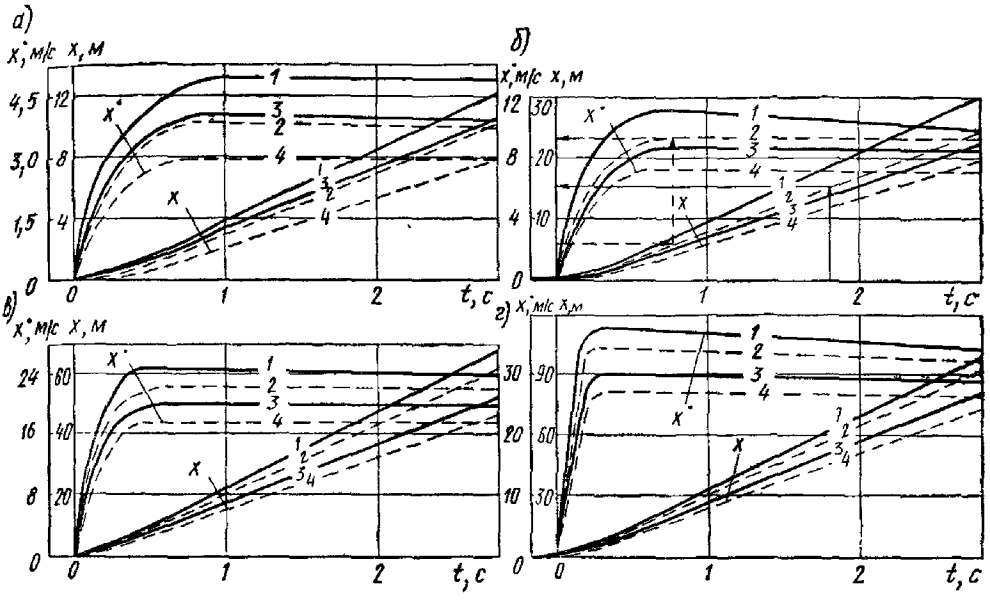


Рис. 8.8. Дальность и скорость разлета обломков кирпичных зданий при $\Delta P_ф$ = =0,5·10⁵ Па (*а*), 1·10⁵ Па (*б*); 2·10⁵ Па (*в*), 3·10⁵ Па (*г*)

1 — толщина стен d=51 см, проемность α=0; *2* — то же, d=51 см, α=50 %; *3* — d=64 см, α=0; *4* — d=64 см, α=50 %

Таблица 8.14. Сопоставление опытных и расчетных значений полета обломков

$\Delta P_ф$, 10^5 Па	Толщина стены, см	Время движения обломков, мс	Расстояние обломков от фронтальной стены, см		Средняя скорость обломков, м/с	
			Опыт	Расчет	Опыт	Расчет
0,80	12	130	159	158	12,2	12,2
1,07	12	144	325	362	22,5	25,1
0,49	25	180	90	71	5,0	3,9
1,33	25	110	134	169	12,2	15,4
0,77	37	58	39	47	6,7	8,1
1,39	37	40	51	50	12,8	12,5
0,63*	12	82	56	48	8,0	5,9
1,13*	12	270	304	351	11,3	13,0

Примечание. Стены модели здания выполнены из кирпичной кладки насухо. В опытах, помеченных*, стены модели были изготовлены из бетонных панелей.

рости и дальности разлета обломков. Последовательность расчетов покажем на примерах.

1. Допустим, необходимо определить дальность разлета обломков пятиэтажного кирпичного здания высотой 15 м при $\Delta P_ф$ = =0,1 МПа. Толщина стен 51 см; α=0,5.

Определяем время падения обломков $t = \sqrt{2H/g} = \sqrt{2 \cdot 15/9{,}8} = 1{,}8$ с. Затем по графику рис. 8.8, б находим $x = 15$ м.

2. Исходные данные те же. Определить скорость обломков в момент их воздействия на стену убежища, размещенного в первом этаже здания. Удаление стены убежища от фронтальной стены здания 6 м.

Выполнив вычисления в последовательности, указанной пунктиром (см. рис. 8.8, б), получим $x^* = 9{,}2$ м/с.

Скорости и дальности разлета обломков панельных зданий с толщиной стен 30 см и $\alpha = 0$ приведены в табл. 8.15.

Таблица 8.15. **Скорости x^* и дальности x разлета обломков панельных зданий при $\Delta P_ф$, МПа**

Время, с	0,05		0,1		0,3	
	x^*, м/с	x, м	x^*, м/с	x, м	x^*, м/с	x, м
0,2	7,5	2	22	3	93	12,5
0,4	11,9	3	30	8	90	31
0,6	13,5	6	32	15	82	50
0,8	14	8	31	20	78	63
1	14,2	11	30	25	75	80
2	13,2	25	27	53	57	150
2,8	13	35	25	75	42	180

Если $\alpha = 0{,}5$, то параметры разлета меньше значений, принятых по табл. 8.15, на 10 % для давлений 0,05 и 0,1 МПа и на 5 % для давления 0,3 МПа.

Конструкции убежищ рассчитывают на действие ударов обломков по величинам импульсов, вычисленных по формулам (8.46), (8.47).

8.7. Входы и аварийные выходы

Элементы входов рассчитывают на эквивалентные статические нагрузки $P_{экв}$, которые принимают равными динамической нагрузке от ударной волны с учетом коэффициента $k_в$, умноженной на коэффициент динамичности $k_д$. Рассмотрим особенности расчета элементов входов, конструкции которых описаны в первой части книги.

Стены открытых лестничных спусков и горизонтальные открытые участки входов рассчитывают только на нагрузки из условий мирного времени, включающие эксплуатационные нагрузки и нагрузки от собственного веса грунта.

Перекрытые участки входов (предтамбуры) рассчитывают на действие динамической нагрузки. Рассматривают два случая нагружения: 1) только снаружи; 2) снаружи и изнутри (расчет на результирующую нагрузку). Наружные нагрузки $P_{экв}$ на ограждающие элементы входов определяют так же, как и на соответствующие элементы убежищ. Для внутренних нагрузок $P_{экв}$ на ограждающие конструкции перекрытых участков входов принимают $k_д = 1{,}3$.

Первые защитно-герметические двери тамбуров-шлюзов и защитно-герметические двери тамбуров, а также стены в местах установки этих дверей рассчитывают на горизонтальную нагрузку со стороны предтамбуров с коэффициентом $k_д$, принимаемым по табл. 8.16.

Расчет на прочность ограждающих стен тамбура-шлюза и тамбура проводят для двух случаев нагружения: 1) только снаружи; 2) только изнутри. Наружные нагрузки $P_{экв}$ на покрытие, стены и фундаментные плиты определяют так же, как и на соответствующие элементы убежищ, а $P_{экв}$ на ограждающие конструкции тамбура-шлюза и тамбура от ударной волны затекания с коэффициентом $k_д$ по табл. 8.16. Вторую защитно-герметическую дверь тамбура-шлюза и герметическую дверь тамбура, а также стены в местах установки этих дверей рассчитывают на горизонтальную нагрузку из условия затекания ударной волны через открытую наружную дверь тамбура-шлюза и неплотности наружной двери тамбура с коэффициентом $k_д$ по табл. 8.16.

Указанные коэффициенты $k_д$ получены обобщением расчетных данных. Более точные их значения можно определить с использованием данных [26] и третьей части

Таблица 8.16. **Коэффициент динамичности для входа и аварийного выхода**

Вход (выход)		Площадь проемов, %	Номер входа (см. табл. 7.7)	Коэффициент динамичности $k_д$ для элементов входа			
				стены в местах примыкания входов	стены тамбуров-шлюзов	стены тамбуров	защитно-герметические двери (ставни)
1		2	3	4	5	6	7
Из подвалов, не защищенных от ударной волны		Менее 10	1	1,2	1,2	1	1,3
Сквозниковый с перекрытым участком против входного проема		—	2	1,7	1,3	1,1	1,8
Из помещения первого этажа	Ниже уровня земли	Менее 10	3а	1,2	1,2	1	1,3
	Выше уровня земли		3б				
	Ниже уровня земли	10—50	3а	1,2	1,2	1	1,3
	Выше уровня земли		3б	1,4	1,2	1	1,5
	Ниже уровня земли	Более 50	3а	1,6	1,3	1	1,7
	Выше уровня земли		3б				
Из лестничных клеток при входе в лестничную клетку с улицы	Ниже уровня земли	Менее 10	4а	1,4	1,2	1	1,5
	Выше уровня земли		4б				
	Ниже уровня земли	10—50	4а	1,4	1,2	1	1,5
	Выше уровня земли		4б	1,5	1,2	1	1,6
	Ниже уровня земли	Более 50	4а	1,7	1,3	1,1	1,8
	Выше уровня земли		4б				

Продолжение табл. 8.16

Вход (выход)	Площадь проемов, %	Номер входа (см. табл. 7.7)	Коэффициент динамичности $k_д$ для элементов входа			
			стены в местах примыкания входов	стены тамбуров-шлюзов	стены тамбуров	защитно-герметические двери (ставни)
1	2	3	4	5	6	7
Тупиковый без оголовка или с легким (разрушаемым) павильоном	—	6	1,7	1,3	1,1	1,8
В возвышающихся над поверхностью наружных стенах, а также вход с аппарелью ($i \leqslant 1:5$)	—	7	1,6	1,3	1	1,7
Аварийный выход с вертикальной шахтой	—	—	1,7	—	1,1	1,8

книги. При этом для нагрузок изнутри и результирующего загружения смещение опор не учитывают.

Далее рассмотрим особенности расчета аварийных выходов, состоящих из защищенного оголовка с шахтой, тоннеля и тамбура. В отдельных случаях защищенные оголовки можно не устраивать. В этом варианте лестничный спуск возводят в уровень с поверхностью земли. Встречается также случай, когда защищенный оголовок с шахтой непосредственно примыкает к убежищу. Тамбуры устраивают, когда аварийный выход совмещен с входом.

Оголовки аварийных выходов рассчитывают на сдвиг, опрокидывание и прочность. При расчете на сдвиг и опрокидывание динамическую нагрузку принимают равной: на стену, обращенную к взрыву, — по формуле (1.25); на тыльную стену —1,3 $\Delta P_ф$; на покрытие и боковые стены — 1,25 $\Delta P_ф$. Расчет на прочность проводят на горизонтальную нагрузку. $P_{экв}$ от давления $\Delta P_ф$ с коэффициентом $k_д = 2$.

Тоннели аварийных выходов рассчитывают так же, как и перекрытые участки входов (предтамбуры), исхо-

дя из двух случаев загружения — снаружи и результирующего. Для нагрузки, действующей изнутри, принимают $k_д = 1{,}3$.

Если аварийный выход содержит тамбур, то его элементы рассчитывают так же, как и соответствующие конструкции входов. Когда тамбур отсутствует, аварийный выход оборудуют защитно-герметическими и герметическими ставнями, которые устанавливают соответственно с наружной и внутренней сторон стены убежища. Защитно-герметические ставни, а также стены в местах установки этих ставень рассчитывают на воздействие горизонтальной нагрузки со стороны тоннеля. Коэффициенты $k_д$ к нагрузке на элементы тамбуров, защитно-герметических ставней и стен в местах установки ставней принимают по табл. 8.16. Более точно значения коэффициентов динамичности вычисляют исходя из закона изменения нагрузки и конструктивных характеристик элементов аварийных выходов.

При проектировании аварийных выходов наряду с расчетом на прочность определяют высоту защищенного оголовка и длину тоннеля. При этом одним из этих значений задаются, исходя из условия размещения убежища.

Высоту оголовка $h_{ог}$ вертикальной шахты над уровнем планировочной отметки принимают равной 0,5 или 1,2 м. Длина горизонтального тоннеля зависит от принятой высоты оголовка и высоты завала в пределах контура здания (высота завала зависит от назначения наземного здания и материала ограждающих конструкций).

Минимально допустимое расстояние относа оголовка от контура здания определяется точкой пересечения линии возможных максимальных высот завала с горизонтальной линией, проведенной на уровне высоты оголовка, плюс 0,5 м (точка A на рис. 8.9). Построение линии высот завала проводят на $\Delta P_ф$ от 0,05 до 0,12 МПа, чему соответствует полное разрушение городской застройки (0,05 МПа) и превращение местных завалов в сплошные (0,12 МПа) [9].

Высота завала на различных расстояниях x от здания зависит от высоты завала h_0 в пределах контура здания и дальности L разлета обломков $h(x) = h_0(1 - x/L)$.

Объем завала $V_з$ приближенно определяют выражением

$$V_з = \gamma ABH/100 = h_0 S; \quad S = AB + L(A + B + L/3),$$

где A, B, H — длина, ширина и высота здания; γ — объем завал

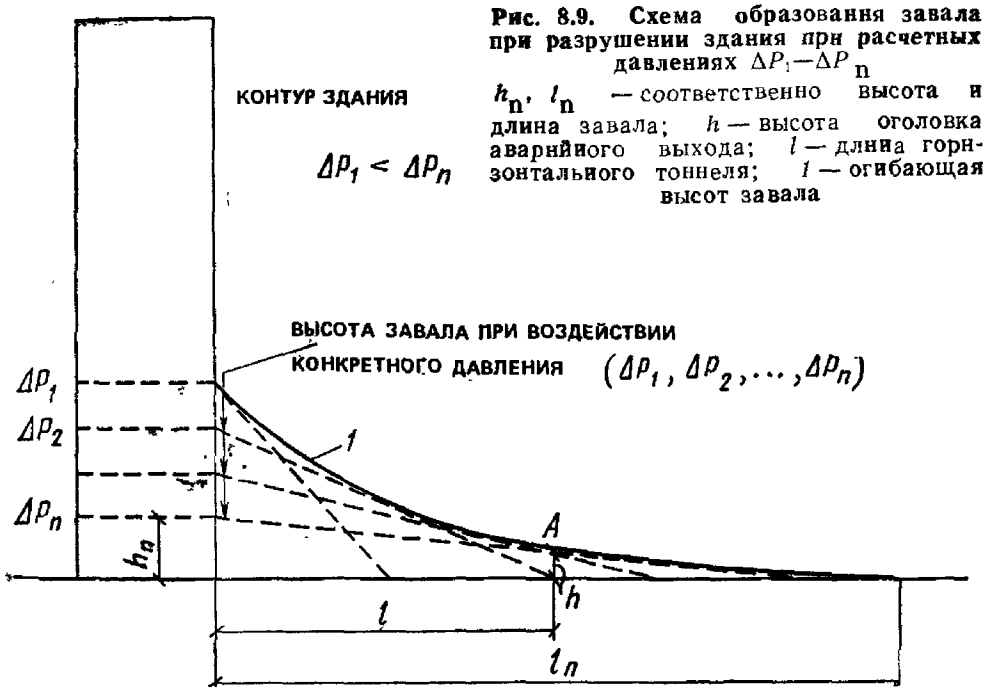


Рис. 8.9. Схема образования завала при разрушении здания при расчетных давлениях $\Delta P_1 - \Delta P_n$

h_n, l_n — соответственно высота и длина завала; h — высота оголовка аварийного выхода; l — длина горизонтального тоннеля; 1 — огибающая высот завала

на 100 м³ объема здания ABH. Для жилых зданий кирпичных и крупноблочных $\gamma = 50$ м³, крупнопанельных $\gamma = 40$ м³ [9].

Для производственных зданий значения γ следующие:

Здания	γ, м³
Одноэтажные кирпичные	16
» крупнопанельные	13
Многоэтажные кирпичные	25
» крупнопанельные	20

Значения h_0 определяют по формуле $h_0 = V_з/S$.

Минимально допустимые расстояния оголовков от здания приведены в табл. 8.17 с учетом их размеров (табл. 8.18), полученных из анализа проектов 100 одноэтажных и 44 многоэтажных зданий предприятий.

Дальность разлета обломков вычисляли по формулам п. 8.6.

Проведенные расчеты позволили связать удаление оголовков от контура здания с его высотой H, м (табл. 8.19).

При удалении оголовков на расстояния, менее указанных в табл. 8.19, их высоту принимают по интерполяции между величинами 0,5 и 1,2 м или 1,2 м и высотой ого-

Таблица 8.17. Минимальное удаление, м, от здания оголовка высотой, м

Здания	Этажность	Высота здания, м	0,5	1,2
Производственные кирпичные одноэтажные	1	12	5,5	0
Производственные крупнопанельные одноэтажные	1	12	3,1	0
Производственные кирпичные многоэтажные	3—5	20	15,8	10,7
Производственные крупнопанельные многоэтажные	3—5	20	20,5	7,4
Жилые кирпичные	2	7,5	6,6	2,6
	3	11	10	5,9
	5	18	15,3	11,4
	9	32	24,1	19,9
Жилые крупноблочные	5	18	12,4	9,8
	9	32	18,6	16,1
Жилые крупнопанельные	5	18	17,5	8,6
	9	32	30,6	18,4

Таблица 8.18. Средние значения размеров зданий

Здания	Длина, м	Ширина, м
Производственные одноэтажные	200	90
Производственные многоэтажные	110	36
Жилые	60	12

ловка $h_{\text{ог.з}}$, м, в пределах контура разрушенного здания согласно формуле

$$h_{\text{ог.з}} = \gamma/(k + 100/H),$$

где k — коэффициент, равный для кирпичных и блочных зданий — 2,5; для панельных — 5.

Если вместо защищенного оголовка устраивают лестничный спуск в уровень с поверхностью земли, то ава-

Таблица 8.19. Длина тоннеля аварийиого выхода при высоте оголовка, м

Здания	0,5	1,2
Производственные одноэтажные	0,5 Н	0
Производственные многоэтажные	Н	0,5 Н
Административно-бытовые корпуса, жилые здания	Н	0,5 Н+3

рийный выход удаляют от контура здания на расстояние, равное его высоте.

Приведенные данные позволяют рассчитать сечения всех элементов входов и аварийных выходов, а также обосновать удаление на безопасные расстояния защищенных оголовков.

8.8. Расчет свайных фундаментов

Особенность расчета свайных фундаментов убежищ обусловлена динамическим характером действующей на фундамент нагрузки и волны сжатия в грунте. Наиболее сложный характер взаимодействия имеет место для фундамента с висячими сваями. Расчетная несущая способность такого фундамента зависит от его допустимой осадки: чем больше осадка, тем выше несущая способность. В связи с этим задача по определению несущей способности фундамента убежища с висячими сваями сводится к расчету движения фундамента.

Уравнение движения свайного фундамента можно записать в виде

$$M\varphi''(t) + R(t) = P(t), \qquad (8.60)$$

где M — масса фундамента; $\varphi''(t)$ — ускорение вертикальиого двнжения; $R(t)$ — общее сопротивление грунта смещению фундамеита; $P(t)$ — нагрузка.

Сопротивление R грунта можно разделить на сопротивление по боковой поверхности свай $R_б(t)$, сопротивление у острия свай $R_о(t)$ и реакцию ростверка $R_р(t)$.

Поскольку движение фундамента происходит совместно с другими конструкциями убежища, необходимо при-

соединять к массе фундамента массу всего убежища или (если рассматривается движение части фундамента) массу убежища, относящуюся к этой части фундамента. По той же причине в общем сопротивлении $R(t)$ необходимо учитывать сопротивление грунта по боковой поверхности заглубленных стен убежища $R_\tau(t)$.

Функция $R(t)$ может быть представлена суммой

$$R(t) = R_б(t) + R_о(t) + R_р(t) + R_\tau(t). \quad (8.61)$$

Рассмотрим зависимости, определяющие значения всех слагаемых.

Касательные напряжения, действующие по поверхности сваи, могут быть меньше или равными предельному значению сил трения. Когда касательные напряжения достигнут предельных сил трения, будет происходить проскальзывание (смещение) сваи относительно прилегающего грунта. До проскальзывания частицы грунта, прилегающие к поверхности свай, будут двигаться вместе со сваей, вовлекая в движение окружающий сваю грунт, в результате чего вокруг свай возникают волны поперечных деформаций грунта. Касательные напряжения при воздействии поперечных волн в упругом материале определяют по формуле

$$\tau = b^2 \rho dz/dr, \quad (8.62)$$

где b — скорость распространения поперечных волн; ρ — плотность среды; z — вертикальное перемещение частиц среды; r — координата по направлению распространения поперечных волн; dz/dr — угол сдвига в волне.

В результате экспериментальных и теоретических исследований получена следующая приближенная формула для угла сдвига слоя грунта, прилегающего к боковой поверхности свай:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{1}{r_0}\varphi(t) + \frac{1}{b}\varphi^{\cdot}(t), \quad (8.63)$$

где r_0 — радиус поперечного сечения сваи; $\varphi(t)$, $\varphi^{\cdot}(t)$ — вертикальное перемещение и скорость сваи.

Подставив выражение для dz/dr в формулу (8.62) с учетом смещения частиц грунта в волне сжатия $u(t, h)$, получим

$$\tau = b\rho\{br_0^{-1}[\varphi(t) - u(t, h)] + \varphi^0(t) - \partial/\partial t[u(t, h)]\}. \quad (8.64)$$

Если пренебречь влиянием подстилающего слоя

скальных пород, скорость частиц грунта можно определить по формуле

$$v(t,\ h) = \partial/\partial t\,[u(t,\ h)] = \sigma_b(t,\ h)/(a\rho), \qquad (8.65)$$

где $\sigma_b(t,\ h)$ — напряжение в волне сжатия; a — скорость распространения продольных волн.

Перемещение частиц грунта в волне сжатия определяют интегрированием

$$u(t,\ h) = \int_0^t v(\xi,\ h)\,d\xi. \qquad (8.66)$$

В период проскальзывания по боковой поверхности сваи будут действовать силы трения между частицами прилипшего грунта и грунтовым массивом, причем предельное касательное напряжение $\tau_{пр}$ в грунте

$$\tau_{пр} = \sigma \operatorname{tg}\varphi + c, \qquad (8.67)$$

где σ — нормальное к поверхности сваи напряжение в грунте; φ — угол внутреннего трения; c — коэффициент сцепления.

Напряжение σ представим в виде суммы

$$\sigma = [\sigma_в(t,\ h) + \sigma_0]\,k_б, \qquad (8.68)$$

где σ_0 — боковое давление; $k_б$ — коэффициент бокового давления.

Заменив величину $\sigma_0 k_б \operatorname{tg}\varphi + c$ расчетным сопротивлением грунта у боковой поверхности сван f, выражение (8.67) преобразуем к виду

$$\tau_{пр} = f + k_б\,\sigma_в(t,\ h)\operatorname{tg}\varphi.$$

Полное сопротивление грунта $R_б$ при отсутствии проскальзывания сваи получим, интегрируя напряжения τ по боковой поверхности сван:

$$R_б(t) = \lambda \int_H^{H+L} \tau(t,\ h)\,dh. \qquad (8.69)$$

При проскальзывании сваи с учетом знака разности $v_р$ скоростей сваи и грунта

$$R_б = \lambda \operatorname{sgn} v_р \int_H^{H+L} \tau_{пр}(t,\ h)\,dh, \qquad (8.70)$$

где λ — периметр сваи; H — высота сооружения от верха перекрытия до низа ростверка; L — длина сваи.

Здесь предполагается, что смена типа взаимодействия происходит в малый временной интервал, т. е. практически мгновенно.

Чтобы учесть давление от собственного веса сооруже-

ния, к величине $R_б$ следует добавить значение $P_{св}\eta$, т. е. произведение собственного веса сооружения (с учетом подсыпки над покрытием), приходящегося на одну сваю $P_{св}$, на коэффициент η, показывающий, какая часть веса сооружения уравновешивается реактивной силой сопротивления грунта по боковой поверхности сваи. Коэффициент η определяют по формуле

$$\eta = R_{ст.б}/(R_{с\,г.о} + R_{ст.б});$$

$$R_{ст.б} = \lambda \Sigma m_f f_i l_i;$$

$$R_{ст.о} = RF_0,$$

где $R_{ст\,б}$ и $R_{ст.о}$ — реактивное сопротивление грунта соответственно по боковой поверхности сваи и у острия от статической нагрузки; m_f — коэффициент условия работы; f_i — расчетное сопротивление i-того слоя грунта основания на боковой поверхности сваи; l_i — толщина i-того слоя грунта; F_0 — площадь опирания на грунт сваи; R — расчетное сопротивление грунта у острия сваи.

Значения m_f и f_i принимают по главе СНиПа по проектированию свайных фундаментов.

Сопротивление грунта под острием сваи при ее вертикальном движении определяют аналогично сопротивлению смещения штампа, согласно формуле

$$R_0 = a\rho\,[\varphi^{\cdot}(t) - u^{\cdot}(t)]\,F_0 + c_1 F_0\,[\varphi(t) - u(t)], \qquad (8.71)$$

где коэффициент c_1 определяют по формуле (8.3)

Данную формулу используют до момента времени t_*, когда второе слагаемое не достигнет предельного значения $R_{пр}$, равного величине запаса несущей способности острия на статическую нагрузку

$$R_{пр} = RF_0 - P_{св}(1 - \eta). \qquad (8.72)$$

При $t > t_*$ R_0 определяют также по формуле (8.71), второй член которой заменен выражением (8.72).

Для сопротивления грунта под ростверком примем формулу (8.71) в виде

$$R_р(t) = a\rho\,[\varphi^{\cdot}(t) - u^{\cdot}(t)](F_р - F_0) + c_1 (F_р - F_0)[\varphi(t) - u(t)],$$

где $F_р$ — площадь ростверка, отнесенная к одной свае.

При $R^р(t) < 0$ принимается $R_р(t) = 0$.

Для свайного фундамента под наружной стеной их движение происходит совместно. Поэтому в уравнении движения учитывают не только массу стены, но и сопротивление грунта по поверхности стены R (t) по формулам типа (8.69), (8.70), в которых λ имеет смысл длины

стены, приходящейся на одну сваю, L — высота стены, т. е. интегрирование проводят по высоте стены.

Обобщением результатов на ЭВМ по определению сопротивления грунта движению свайного фундамента при осадках сооружения до 10—15 см получена приближенная формула, для полной несущей способности висячих свай $P_{св}$, кН, при взрывных нагрузках

$$P_{св} = P_{ст} + \Delta P_{ф}\, k_{\beta} \sum_{i=1}^{n} \mu_i \Pi_i h_i \operatorname{tg} \varphi_i / (1 - \mu_i) + k_v \left[a_{1b} \rho_b (F_р - F_0) + \right.$$

$$\left. + a_{1н} \rho_н F_0\right] + a_{1н}^2 \rho_н (1 - 2\mu_н)\, k_z \sqrt{F_0} / (1 - \mu_н)^2,$$

где $P_{ст}$ — несущая способность одной сваи при воздействии статической нагрузки, кН; k_{β}, k_v — коэффициенты, учитывающие фазовый сдвиг максимума давления в ударной волне, скорости и перемещения свайного фундамента, принимаемые: для фундаментов под наружными стенами $k_{\beta}=0{,}7$; для внутренних стен (колонн) $k_{\beta}=0{,}44$; $k_v=1$ м/с; коэффициент $k_z = 0{,}015$ м; n — количество разнородных слоев грунта по длине сваи; $\mu_н$, μ_i — коэффициент Пуассона для грунта под сваей и для i-того слоя грунта: $\mu = k_б/(1 - k_б)$; Π_i — периметр поперечного сечения сваи в середине слоя грунта, м; h_i — толщина i-того слоя грунта. м; φ_i — угол внутреннего трения для i-того слоя грунта; a_{1b}, $a_{1н}$ — скорость распространения упругопластических волн в слое грунта у подошвы ростверка и у острия сваи, м/с; ρ_b, $\rho_н$ — плотность грунта под ростверком н под острием сваи, кг/м^3; $F_р$ — площадь подошвы ростверка, отнесенная к одной свае, м^2; F_0 — площадь поперечного сечения сваи на уровне подошвы ростверка, м^2.

Часть третья
АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Глава 9. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕД И МАТЕРИАЛОВ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

9.1. Экспериментальные методы

Для прогнозирования действия на сооружение интенсивных динамических нагрузок в полном объеме в расчетах (численном моделировании на ЭВМ) используют математические модели грунтовых сред и конструкционных материалов, описывающих их свойства в широком диапазоне параметров (времени воздействия и давлений), чтобы охватить процессы испарения, плавления, фазовых переходов, разрушения (дробления), гидродинамического течения, пластического, вязкого и упругого деформирования. Моделирование на ЭВМ подразделяется на этапы, причем область решения на этапе в конкретном диапазоне параметров обычно принимают достаточно узкой, для чего назначают переходные (начальные) и граничные условия. При этом удается ограничиться небольшим числом моделей, включаемых в систему уравнений.

В динамически нагруженных конструкциях материал находится, как правило, в сложном напряженно-деформированном состоянии, изменяющемся во времени. Проявляющиеся при этом свойства могут существенно отличаться от статического поведения — при низких скоростях деформации. Для определения этих свойств необходимы специальное оборудование и малоинерционная аппаратура, регистрирующая быстроизменяющиеся напряжения и деформации. Сложности при анализе динамических экспериментов возникают в связи с волновыми процессами в образцах, когда инерционные силы накладываются на внутренние усилия, характеризующие свойства материала. Поэтому результаты экспериментов анализируются на основе теории волновых процессов с использованием предположительно описывающих реологию материалов математических моделей,

выбор которых в значительной степени основывается на макроскопических экспериментальных фактах и интуиции. Аналогичное положение наблюдается в изучении свойств грунтов, поведение которых в сильной степени зависит от условий и режима нагружения.

Основной целью экспериментальных исследований сред и материалов является выяснение математических моделей, адекватно отражающих их свойства в реальных динамических условиях нагружения, а также определение материальных функций и констант, оснащающих эти модели. Таким образом, определение механических характеристик сред и материалов неразрывно связано с некоторой математической моделью. Конструкционные материалы и грунты проявляют упругие, вязкие и пластические свойства в их взаимодействии. В связи со сложным поведением описание свойств конкретного материала в различных условиях и диапазонах воздействий возможно несколькими моделями. Однако иногда модель одного типа может удовлетворительно описывать поведение различных материалов.

Изучение механических свойств начинают со статических экспериментов. Затем в динамических опытах устанавливают некоторые корректирующие коэффициенты или функции. Основным типом статического эксперимента является одномерный опыт, в котором образец подвергают осевой (одноосной) деформации (растяжение, сжатие), осевому нагружению или всестороннему сжатию. В опытах, проводимых при малых скоростях и постоянных температурах, измеряют деформации и напряжения (давления) и строят соответствующую изотермическую зависимость (диаграмму) напряжение — деформация. Зависимость касательных напряжений от угловых деформаций строят на основе экспериментов на чистый сдвиг, реализуемых при кручении образцов в виде тонкостенных трубок.

Аналогичные опыты в режиме циклических нагружений проводят в целях построения полной (знакопеременной) диаграммы, а также изучения малоцикловой усталости. Для выяснения наличия временны́х эффектов (вязкости) проводят эксперименты на ползучесть и релаксацию. В опытах на ползучесть к образцу прикладывают ступенчатую нагрузку и фиксируют накопление деформаций во времени. В опытах на релаксацию образец скачком деформируют на некоторую величину и

фиксируют уменьшение напряжений во времени. Опыты на циклическое нагружение, ползучесть и релаксацию в определенных диапазонах воздействий являются неизотермическими, сопровожаются инерционными эффектами и относятся к динамическим.

В одномерных опытах техническую меру относительной деформации e при удлинении образца (стержня) на величину $\Delta l = l - l_0$ определяют по формуле $e = \Delta l/l_0 = l/l_0 - 1$, где l_0, l — начальная и текущая длина образца.

Логарифмическую деформацию ε, называемую иногда истинной, определяют интегралом

$$\varepsilon = \int_{l_0}^{l} dl/l = \ln l/l_0 = \ln(e+1) \approx e - \frac{1}{2}e^2 + \ldots,$$

а скорость деформации $e^{\cdot} = l^{\cdot}/l_0$, $\varepsilon^{\cdot} = l^{\cdot}/l$. При малых деформациях $e \approx \varepsilon$, но при возрастании Δl деформация e все более опережает ε. Так, при удвоении длины $\Delta l = l_0$ имеем $e = 1$, $\varepsilon = \ln 2 = 0{,}693$. При сжатии $-l_0 \leqslant \Delta l < 0$, т. е. при «расплющивании» образца $\Delta l \to -l_0$, $e \to -1$, $\varepsilon \to \ln 0 = -\infty$.

В опытах по ударному сжатию мягких, скальных грунтов и бетонов деформацию сжатия часто берут со знаком плюс. При этом $\bar{\Delta} l = l_0 - l > 0$,

$$e = \frac{\bar{\Delta} l}{l_0} = 1 - \frac{l}{l_0}, \quad \varepsilon = \ln \frac{l_0}{l} = \ln \frac{1}{1-e}.$$

Техническую относительную объемную деформацию сжатия χ_e и логарифмическую χ_ε определяют по формулам:

$$\varkappa_e = 1 - \frac{V}{V_0} = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} = 1 - \frac{1}{\eta_1} = \frac{\eta_1 - 1}{\eta_1},$$

$$\varkappa_\varepsilon = \ln \frac{V_0}{V} = \ln \eta_1 = \ln \frac{1}{1 - \varkappa_e},$$

где $\eta_1 = \rho/\rho_0$ — уплотнение; V_0, V — начальный и текущий объемы; скорости деформации $\dot{\varkappa}_e = -\frac{V^{\cdot}}{V_0} = \rho_0 \rho^{-2} \rho^{\cdot}$; $\dot{\varkappa}_\varepsilon = -\frac{V^{\cdot}}{V} = \frac{\rho^{\cdot}}{\rho}$.

Техническое напряжение σ_e в одномерных опытах равно отношению полной силы N к первоначальной площади сечения образца, а истинное напряжение σ_ε — отношению N к текущей площади сечения. При одноосной деформации $e = \chi_e$, $\varepsilon = \chi_\varepsilon$, $\sigma_e = \sigma_\varepsilon$.

Измерительный тракт обычно включает преобразо-

ватель механической величины в электрическую (датчик), усилитель и регистратор. В качестве чувствительного элемента датчика, а для измерения деформаций — самого датчика используют тензодатчик сопротивления (проволочный, фольговый, полупроводниковый). Тензорезистор реагирует изменением электрического сопротивления ΔR на деформацию ΔX и характеризуется коэффициентом тензочувствительности $S=(\Delta R/R)/(\Delta X/X)$, где R — начальное значение сопротивления; X — размер тензорезистора вдоль направления измерений.

При испытаниях образцов материалов деформации измеряют тензорезисторами, наклеенными на образец. При этом по образцу распространяется волна деформации, которая на базе X распределена неравномерно, что приводит к усреднению деформации. Различие регистрируемой усредненной деформации и деформации в сечении, совпадающем с центром базы, можно оценить, рассматривая прохождение сигнала конкретной формы. Р. Дэвисом [36] рассмотрены искажения при регистрации синусоидальных волн и экспоненциального импульса. Пусть по стержню со скоростью C распространяется волна деформации $\varepsilon=f(x-Ct)$ длиной λ $\varepsilon=\varepsilon_0 \sin 2\pi \times \lambda^{-1}(x-Ct)$. Показания тензорезистора во времени будут $\frac{\Delta R}{R}=S\frac{\Delta X}{X}=\frac{S}{X}\int_0^X \varepsilon dx=S\varepsilon_0 r\sin\left(\frac{2\pi t}{T}-\varphi\right)$, где ε_0 — амплитуда волны; $\varphi=\pi X/\lambda$ — фазовый угол; $r=\sin(\pi X/\lambda)/(\pi X/\lambda)$ — искажение амплитуды.

Для стальных образцов $C=5\cdot 10^3$ м/с. Если база $X=0{,}5$ см, то величины φ и r в зависимости от отношения X/λ и соответствующие частоты ω следующие:

X/λ	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
r	0,9998	0,9836	0,935	0,858	0,757	0,637	0,505
φ	0,0314	0,314	0,628	0,942	1,26	1,57	1,89
ω, кГц	10	100	200	300	400	500	600

Отсюда видно, что волна с $\omega=300$ кГц регистрируется с ошибкой по амплитуде 15 %, а с $\omega=400$ кГц — 25 %, причем фазовый сдвиг составит 0,942 и 1,26 рад.

Поскольку взрывной импульс (ударная волна) содержит широкий частотный спектр, то ясно, что его высокочастотная часть будет искажена. Это приведет к «превращению» ударной волны в волну сжатия с размы-

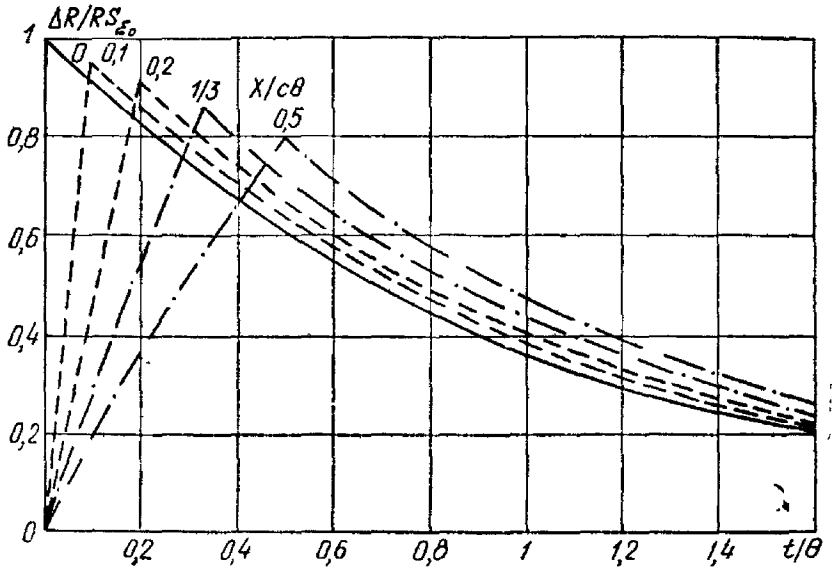


Рис. 9.1. Искажение формы ударной волны, регистрируемой тензорезистором

тым фронтом. Распространяющуюся вдоль стержня ударную волну можно представлять импульсом с экспоненциальным угасанием

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp(x/C - t)/\theta \quad (x/C \ll t), \tag{9.1}$$

где θ — время релаксации, за которое ε убывает в e раз. Регистрируемая искаженная форма процесса (9.1), когда фронт волны не выходит за пределы базы X тензорезистора, $K \equiv \Delta R/(RS\varepsilon_0) = \gamma^{-1} \times (1 - \exp(-t/\theta))$, а после прохождения фронта $K = \gamma^{-1}(\exp\gamma - 1) \times \exp(-t/\theta)$, где $\gamma = X/(C\theta)$.

На рис. 9.1 показано регистрируемое изображение волны при различных значениях параметра γ. Как видно, сигнал искажает процесс как по амплитудным, так и фазовым параметрам.

Полупроводниковые тензорезисторы изготовляют из кремния и германия. Коэффициент тензочувствительности их столь высок, что позволяет получать на выходе мостовой схемы сигнал, регистрация которого возможна на осциллографе без применения усилителя.

Для измерения давлений в грунтах используют тензорезисторные преобразователи мембранного или стаканчикового типа [62, 82]. Частоты собственных колебаний таких преобразователей обычно весьма высоки — порядка нескольких десятков килогерц, что обеспечивает малоискаженную запись волн сжатия в грунтах. Широко применяемые усилители УТС-ВТ-12 на несущей частоте 35 кГц позволяют регистрировать импульсные

сигналы, содержащие статические составляющие: диапазон рабочих частот усилителя 0—7 кГц; нелинейность градуировочной характеристики ±2%; диапазон рабочих температур от —18 до 32 °С.

Элементом тракта, обычно лимитирующим частотный диапазон измерений, является гальванометр (вибратор) светолучевого осциллографа. Диапазон рабочих частот таких осциллографов невелик: 0—5 кГц (осциллографы Н004М1, Н008М, Н010М), 0—1,7 кГц (Н117, Н700), 0—15 кГц (К-115). Для регистрации ударных процессов используют также электронно-лучевые (катодные) осциллографы со ждущей разверткой, позволяющей фотографировать с экрана трубки весь процесс, и осциллографы с механической разверткой. Эти осциллографы практически безынерционны и не вносят заметных искажений при регистрации динамических процессов. Расширение частотного диапазона измерительного тракта связано с необходимостью повышения частот собственных колебаний датчиков и вибраторов, что приводит к понижению чувствительности. Поэтому при выборе элементов тракта следует учитывать наряду с частотным возможный диапазон амплитудных параметров процессов. Подробные данные о методах и аппаратуре при динамических измерениях приведены в [24].

Динамические эксперименты представляют интерес, если при быстром нагружени проявляются временные (скоростные) эффекты и поведение материала заметно отличается от статического. Динамические эксперименты являются более сложными, чем статические, и обычно проводятся по одномерной схеме в режимах постоянной скорости деформации, постоянной скорости напряжения, внезапно приложенного постоянного напряжения и удара.

В условиях осевой деформации в тонком слое исследуют грунты, а также материалы при больших динамических давлениях. Мягкий грунт обычно изучают в цилиндрических приборах (обоймах) при сжатии плоским жестким поршнем. В таких экспериментах реализуется сложное (трехосное) напряженное состояние, причем принимают гипотезу однородности (гомогенности) дедеформаций в направлении действия внешней нагрузки и однородности напряжений по трем осям. Такую гипотезу используют почти во всех динамических испытаниях, которые называются квазистатическими (неволновы-

ми). При постановке квазистатических экспериментов необходимо соблюдать определенные требования, обеспечивающие достаточно реальный уровень гомогенности (см. ниже) [75].

Почти все опубликованные экспериментальные данные по механическим свойствам сред и материалов при динамических нагружениях получены в одномерных квазистатических опытах, поэтому окончательная проверка пригодности конкретной математической модели материала должна проводиться на основе натурного эксперимента в естественных условиях. Адекватность модели устанавливают с учетом степени согласованности с результатами эксперимента расчетных данных, полученных решением на ЭВМ полной системы уравнений, описывающих волновой процесс.

9.2. Масштабный фактор и влияние трещин на прочность

Прочность экспериментальных образцов материалов зависит от их размеров: с уменьшением размера прочность растет. Масштабный эффект объясняется наличием дефектов в материале: вероятность появления наиболее значимого дефекта (трещины) возрастает с объемом образца. В скальных породах дефекты представлены сетками трещин. В металлах возникают так называемые дислокационные трещины, размер которых достигает нескольких межатомных расстояний r_0.

Оценка опасности хрупкого разрушения для конструкций с трещинами дается на основе линейной механики разрушения, использующей уравнения теории упругости для определения поля напряжений. Критическое напряжение (брутто) σ_*, превышение которого вызывает нестабильное (лавинное) распространение трещин, определяют на основе формулы Грифитса — Ирвина для случая плоской деформации

$$\sigma_* = \sqrt{2E\gamma/(\pi l\,(1-\mu^2))}\,, \qquad (9.2)$$

где E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; l — полудлина внутренней трещины; γ — эффективная плотность поверхностной энергии (равна работе, необходимой для образования единицы свободной поверхности трещины).

Формулу (9.2) можно использовать для определения γ, если известно критическое значение $l = l_{кр}$, и наоборот $\gamma = \frac{1}{2}\pi l_{кр}\sigma_*^2(1-\mu^2)/E$, $l_{кр} = 2E\gamma/(\pi\sigma_*^2(1-\mu^2))$.

Формуле (9.2) отвечает выражение для коэффициента интенсивности напряжений K_I

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi l} = \sqrt{2E\gamma/(1-\mu^2)}.$$

Нижняя граница для l примерно равна r_0, чему соответствует теоретическая прочность $\sigma_c \approx {}^1/_2 E/\pi$. Величина γ имеет порядок $\gamma \sim 0{,}01 Er_0$.

При динамическом нагружении образца напряжению σ_* отвечает критическое значение коэффициента интенсивности напряжений

$$K_c^{\partial} = \sigma_* \sqrt{\pi l \varphi}\, Y, \qquad (9.3)$$

где φ — поправка на наличие пластической зоны у кончика трещины; Y — коэффициент формы, зависящий от геометрии образца, типа нагрузки, величины l, а также скорости нагружения. При $\sigma_*/\sigma_т < 0{,}6$ поправкой φ пренебрегают.

Условием прочности является неравенство $K_I < K_c^{\partial}$, причем K_I определяют решением конкретной задачи динамической теории упругости, а K_c^{∂} — экспериментально, как некоторую материальную константу, характеризующую способность материала противостоять развитию трещин, которую называют вязкостью разрушения или трещиностойкостью.

Характеристики трещиностойкости при скоростях изменения коэффициента интенсивности напряжений $\dot{K}_I > 1{,}5$ МПа $\sqrt{\text{м}}$/с определяют согласно Указаниям Госстандарта[1], относящимся к стадии инициации исходной трещины при однократном динамическом нагружении, применительно к хрупкому, квазихрупкому и вязкому типам разрушения, различающимся степенью пластической деформации в зоне разрушения и другими факторами. Динамические испытания для определения K_c^{∂} проводят при фиксированных скоростях нагружения образца. При использовании машин с механическим и гидравлическим приводами устанавливают скорость движения захватов в диапазоне 10—10^4 мм/мин, а для копровых установок — скорость удара 10^4 — 10^6 мм/мин. При этом скорость $\dot{K}_I$ в зависимости от размеров образца находится в пределах 1,5—5×

[1] Методические указания. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик вязкости разрушения (трещиностойкости) при динамическом нагружении. РД 50-344-82. — М.: Изд. стандартов, 1983. — 52 с.

$\times 10^4$ МПа$\sqrt{\text{м}}$/с. Для диапазона больших скоростей от $2{,}5 \cdot 10^3$ МПа$\sqrt{\text{м}}$/с и выше рекомендуется использовать малогабаритные цилиндрические образцы диаметром $D = 10$ мм с кольцевой трещиной $d = (0{,}6—0{,}7)D$, длиной рабочего участка $L = 5D$. Для конструкций, подвергаемых взрывным воздействиям, характерное значение скорости $K_1 \sim 10^7$ МПа$\sqrt{\text{м}}$/с. Результаты опытов представляют в виде температурно-скоростной зависимости $K_c^{\partial} = T\ln(A_к/K_1)$, где T — температура; $A_к$ — эмпирическая константа. При выборе образца требуется соблюдение условия $r_т/H \leqslant \beta_c$, где H — размер (например, толщина) образца, r_T — размер пластической зоны на продолжении трещины, причем на основании опыта $\beta_c = (15\pi)^{-1}$.

Для хрупко разрушаемых металлов $\gamma \sim 0{,}1$ — 1 Дж/см^2, а при пластическом разрушении $\gamma \sim$ ~ 15 Дж/см^2, и работа идет на пластическую деформацию, сосредоточенную у основания трещины. В интервале $\gamma \sim 1—15$ Дж/см^2 имеет место переходное квазихрупкое разрушение. Размер r_T пластической зоны в пластине с трещиной (на ее продолжении) $r_T = {}^1/_2(\sigma/\sigma_T)^2 l$ и поправка в формуле (9.3) $\varphi = 1 + r_T/l$. Значения Y даны в [95]. Скорость нестабильного распространения трещин в хрупких материалах больше, чем в пластичных, и имеет порядок скорости волны Релея, т. е. примерно 0,5—0,6 скорости звука. Для металлов значение K_c^{∂} находится в широких пределах. Так, для Ст3 $\sigma_{0.2} = 300$ МПа, $K_c^{\partial} \sim 30$ МН/м$^{3/2}$, 25ХГСА $\sigma_{0,2} = 1000$ МПа, $K_c^{\partial} \sim 70$ МН/м$^{3/2}$. При увеличении скорости нагружения для некоторых хладноломких сталей значение K_c^{∂} ниже статического (следствие хладноломкости). Для нехладноломких сталей K_c^{∂} выше статического как результат превышения динамического предела текучести над статическим. Для малопрочных сталей в диапазоне больших скоростей нагружения коэффициент K_c^{∂} растет со скоростью K_1.

Формула (9.2), из которой следует $\sigma_* \sim l^{-1/2}$, соответствует экспериментальным данным о прочности горных пород, в частности гранитов [139], согласно которым σ_* для образца материала примерно обратно пропорциональна квадратному корню из его размера L. Аналогичные данные получены для бетона: при увеличе-

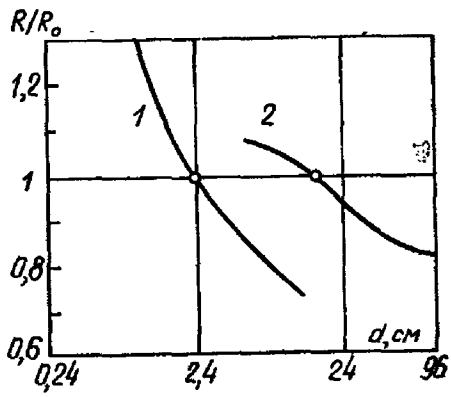


Рис. 9.2. Влияние масштабного фактора на прочность образцов цемента (*1*) и бетона (*2*)

нии объема образца в 100 раз его прочность падает на 15—20 % для различных видов испытаний. Отсюда следует, что размер максимальной трещины, лимитирующей прочность образца, пропорционален L. Масштабный фактор следует учитывать при экспериментальных исследованиях различных материалов. На рис. 9.2 приведены данные о влиянии на прочность при сжатии размеров цилиндров (диаметром d, высотой L), изготовленных из цемента и бетона при $H/d=2$.

9.3. Ударная адиабата в диапазоне больших давлений

В диапазоне больших динамических напряжений, значительно превышающих прочность различных материалов и сред, возникают ударные волны и для изучения свойств материала или среды используют схему одноосной деформации при действии детонационной волны взрыва бризантного ВВ. При этом в сталях предел текучести может доходить до 1000 МПа и упругие волны (предвестники) заметны при давлениях до нескольких десятков тысяч мегапаскалей.

При давлениях более 10^4 МПа прочностью обычно пренебрегают и рассматривают пластические волны в гидродинамическом приближении. При давлении $1{,}3\cdot10^4$ МПа в сталях происходит фазовый переход в ударной волне, что приводит к возникновению двухволновых структур, характерных и для упругопластического поведения материала. Двухволновые структуры возможны также в пористых веществах и в средах с полиморфными превращениями.

Динамическую зависимость $P(\rho)$ определяют экспе-

риментально на основе уравнений сохранения Ренкина — Гюгоньо для ударной волны (1.10), (1.11), (1.13)

$$\rho_0 u_s = \rho (u_s - u_p); \tag{9.4}$$

$$P - P_0 = \rho_0 u_s u_p; \tag{9.5}$$

$$E - E_0 = \frac{1}{2}(P + P_0)\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho}\right), \tag{9.6}$$

где ρ — плотность; P — давление; E — удельная внутренняя энергия; u_p — массовая скорость за фронтом волны; u_s — скорость фронта, индексом <0> помечены параметры перед фронтом волны.

Измеряя любые два параметра из числа P, ρ, u_s, u_p, E, вычисляют остальные в предположении установившегося профиля давлений в материале.

Одна из схем такого эксперимента по регистрации величин u_s и u_p представляет взрыв заряда бризантного ВВ в контакте с тонкой пластинкой вещества. В пластинке распространяется ударная волна, которая отражается от свободной поверхности волной разгрузки. Для многих металлов, геологических материалов, пластмасс и жидкостей в широком диапазоне давлений выполняется соотношение [144]

$$u_s = u_0 + S u_p, \tag{9.7}$$

где u_0, S — эмпирические коэффициенты. В опытах измеряют скорость u_s и скорость свободной поверхности $u_c \approx 2u_p$ (по приходу ударной волны и поверхности в заданные точки с помощью зондов). Из линейного закона (9.7) определяют u_0, S. Подстановка u_s, u_p в (9.4)—(9.6) дает формулы для ударной адиабаты $P(\eta)$ и изменения внутренней энергии $E(\eta)$ ($\eta \equiv 1 - \rho_0/\rho$)

$$P = \frac{\rho_0 u_0^2 \eta}{(1 - S\eta)^2}, \quad E - E_0 = \frac{1}{2}\left[\frac{u_0 \eta}{(1 - S\eta)}\right]^2. \tag{9.8}$$

В частном случае, если выражение (9.7) применимо от нулевого давления, коэффициент u_0 равен предельной скорости пластической волны $C_p = \sqrt{K/\rho_0}$, где K — модуль объемного сжатия (для упругой стадии упругопластической среды). В табл. 9.1 приведены экспериментальные значения u_0, S для некоторых сред и материалов [134].

На рис. 9.3 показаны ударные адиабаты для некоторых материалов. В [41] приведены значения коэффициентов формулы $P = A\mu + B\mu^2 + C\mu^3$ ($\mu = -1 + \rho/\rho_0$), аппроксимирующей ударные адиабаты для 25 металлов. При отклонении от линейного закона из-за влияния уп-

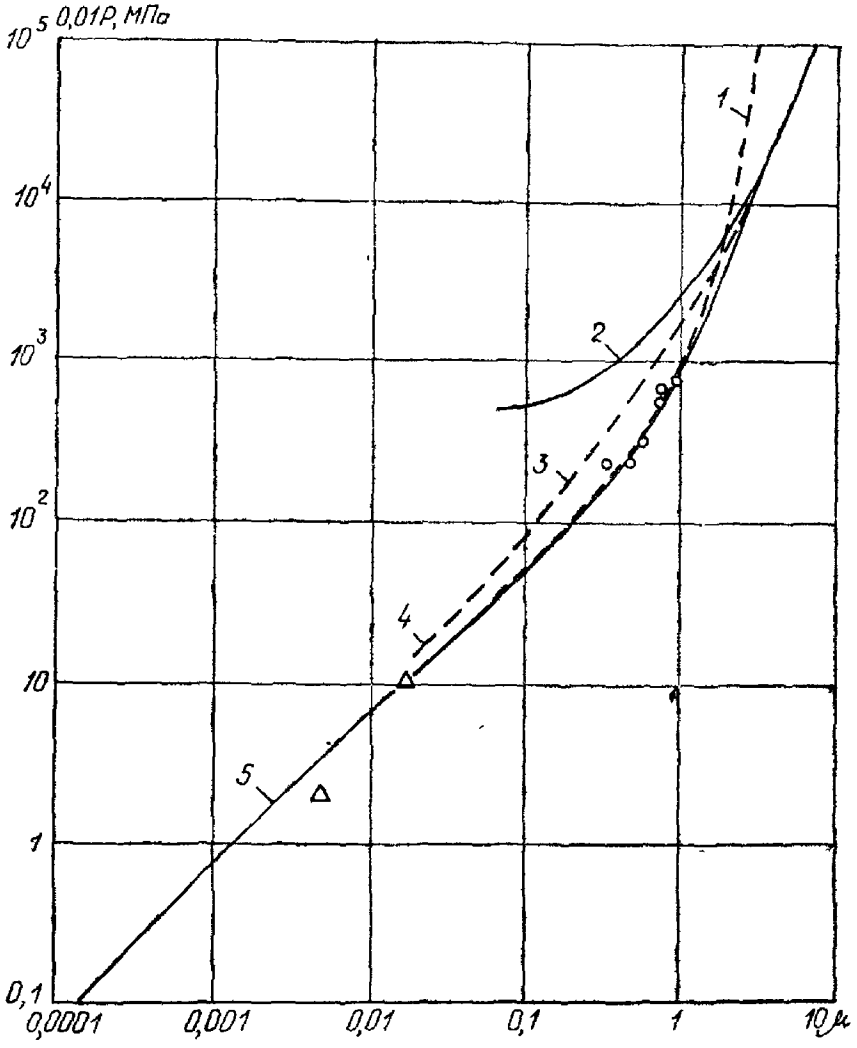


Рис. 9.3. Характеристики сжатия базальта [19]

1 — ударная адиабата (△ — эксперимент); *2* — кривая Томаса — Ферми при нулевой температуре; *3* — ударная адиабата для алюминия; *4* — кривая нулевой температуры для алюминия; *5*—наклон кривой по скорости звука 4865 м/с

Таблица 9.1. Коэффициенты u_0, S некоторых материалов и сред

Материал	$10^{-3}\rho_0$, кг/м³	$10^{-3}u_0$, м/с	S	Среда	$10^{-3}\rho_0$, кг/м³	$10^{-3}u_0$, м/с	S
Сталь	7,84	3,80	1,62	Мрамор	2,70	4,00	1,32
Алюминий 95 %, медь 4,5 %	2,79	5,25	1,40	Гранит	2,63	2,10	1,63
				Известняк	2,60	3,50	1,43
				Вода	1,00	1,70	1,70
Латунь	8,41	3,75	1,45				
Плексиглас	1,18	2,75	1,30				

ругих волн, фазовых переходов и пористости в (9.7) вводят квадратичный член.

Полученную экспериментально ударную адиабату часто аппроксимируют полиномом

$$P = \sum_k a_k (\eta_1 - 1)^k, \quad \eta_1 = \rho/\rho_0. \tag{9.9}$$

Для более полного термодинамического описания свойств материала используют трехчленное уравнение состояния [45, 19]

$$P = P_x + P_т + P_e, \quad E = E_x + E_т + E_e, \tag{9.10}$$

где P_x — давление холодного сжатия, связанное с взаимодействием частиц, не зависящим от температуры; $P_т$, P_e — тепловое давление возбуждения ядер атомов и электронов; E_x, $E_т$, E_e — соответствующие доли удельной энергии.

Функции P_e, E_e (для диапазона высоких давлений и температур) обычно описывают на основе модели атомной ячейки Томаса — Ферми [45]. При давлениях до 10^5 МПа в (9.10) члены P_e, E_e отбрасывают и используют двухчленные приближения

$$P = P_x(\rho) + P_т(\rho, E - E_x(\rho)), \quad E = E_x(\rho) + E_т. \tag{9.11}$$

В [24] указана интерполяционная процедура практического использования (9.10), (9.11).

Функция P_x может быть ассоциирована с ударной адиабатой или принята в форме уравнения (для сред с незначительной пористостью)

$$P_x = A\left(\eta_1^n - 1\right), \quad \eta_1 = \rho/\rho_0, \tag{9.12}$$

где A, n — константы [45, 24]: для металлов $n=4$, для стали $A=50$ ГПа, для дюраля $A=20$ ГПа, для гранита $n=3$, $A=12$ ГПа; для воды $n=7$, $A=0{,}3$ ГПа.

Формула для $P_т$ имеет вид (с учетом изэнтропического приближения $dE+PdV=0$, $V=1/\rho$)

$$P_т = \gamma\rho(E - E_x), \quad E_x = \int P_x(\rho)\,\rho^{-2}\,d\rho, \tag{9.13}$$

$$\gamma = 2S - 1,$$

где γ — параметр Грюнайзена, связанный с наклоном S в (9.7).

Для материалов из табл. 9.1 $\gamma \approx 2$. Для идеального газа (с постоянной теплоемкостью) γ равна уменьшенному на единицу значению показателя адиабаты для одноатомных газов $\gamma = 2/3$ [45]. Выражение для внутренней энергии при использовании (9.13) имеет вид

$$E = \frac{A}{\rho_0}\left[\frac{1}{n-1}\left(\eta_1^{n-1} - 1\right) - \left(1 - \eta^{-1}\right)\right].$$

9.4. Упругопластические модели горных пород и мягких грунтов

Разрушение горных пород по хрупкой схеме происходит вследствие развития исходной сетки трещин. Однако поведение пород до разрушения является неупругим. В породах с низкой пористостью перед разрушением на сжатие проявляется эффект неупругой дилатансии, связанный с раскрытием трещин, главная ось которых параллельна максимальному главному напряжению. В породах, которые могут течь без растрескивания, дилатансия не наблюдается. Сжимаемость пород существенно зависит от пористости, причем при значительном объеме пор преобладающим процессом разрушения является не развитие трещин, а закрытие порового пространства. Многообразие поведения горных пород представлено на рис. 9.4 [133], где σ_i $(i=1, 2, 3)$ — главные напряжения, т. е. $\sigma_1-\sigma_3$ — сдвиговое напряжение, σ_3 — боковое давление. Предел прочности горных пород возрастает примерно на 5 % при увеличении на порядок скорости деформации при сопутствующем смещении дилатансии в область более высоких давлений.

Для построения уравнения состояния многокомпонентных горных пород на основе уравнения Ми — Грюнайзена можно использовать аддитивный подход получения $P_x(\rho)$ по ударным адиабатам составляющих минералов [2, 19, 24] $V(P_x)=\Sigma\alpha_i V_i(P)$, $V=1/\rho$, где α_i и $V_i(P)$ — весовые доли и ударные адиабаты компонент. Аналогичный подход используют для построения изентроп разгрузки. В [24] приведено уравнение состояния для гранита с учетом полиморфных фазовых переходов кварца в плотноупакованные модификации коэсита и стишовита. Показано, что при давлениях до 100 ГПа можно ограничиться более простыми соотношениями (9.11) — (9.13) при $\gamma=1$.

Математические модели твердых горных пород и мягких грунтов предложены С. С. Григоряном [33—35]. Уравнения (9.10)—(9.13) можно использовать для описания свойств твердых (скальных) пород в зоне дробления, если к ним добавить условие прочности вида [24]

$$\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}=\frac{1}{3}Y^2(P),\quad Y(P)=Y_0+\mu P/(1+\mu P/(Y_{PL}-Y_0)); \tag{9.14}$$

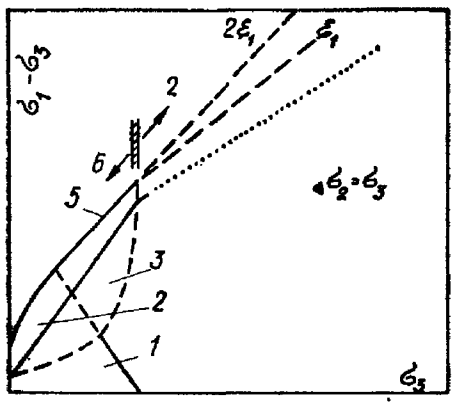


Рис. 9.4. Границы областей различного поведения горных пород при однократном нагружении

1 — квазиупругость; *2* — дилатансия; *3* — закрытие пор; *4* — уплотнение ($\sigma_2=\sigma_3$); *5* — поверхность разрушения; *6* — хрупкое разрушение; *7* — пластическое разрушение

где S_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений; Y_0 — сцепление; μ — коэффициент трения; Y_{PL} — предельная сдвиговая прочность.

Зависимость предела прочности от давления $Y(P)$ принята согласно [134], где даны значения параметров, полученные в статических экспериментах (табл. 9.2), причем Y_0 получено как предел прочности на сдвиг при атмосферном давлении.

Таблица 9.2. **Параметры некоторых сред по данным статических опытов**

Порода	Y_0, ГПа	Y_{PL}, ГПа	μ	Порода	Y_0, ГПа	Y_{PL}, ГПа	μ
Гранит:				Песчаник	0,02	0,9	0,7
1	0,03	1,19	1,8	Кварцит	0,06	0,61	2,0
2	0,04	1,02	2,0	Сланец серый	0,03	0,57	1,8
3	0,06	0,97	2,0	То же, черный	0,06	0,48	1,0
Известняк:				Стекло	0,05	1,2	2,5
1	0,02	1,02	1,0				
2	0,03	0,87	1,2				

Динамическая прочность горных пород выше статической и параметры в (9.14) отличаются от приведенных. В [24] даны эффективные значения для грунта $Y_0=0{,}08$—$0{,}20$ ГПа, $Y_{PL}=1{,}8$ ГПа, $\mu=0{,}4$—$0{,}9$, т. е. отношения динамических величин к статическим находятся в диапазонах: для Y_0 2—5, для Y_{PL} 1,5—2 и для μ 0,2—0,5.

На рис. 9.5 [134] приведены зависимости предела прочности пород на сжатие от времени разрушения в режиме постоянной скорости нагружения.

В условиях осевой упругой деформации наибольшее

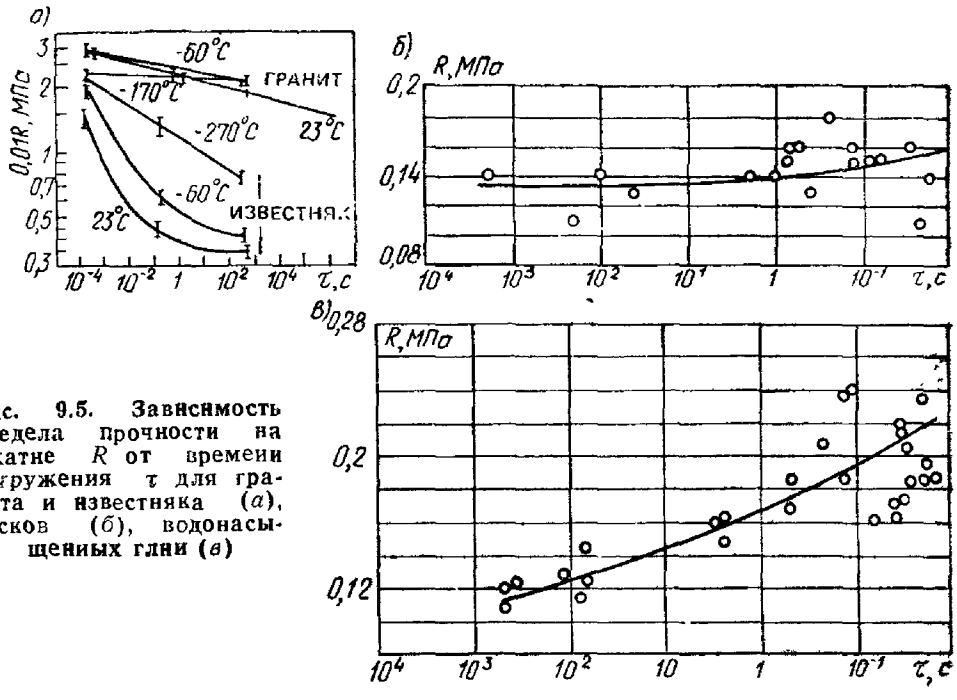


Рис. 9.5. Зависимость предела прочности на сжатие R от времени нагружения τ для гранита и известняка (*а*), песков (*б*), водонасыщенных глин (*в*)

и наименьшее главные напряжения сжатия P_1 и $P_2=P_3$ определяют по формулам:

$$P_1=\left(K+\frac{4}{3}G\right)\eta;\quad P_2=\left(K-\frac{2}{3}G\right)\eta; \tag{9.15}$$

где $\eta=1-\rho_0/\rho$, K, G — модули объемной деформации и сдвига. Отношение давлений P_2/P_1, равное коэффициенту бокового давления $K_б$, связано с коэффициентом Пуассона ν

$$P_2/P_1=K_б=\nu/(1-\nu). \tag{9.16}$$

В условии Мизеса (9.14) Y определяется разностью главных напряжений (давлений) $Y=P_1-P_2$.

В рассматриваемой схеме опыта динамический предел прочности Y может быть определен [134] по пересечению экспериментальной кривой $P_2(P_1)$ с прямой (9.16).

Скорость распространения фронта дробления $Д_д$ и амплитуда массовой скорости U_m за пределами зоны дробления определяются упругими и прочностными параметрами породы [24]

$$Д_д\approx\sqrt{K/\rho_0\left(1+\frac{2}{3}\mu\right)},\quad U_m\approx Y_0^{0,12}\mu^{0,04}\nu^{1,2}.$$

Поведение мягких грунтов в динамике характеризуется объемной и сдвиговой пластичностью. В модели

[33] синтезированы теория течения для девиаторов напряжений и деформаций и деформационная теория для объемного поведения среды, причем эффектами вязкости и дилатансии пренебрегают. В предположении преобладающего влияния на объемную деформацию χ гидростатического давления P принят закон упругопластической сжимаемости, который запишем в виде

$$P = \begin{cases} f_1(\varkappa) & (P \geqslant 0), \\ f_2(\varkappa, \varkappa_*) & (P < P_*), \end{cases}$$

где f_1 — функция первичного нагружения; f_2 — разгрузка и повторное нагружение до значения P_*, $\varkappa_*$ и P_* — деформация и давление, достигнутые к моменту t_* начала последней разгрузки с линии f_1.

Для аппроксимации $f_1(\chi)$ в [63] использован степенной ряд, а для $f_2(\chi, \chi_*)$ — смещенная вдоль оси $\varkappa$ к началу координат χ, P функция $f_2(\chi_0)$ разностного аргумента $\chi_0 = \chi - l$, где $l = \chi_* - \chi_0(P_*)$ — остаточная объемная деформация (при полной разгрузке), $\chi_0(P)$ — функция, обратная $f_2(\chi_0)$. Остаточное уплотнение грунта связано с частичным закрытием пор и пустот. При достижении некоторой предельной плотности ρ_{**} ветви нагрузки и разгрузки будут совпадать, если $\rho > \rho_{**}$, причем $\rho_{**} \sim \sim \rho_0/(1-\alpha_1) + 0{,}37\rho_0\alpha_2$ [24]. Для грунтов как трехкомпонентных систем твердая фаза — жидкость — защемленный газ с объемными концентрациями соответственно α_3, α_2, α_1 на основе принципа аддитивности можно использовать выражение [91, 24]

$$1 - \varkappa = \frac{\rho_0}{\rho} = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i \left(1 + \gamma_i (P - P_0)/E_i\right)^{-1/\gamma_i}, \qquad (9.17)$$

где ρ_0, P_0 — начальные значения плотности и давления; E_2, E_3 — модули объемной деформации жидкости и твердой фазы; E_1, γ_1 — константы, связанные с закрытием порового пространства.

Величины констант по экспериментам при $P \leqslant \leqslant 0{,}01$ ГПа приведены в табл. 9.3 (W — влажность); $E_2 = 2{,}25$ ГПа, $E_3 = 36$ ГПа, $\gamma_2 = \gamma_3 = 3$.

Формулы, аппроксимирующие ветви разгрузки f_2, приведены в [24]. Вид диаграммы сжатия мягких грунтов показан на рис. 9.6. При достижении предела прочности грунта на разрыв ($P < 0$) возникает трещина при мгновенном исчезновении давления.

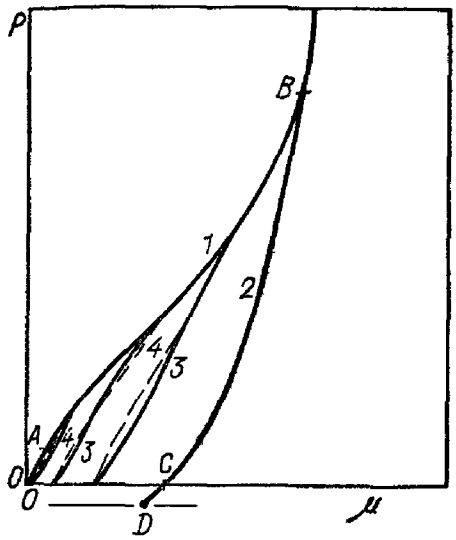


Рис. 9.6. Типичная диаграмма гидростатического сжатия мягких грунтов [50]

1 — первичное нагружение; *2* — разгрузка при высоком давлении; *3* — разгрузка при умеренных давлениях; *4* — повторное нагружение; *AB* — нелинейное поведение; *B* — точка закрытия пор и микротрещин; *OC* — остаточное уплотнение; *D* — разрушение отрывом, диапазон давлений — от десятых долей кПа (точка А) до десятков МПа (В)

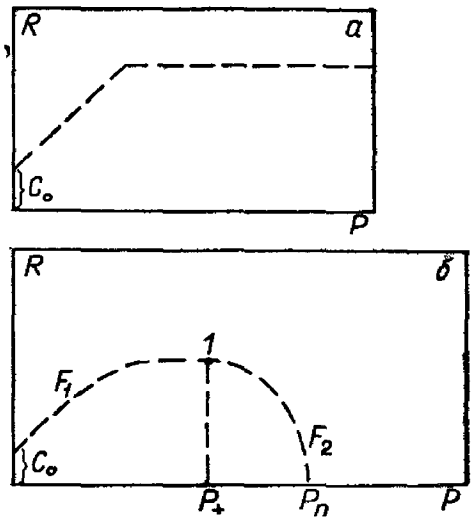


Рис. 9.7. Вариаиты используемых условий текучести [50]

1 — точка сопряжений функций F_1 и F_2

Таблица 9.3. Константы мягких грунтов как трехкомпоиентных систем

Грунт	W, %	10^{-3} $\rho_з$, кг/м³	10^{-3} ρ_0, кг/м³	α_1	α_2	α_3	10^{-2} E_1, МПа	ν_1
Глина	20	2,74	2,0—2,15	0,02—0,05	0,30—0,33	0,65	0,04—0,10	2
Суглинок	12	2,70	1,85	0,19	0,20	0,61	0,50	4
Лесс	13	2,70	1,65	0,27	0,19	0,54	0,50	2
Песок	15	2,66	1,77	0,17	0,23	0,60	0,35	2
Песок	7	2,66	1,58	0,34	0,10	0,56	0,30	1
Песок	5	2,66	1,58	0,36	0,07	0,57	1,20	1

В модели [33] используют условие текучести Мизеса — Шлейхера

$$I_2 \equiv \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} = \frac{1}{3} R^2(P). \qquad (9.18)$$

Наиболее часто употребляемые функции $R(P)$ показаны на рис. 9.7. В пространстве главных напряжений

σ_{ii} модель *а* соответствует поверхности текучести в форме сопряженных конуса и цилиндра, модель *б* — замкнутой поверхности сопряженных конуса и «колпака» (предельной поверхности Боткина). Обе модели отражают тот экспериментальный факт, что до некоторого давления $P=P_+$ прочность возрастает примерно линейно с давлением

$$R = C_0 + C_1 P \quad (P < P_+), \tag{9.19}$$

где C_0 — сцепление; C_1 — параметр, имеющий некоторое ограничение.

В условиях плоской деформации из (9.18) получаем отношение минимального и максимального главных напряжений $K_б' = \sigma_{11}/\sigma_{22}$, зависящее от давления, т. е. значение C_1 должно удовлетворять неравенству [63] $K_б' = (3 - C_1 + C_0/P)/(3 + 2C_1 + 2C_0/P) > 0$. Например, при $C_0 = 0$ получаем ограничение на параметр $C_1 < 3$, дающее неотрицательное значение коэффициента бокового давления $K_б' = (3 - C_1)/(3 + 2C_1) = \text{const}$. По данным ряда авторов [63], при $P < 1{,}5$ МПа функция (6.19) хорошо аппроксимирует свойства песчаных грунтов, а также лессов при нагружении и разгрузке.

Согласно модели *б* (см. рис. 9.7) в диапазоне $P_+ < P < P_п$ с увеличением давления происходит прогрессирующая потеря прочности до полного исчезновения при $P = P_п$, что соответствует сопряжению с чисто гидродинамическим описанием в зоне высоких давлений $P \geqslant P_п$. Данная модель подтверждается экспериментами на суглинках и глинах [24]. Найдены значения характерных давлений: для суглинков влажностью $W = 14\%$ $P_+ \sim 1$—2 МПа, $P_п \sim 3$ МПа; для глин $W = 24\%$ $P_+ \sim 1{,}2$ МПа, $P_п \sim 5$ МПа и $W = 15\%$ $P_+ \sim 1{,}6$ МПа, $P_п \sim 6$ МПа, т. е. с повышением влажности давления $P_п$ убывают.

9.5. Упруговязкие модели мягких грунтов

По экспериментальным данным [62, 91, 93], при импульсном нагружении мягких грунтов в диапазоне умеренных давлений наблюдаются временные эффекты типа вязкости, в связи с чем представляет интерес использовать в динамике грунтов упруговязкую модель наслед-

ственного типа, в которой соотношения между напряжениями и деформациями имеют вид [94]

$$\Theta_{ij} = \frac{S_{ij}}{2G_0} + \int_0^t \Gamma_c (t-\xi)\, S_{ij}(\xi)\, d\xi; \tag{9.20}$$

$$\Delta = \frac{\sigma}{K_0} + \int_0^t \Gamma_0 (t-\xi)\, \sigma(\xi)\, d\xi, \tag{9.21}$$

где $S_{ij}=\sigma_{ij}-\sigma\delta_{ij}$, $\Theta_{ij}=\varepsilon_{ij}-1/3\Delta\delta_{ij}$, $\Delta=\varepsilon_{ij}$, $\sigma=1/3\sigma_{ii}$, G_0, K_0 — мгновенные модули сдвига и объемной деформации; Γ_c, Γ_0 — материальные функции, характеризующие свойства среды при сдвиге и изменении объема.

В динамических задачах используют уравнения, разрешенные относительно напряжений:

$$S_{ij} = 2G_0\Theta_{ij} - \int_0^t R_c (t-\xi)\, \Theta_{ij}(\xi)\, d\xi; \tag{9.22}$$

$$\sigma = K_0\theta - \int_0^t R_0 (t-\xi)\, \Delta(\xi)\, d\xi. \tag{9.23}$$

В этих формулах модули G_0, K_0 введены в ядра ползучести Γ_c, Γ_0 и релаксации R_c, R_0, в связи с чем последние могут содержать особенность типа дельта-функции. Если пренебречь мгновенной упругостью, то первые члены в правых частях уравнений можно опустить.

Функции Γ_c, Γ_0, R_c, R_0 определяют опытами на ползучесть или релаксацию. Рассмотрим схему опыта с осевой деформацией ε_{22} (при $\varepsilon_{11}=\varepsilon_{33}=0$), $\sigma_{11}=\sigma_{33}$. Имеем $\Delta=\varepsilon_{22}$, $\sigma={}^1/_3(\sigma_{22}+2\sigma_{11})$, $\Theta_{11}=-{}^1/_3\varepsilon_{22}$, $\Theta_{22}=\varepsilon_{22}-{}^1/_3\Delta={}^2/_3\varepsilon_{22}$, $S_{22}=\sigma_{22}-\sigma={}^2/_3(\sigma_{22}-\sigma_{11})$, $S_{11}=-{}^1/_3(\sigma_{22}-\sigma_{11})$. Примем гипотезу постоянства коэффициента бокового давления $K_б=\sigma_{11}/\sigma_{22}$. Тогда будет

$$S_{22} = 2/3\sigma_{22}(1-K_б),\quad S_{11} = -1/3\sigma_{22}(1-K_б).$$

Подставив эти выражения в (9.20), (9.21), получим

$$\varepsilon_{22} = (1-K_б)\left(\frac{1}{2G_0}\sigma_{22} + \int_0^t \Gamma_c (t-\xi)\,\sigma_{22}(\xi)d\xi\right) = 1/3(1+2K_б)\times$$

$$\times\left(\frac{\sigma_{22}}{K_0} + \int_0^t \Gamma_0 (t-\xi)\,\sigma_{22}(\xi)d\xi\right).$$

Учитывая соотношение между упругими константами

$$K_б = \frac{\nu}{1-\nu}, \quad \frac{2G_0}{1-K_б} = \frac{3K_0}{1+2K_б} \equiv C,$$

приходим к равенствам

$$(1-K_б)\,\Gamma_c = 1/3\,(1+2K_б)\,\Gamma_0 \equiv \Gamma, \tag{9.24}$$

где Γ — ядро ползучести в уравнении для осевой деформации

$$\varepsilon_{22} = \frac{\sigma_{22}}{C} + \int_0^t \Gamma(t-\xi)\,\sigma_{22}(\xi)\,d\xi. \tag{9.25}$$

Таким образом, гипотеза $K_б = \text{const}$ приводит к равенству ядер Γ_c и Γ_0 с точностью до константы. Это позволяет определять материальную функцию в одном (любом) эксперименте — в условиях осевой деформации или объемной деформации, или чистого сдвига.
Для осевой деформации $\sigma_{22} = \sigma_{22}^0 = \text{const}$,

$$\varepsilon_{22} = \sigma_{22}^0 \left(\frac{1}{C} + \int_0^t \Gamma(t-\xi)\,d\xi \right).$$

Выражение для функции ползучести следующее:

$$\varphi(t) = \frac{\varepsilon_{22}(t)}{\sigma_{22}^0} = \frac{1}{C} + \int_0^t \Gamma(t-\xi)\,d\xi, \quad \Gamma(t) = \varphi'(t), \tag{9.26}$$

т. е. Γ определяют из опыта на ползучесть дифференцированием по t кривой $\varphi(t)$, полученной при действии ступенчатой нагрузки.

Приведенные соотношения теории линейной вязкоупругости при аппроксимации ядер суммой экспоненциальных функций эквивалентны дифференциальному уравнению

$$a_0\sigma + a_1\frac{d\sigma}{dt} + \ldots + a_n\frac{d^n\sigma}{dt^n} + \\ + b_0\varepsilon + b_1\frac{d\varepsilon}{dt} + \ldots + b_n\frac{d^n\varepsilon}{dt^n}, \tag{9.27}$$

обобщающему простые реологические модели Максвелла, Фойгта и стандартного линейного тела (рис. 9.8).

Линейное упруговязкое поведение мягких грунтов ограничено давлениями $P = \sigma$ примерно до 0,03 МПа. Далее существует диапазон, ограниченный сверху дав-

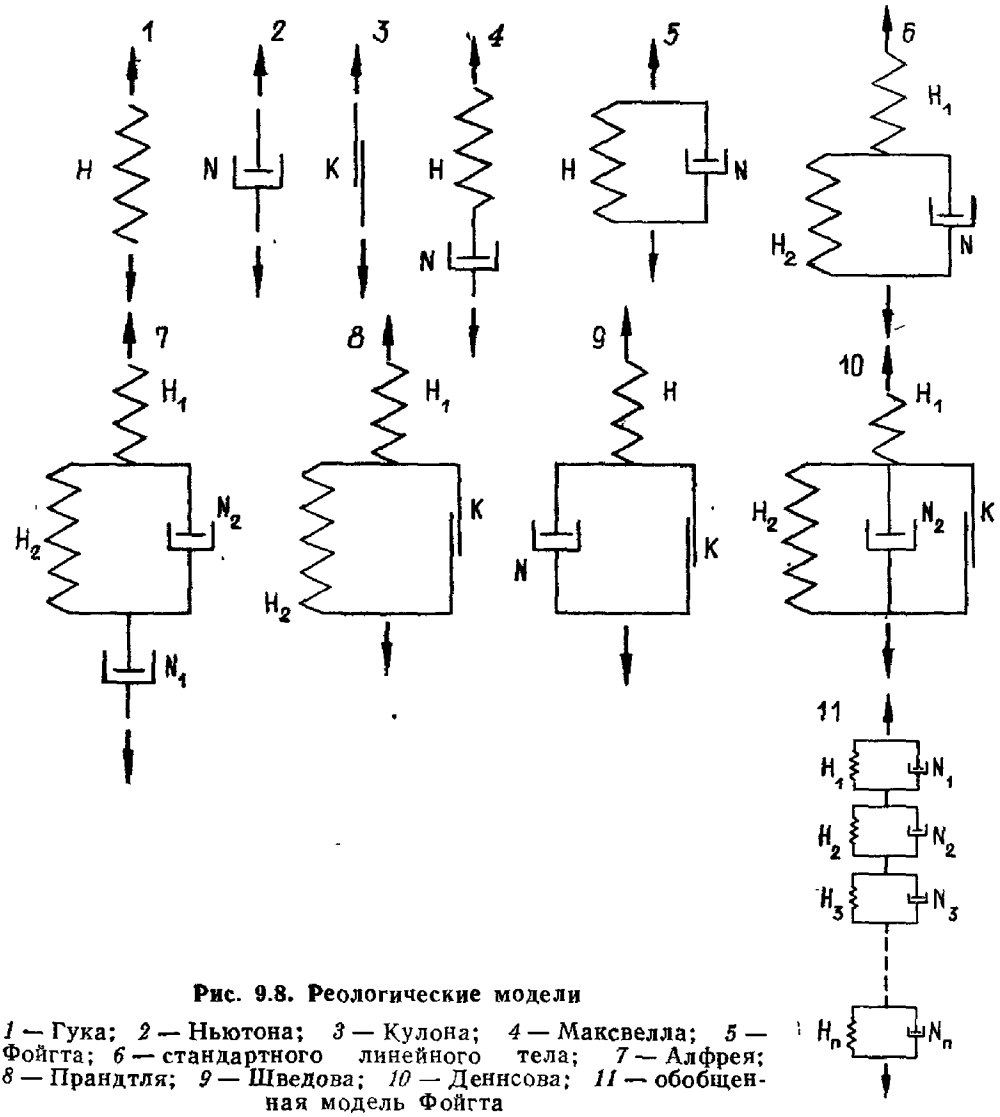


Рис. 9.8. Реологические модели

1 — Гука; *2* — Ньютона; *3* — Кулона; *4* — Максвелла; *5* — Фойгта; *6* — стандартного линейного тела; *7* — Алфрея; *8* — Прандтля; *9* — Шведова; *10* — Деннсова; *11* — обобщенная модель Фойгта

лением P^* (зависящим от вида грунта), в котором кривые $\varphi(t)$ слабо зависят от P, но запаздывающая упругость сочетается с частичной необратимостью деформации, проявляющейся при разгрузке. При $P>P_*$ для некоторых грунтов (в частности, влажного песка) в определенном интервале давлений функция ползучести заметно зависит от P, причем допустимо представление

$$\varphi(P, t) = \bar{\varphi}(t)\, S(P), \tag{9.28}$$

где $\bar{\varphi}$ — фуикция ползучести для диапазоиа $P<P^*$, S — безразмериая корректирующая функция давлеиия.

Для одномерных задач динамики грунтов можно использовать соотношения [62, 63]

$$\varepsilon = \frac{P}{C} + \int_0^t \Gamma(t-\xi)\, P(\xi)\, d\xi; \quad \Gamma = \begin{cases} \Gamma_{(1)}\left(\dot{\varepsilon}_{-} \equiv \dot{\varepsilon} - \dot{P}/C \geqslant 0\right) \\ \Gamma_{(2)}\left(\dot{\varepsilon}_{-} < 0\right); \end{cases} \tag{9.29}$$

где $\Gamma_{(i)}$ $(i=1, 2)$ — сопрягаемые ядра ползучести для одноосной деформации (ε); $C=3K/(1+2K_б)$ — соответствующий модуль упругости; K — модуль объемной деформации; P — осевое давление; коэффициент $K_б$ считается постоянным.

Частичная необратимость деформации здесь трактуется как эффект нелинейности за счет изменения наследственной функции, связанный с режимом деформации. Для определения $\Gamma_{(2)}$ необходима специальная программа экспериментов. Ниже в качестве $\Gamma_{(2)}$ используется деформированное ядро $\Gamma_{(1)}$, обеспечивающее (при соблюдении условий совместности) нужное значение остаточной деформации. Очевидно, механизмы, связанные с накоплением необратимых деформаций, соответствуют как нагружению, так и разгрузке, поэтому на соотношения (9.29) для каждой из функций $\Gamma_{(i)}$ можно смотреть как на линеаризованные зависимости. Подобная ситуация имеет место в упругопластических задачах, когда диаграмму P—ε принимают в виде двух, имеющих различные наклоны прямых, изображающих нагружение и разгрузку.

В модели, реализуемой численно на ЭВМ (программа F) [62, 63], использованы ядра $\Gamma_{(i)}$ с дискретными распределениями податливостей по времени запаздывания $I_j(\tau_j)$, соответствующие обобщенной модели Фойгта рис. 9.8 (11) с функцией ползучести $\varphi_{(1)} = \sum_{j=1}^{n} I_j (1 - \exp(-t/\tau_j))$,

$$\Gamma_{(1)} = \sum_{j=1}^{n} I_j \tau_j^{-1} \exp(-t/\tau_j), \quad \Gamma_{(2)} \sum_{j=1}^{n} I_j \tau_{j*}^{-1} \exp(-t/\tau_{j*}),$$

где n — общее число элементарных звеньев Фойгта; $\Gamma_{(2)}$ — конструируется из $\Gamma_{(1)}$ заменой некоторых величин τ_j на τ_{j*}.

Материальные константы I_j определяют для $\Gamma_{(1)}$ по сплошному спектру запаздывания (приближение Алфрея)

$$L(\lambda) \equiv \tau I_{(1)} \approx d\varphi(t)/d(\ln t)_{t=\tau}; \quad \lambda \equiv \ln \tau, \tag{9.30}$$

где φ — фуикция ползучести для одиоосной деформации при $P<P^*$ (когда φ слабо зависит от давления),

Дискретные значения I_j вычисляют как доли податливости на временных интервалах λ_e, λ_{e+1}

$$I_j = \int_{\lambda_e}^{\lambda_{e+1}} L(\lambda)\, d\lambda, \quad \lambda_e = \ln \tau_e, \quad \tau_j = 1/2\,(\tau_e + \tau_{e+1}).$$

Мгновенную упругость можно учесть элементом $j=1$ с минимальным временем запаздывания $\tau_1 = \tau_{1*}$, соответствующим вязкости $\mu_1 = \tau_1 / I_1$ (которую удобно использовать в качестве счетной вязкости в методе сквозного счета, см. гл. 12).

Заметим, что с полимерными и другими материалами проводят опыт на релаксацию, например при простом растяжении: дают скачок деформации ε^0 и фиксируют изменение напряжений $\sigma(t)$, т. е. функцию релаксации $\psi(t) = \sigma(t)/\varepsilon^0$. От ψ можно перейтки к φ (в предположении, что $\ln\psi(\ln t)$ — линейная функция на временно́м интервале средней протяженности) по формулам [129]:

$$\varphi(t) = \frac{\sin m\pi}{m\pi\psi(t)}; \quad m = \frac{d\ln\psi}{d\ln t}.$$

Система уравнений модели, используемая в алгоритме программы F, имеет вид

$$P = C_1\varepsilon_1 + \mu_1\dot{\varepsilon}_1, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon - \sum_{j=2}^{n}\varepsilon_j, \quad \dot{\varepsilon}_j = \mu_j^{-1}(P - C_j\varepsilon_j)$$

$$(j = 2, 3, 4, \ldots, n) \qquad (9.31)$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \left[\dot{\varepsilon} - C_1\left(\varepsilon - \sum_{j=2}^{n}\varepsilon_j\right)\sum_{j=2}^{n}\mu_j^{-1} + \sum_{j=2}^{n}C_j\varepsilon_j\mu_j^{-1}\right] \times \left(1 + \mu_1\sum_{j=2}^{n}\mu_j^{-1}\right)^{-1},$$

где $\mu_j \equiv C_j\tau_j \neq 0$; $C_j \equiv I_j^{-1}$; ε_j, $\dot{\varepsilon}_j$ — деформация и скорость деформации в j-том фойгтовом звене.

Расчеты показали, что для воспроизведения в общих чертах экспериментальных результатов при построении $\Gamma_{(2)}$ из $\Gamma_{(1)}$ достаточно вывести долю податливости I_0, соответствующую «остаточной» деформации, из правой части спектра L за пределы времени наблюдения. Этот новый спектр L' будет содержать $m < n$ измененных параметров $\tau_{j*} \gg \tau_j$. При $\dot{\varepsilon}_j > 0$ в (9.31) используют параметры I_j, τ_j исходного спектра L, с помощью которого описываются нагружение и начальный этап разгрузки.

Переход к L' осуществляется последовательным присвоением новых значений τ_{j*} в моменты времени t_j^*, определяемые из условий сопряжения спектров $\varepsilon_j^{\cdot}(t_j^*) = 0$, $\varepsilon_j^{\cdot\cdot}(t_j^{**}) < 0$, причем здесь j берут из числа m. При повторных нагружениях осуществляется возврат спектра L восстановлением исходных времен τ_j при t_j^{**}, причем $\varepsilon_j^{\cdot}(t_j^{**}) = 0$, $\varepsilon_j^{\cdot\cdot}(t_j^{**}) > 0$.

Функцию ползучести определяют при динамическом нагружении грунтов в приборе одноосного сжатия, а адекватность модели (9.29) — волнами сжатия в массиве [62, 63]. Прибор представляет собой вертикальный стальной полированный цилиндр, опертый на жесткий поддон. Слой грунта в нижней зоне цилиндра нагружался через поршень ($d=22$ см, масса 0,33 кг) ударной волной взрыва заряда ВВ в верхней зоне большого объема. Начальное статическое давление на поршень (с помощью пружин) составляло $3 \cdot 10^3$ Па. Осевое и боковое давление в грунте регистрировали жесткие датчики с поршневыми чувствительными элементами, снабженными тензорезисторами, на осциллографах Н-115 (гальванометры М004-1,2) с использованием усилителя УТС1-ВТ-12. Деформации фиксировали деформометрами реостатного типа по ходу поршня.

В опытах по снятию функций ползучести слой грунта в приборе составлял $h=2$ см, а диапазон давлений 0,02—1 МПа. Небольшие масса поршня, толщина слоя при $h/d<0{,}1$ обеспечивали достаточную однородность напряжений и деформаций грунта, а также слабое влияние сил трения и инерции. Временна́я шкала наблюдения, ограниченная спецификой нагружения и разрешающей способностью аппаратуры, составляла примерно 0,5—200 мс. Опыты проводили с плотным сухим песком (объемный вес скелета $\gamma_c = 1{,}7 \cdot 10^4$ Н/м^3, весовая влажность $W=0{,}005$), суглинком нарушенной структуры, уплотненным ($\gamma_c = 1{,}86 \cdot 10^4$ Н/м^3, $W=0{,}11$), влажным песком ($\gamma_c = 1{,}63 \cdot 10^4$ Н/м^3, $W=0{,}045$) и насыпным слабоуплотненным песком ($\gamma_c = 1{,}4 \cdot 10^4$ Н/м^3, $W = 0{,}005$); песок с частицами размером 1,25—0,60 мм — 16 %, 0,6—0,3 мм — 50 %, 0,30 — 0,15 мм — 31 %, менее 0,15 мм — 3%; суглинок — 2,0—0,15 мм — 37 %, менее 0,15 мм — 63 %.

Изменения во времени осевого $P_1(t)$ и бокового $P_2(t)$ давлений в слое были близки к ступенчатому: да-

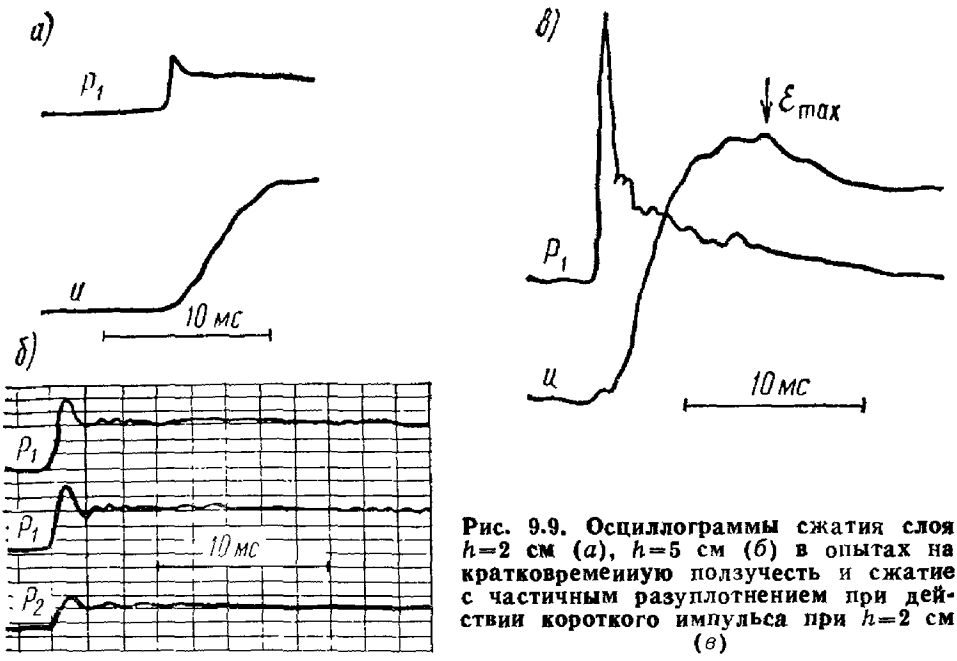


Рис. 9.9. Осциллограммы сжатия слоя h=2 см (*а*), h=5 см (*б*) в опытах на кратковремеиную ползучесть и сжатие с частичным разуплотнением при действии короткого импульса при h=2 см (*в*)

вления нарастали до максимума за ~0,3 мс и имели небольшой всплеск, связанный с отражением волны в слое. На рис. 9.9, *а* приведена осциллограмма перемещений $u(t)$ поршня и изменения P_1. В опытах наблюдалась существенная запаздывающая упругость: деформация грунта $\varepsilon_1^0 \approx u(t)/h$ со временем нарастала, постепенно достигая насыщения при видимом отсутствии мгновенной податливости и течения. Принцип линейности с приемлемой точностью соблюдается при $P<P^*$, где P^* в зависимости от вида грунта находится в пределах 0,2—0,8 МПа. Для плотного сухого песка P^*=0,75—0,8 МПа, для других грунтов P^*=0,2—0,35 МПа. Для влажного песка в диапазоне 0,2—0,6 МПа кривые ползучести зависят от давления P, причем наблюдается их подобие. Это позволяет использовать соотношение (9.28), в котором по данным опытов $S(P)=1$ при $P\leqslant P^*=0{,}2$ МПа; $S(P)=1-K(P-P_*)$ при $P_*<P<0{,}6$ МПа, где $K=1{,}5$ МПа$^{-1}$.

При расчетах с использованием (9.28) податливости I_j в (9.31) умножают на текущее значение $S(P)$.

Свойства грунтов при разгрузке обнаруживаются при воздействии импульсных (нестационарно убывающих) нагрузок (рис. 9.9, *в*). В процессе разгрузки грунт сначала уплотняется до некоторой деформации ε_{max},

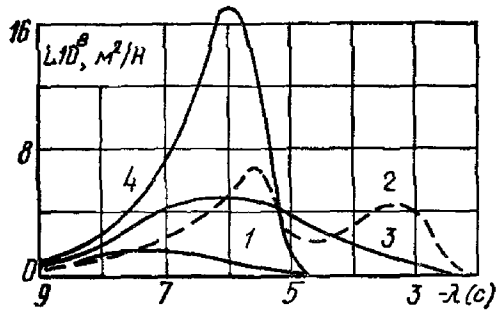


Рис. 9.10. Спектры запаздывания плотного сухого песка (*1*), суглинка (*2*), влажного песка (*3*), насыпного песка (*4*), полученные в опытах

а затем разуплотняется. Полное упругое восстановление соответствует давлениям до 0,03—0,05 МПа. При бо́льших давлениях разуплотнение идет с отступлением от линейно-упругого восстановления.

Таким образом, наряду с упруговязкими свойствами проявляется пластичность грунта. Такую комбинацию свойств в рамках обобщенной модели Фойгта можно рассматривать как упруговязкую нелинейность в предположении, что спектр L в процессе разгрузки деформируется в L' таким образом, что некоторые участки L смещаются в область больших времен (за пределы времени наблюдения). Спектр L' будет давать сравнительно малый темп разуплотнения, причем некоторая часть деформации в пределах времени наблюдения будет восприниматься как необратимая, о чем уже говорилось выше.

С увеличением толщины слоя грунта в приборе становится более заметной отраженная волна. При этом отношение бокового и осевого давлений, т. е. коэффициент $K_б$, остается достаточно стабильным (рис. 9.9, *б*). В диапазоне давлений 0,05—0,4 МПа получено: для суглинка $K_б=0{,}47\pm0{,}07$, для песка с $W=0{,}45$ $K_б=0{,}39\pm0{,}05$.

Спектры запаздывания, полученные обработкой опытов по формуле (9.30), приведены на рис. 9.10. Спектр для суглинка имеет два максимума, что указывает на влияние двух механизмов деформации. Приведем вариант аппроксимации спектра L суглинка [62]

$10^8 I_j$, м²/Н	0,667	2,43	2,43	6,02	6,67
τ_j, мс	0,008	0,89	1,96	6,00	54,8

Здесь значения I_1, τ_1 играют побочную роль аналога искусственной вязкости в методе сквозного счета.

Равновесные податливости, определенные как площа

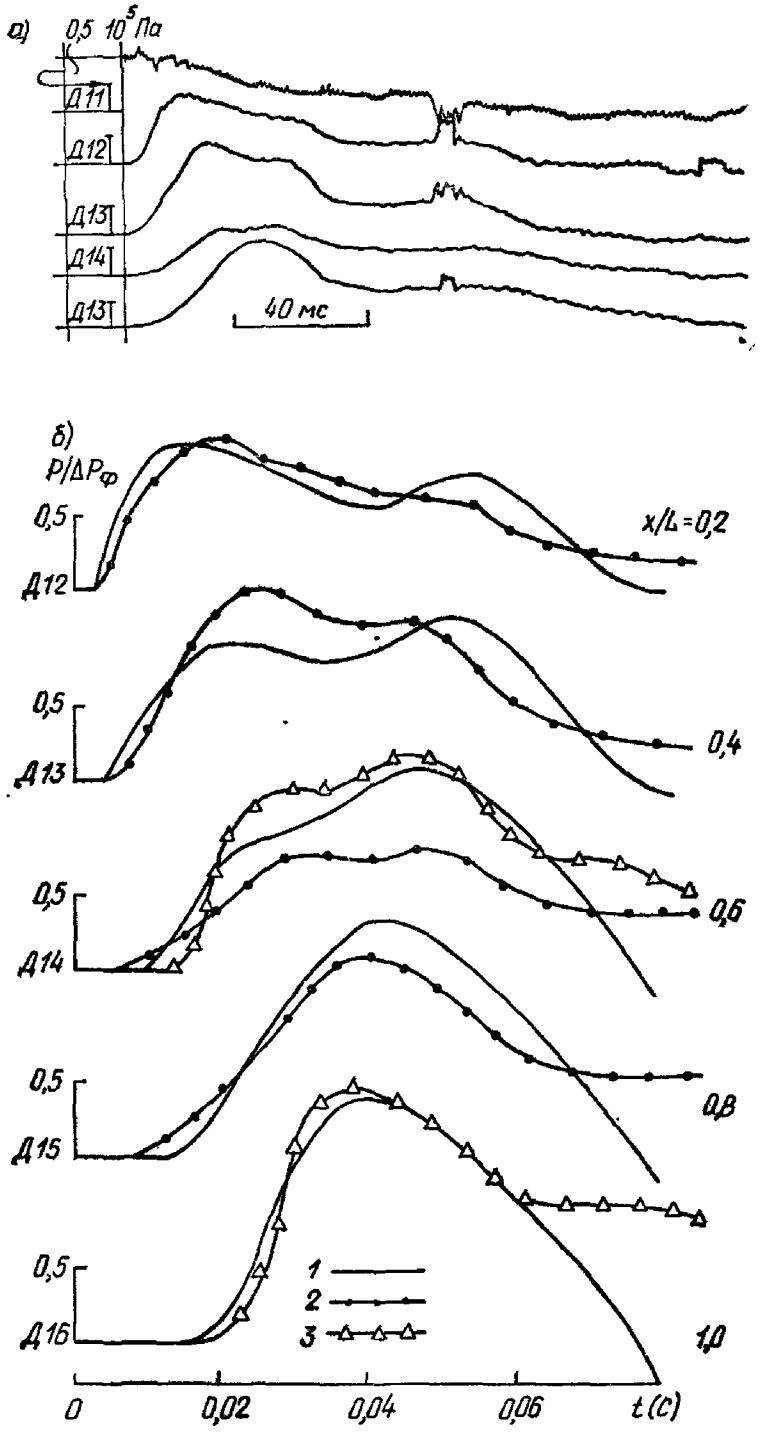


Рис. 9.11. Осциллограммы давлений в волнах сжатия в грунте (*а*) и сравнение расчетных давлений с измеренными в двух аналогичных экспериментах (*б*)

1 — расчет; *2* — опыт первый; *3* — опыт второй

ди под кривыми спектров *1—4*, имеют значения $10^8\varphi_m = 4{,}72$; 18,22; 18,75; 29,70 м²/Н. Суммарная податливость φ_0, соответствующая остаточной деформации ε_0 при полной разгрузке, по результатам опытов для четырех видов грунта $\varphi_0/\varphi_m = \varepsilon_0/\varepsilon_m = 0$; 0,83; 0,32 и 0,54.

Эксперименты по распространению волн сжатия в грунтовом массиве (песок влажный, кривая *3* на рис. 9.10) проведены в прямоугольном бетонном лотке шириной 0,7, длиной 3 и глубиной 1,7 м с гладкими стенками, смазанными вазелином и покрытыми полимерной пленкой для снижения сил трения. Воздушная ударная волна распространялась вдоль длинной стороны лотка, создавая давление на грунтовую поверхность [62]. В двух аналогичных опытах (1, 2) давление измеряли вдоль вертикальной оси симметрии лотка шестью датчиками Д11 — Д16. Датчик Д11 расположен на поверхности грунта, а остальные установлены в грунте с интервалом 34 см. Датчик Д16 находится на дне лотка. В опыте 1 давление на фронте ударной волны $\Delta P_\Phi = 0{,}104$, а в опыте 2 $\Delta P_\Phi = 0{,}12$ МПа, $\tau_+ = 0{,}12$ с. На рис. 9.11 приведены результаты измерения давлений и сравнение расчетных данных с экспериментальными. Расчет проведен по программе *F* с использованием дискретного спектра для песка с параметрами $n = 4{,}10^8 I_j = 1{,}94$; 10,8; 2,78; 3,20 м²/Н, $\tau_j = 0{,}13$; 1,65; 7,48; 40,5 мс. В процессе разгрузки параметры τ_3, τ_4 увеличивались в 10^5 раз, $\varphi_0/\varphi_m = 0{,}32$.

В целом сходимость расчета с опытом, учитывая нестабильность характеристик грунта даже при его тщательной укладке, а также влияние неодномерности процесса и сил трения, можно считать приемлемой как по амплитудным, так и фазовым характеристикам проходящей и отраженной волн сжатия.

9.6. Реологические модели материалов и примеры их использования

В реологии — науке о поведении сложных сред — используют механические модели, конструируемые из элементов Гука (Н), Ньютона (N) и Кулона (К), представляющих фундаментальные свойства упругости, вязкости и пластичности. Этим элементам (см. рис. 9.8, 1—3) соответствуют уравнения, в которых напряжения σ и деформации ε помечены индексами элементов,

$$(\text{H})\ \sigma_{\text{н}} = C\varepsilon_{\text{H}},\ (\text{N})\ \sigma_{\text{N}} = \mu\dot{\varepsilon}_{\text{N}},\ (\text{K})\ \sigma_{\text{K}} = \sigma_{\text{т}}\,\operatorname{sgn}\dot{\varepsilon}_{\text{K}}\ (|\dot{\varepsilon}_{\text{K}}| \neq 0), \quad (9.32)$$

где C — жесткость; μ — вязкость; $\sigma_{\text{т}}$ — предел текучести.

Структурные формулы моделей из последовательно (—) и параллельно (|) соединенных элементов соответствуют телам рис. 9.8: 4) Максвелла $M=\text{H}—\text{N}$; 5) Фойгта $\text{F}=\text{H}|\text{N}$; 6) стандартного линейного тела $S_{\text{т}}=\text{H}_1—(\text{H}_2|\text{N})$; 8) Прандтля $\text{P}_r=\text{H}_1—(\text{H}_2|\text{K})$; 9) Шведова—Бингама $S_W=\text{H}—(\text{N}|\text{K})$; 10) Денисова—Муроямы $\text{D}=\text{H}_1—(\text{H}_2|\text{N}_2|\text{K})$. Уравнения этих моделей можно вывести из (9.32) и условий совместности. Так, для модели 4 из первых двух соотношений (9.32) и условий $\sigma=\sigma_{\text{н}}=\sigma_{\text{N}}$, $\varepsilon=\varepsilon_{\text{н}}+\varepsilon_{\text{N}}$ получим уравнение, в котором параметр τ называют периодом релаксации, $\tau\sigma'+\sigma=\mu\dot{\varepsilon}$, $\tau=\mu/c$. Придав деформации значение $\varepsilon(t)=\varepsilon_0=\sigma_0/c=$ $=\text{const}$, получим уравнение релаксации напряжений $\sigma=c\varepsilon_0\exp(-t/\tau)$.

Для модели 5 с учетом условий $\varepsilon=\varepsilon_{\text{н}}=\varepsilon_{\text{N}}$, $\sigma=\sigma_{\text{н}}+\sigma_{\text{N}}$ получим уравнение, в котором τ называют временем запаздывания, $\frac{1}{c}\sigma=\tau\dot{\varepsilon}+\varepsilon$, $\tau=\mu/c$.

Приложив скачок напряжения $\sigma_0=\text{const}$, получим формулу изменения (запаздывания) деформации $\varepsilon=$ $=\frac{\sigma_0}{C}(1—\exp(-t/\tau))$, стремящейся к равновесному значению σ_0/C. Модель 6 объединяет свойства релаксации и последействия и имеет уравнение $\sigma'+(C_1+C_2)\sigma=$ $=C_1\left(\dot{\varepsilon}+\frac{C_2}{\mu}\varepsilon\right)$, в котором жесткость C_1 можно назвать мгновенным, а величину $C_1C_2/(C_1+C_2)$ — длительным модулем упругости.

Система n последовательно соединенных моделей Фойгта образует обобщенную модель Фойгта (9.31), использованную в программе F для описания упруговязких свойств мягких грунтов с широким спектром запаздывания [63]. Хорошим приближением является также четырехпараметрическая модель 7 $\text{F}_{\text{a}}=\text{H}_1—\text{N}_1—(\text{H}_2|\text{N}_2)$, когда представляет интерес некоторый фиксированный диапазон времен запаздывания. Уравнение модели следующее:

$$\sigma' = C_1\left(\dot{\varepsilon} + \frac{C_2}{\mu_2}\varepsilon_{\text{H2}} - \frac{\mu_1+\mu_2}{\mu_1\mu_2}\sigma\right);\ \dot{\varepsilon}_{\text{H2}} = \mu_2(\sigma - C_2\varepsilon_{\text{H2}}). \quad (9.33)$$

Здесь элементом N_2 может быть воспроизведена оста-

точная деформация. Данная модель использована в процедуре NIS7 для ЭВМ при решении волновых задач динамики грунтов, когда требуется применение также частных моделей 4—6 (рис. 9.8).

В явном виде пластичность введена в моделях 8—10. Модели 8 соответствует упругопластическая диаграмма Прандтля с упрочнением. При введении параллельно элементу H_1 демпфирующей вязкости N уравнения для этой модели имеют вид $P_r=(H_1|N)—(H_2|K)$,

$$\sigma = c_1 \varepsilon_1 - \mu \dot{\varepsilon}_1,$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon} \quad (|\sigma - c_2(\varepsilon - \varepsilon_1)| < \sigma_т);$$

$$\mu \dot{\varepsilon}_1 + (C_1 + C_2)\varepsilon_1 = C_2 \varepsilon + \sigma_т \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1)\ (\dot{\varepsilon} \neq \dot{\varepsilon}_1,\ \mu \neq 0). \quad (9.34)$$

Здесь жесткость C_1 соответствует модулю упругости, $C_1C_2/(C_1+C_2)$ — модулю упрочнения, $\sigma_т$ — пределу текучести материала с диаграммой Прандтля. Данную модель используют для задач динамики упругопластических материалов, к которым в основном относятся металлы [75]. Модель 9 в основном также используют в задачах динамики металлических материалов, в частности в работе [60] для описания свойств малоуглеродистой стали, чувствительной к скорости деформации.

Модель 10 более общего вида использована в программе W [67] (см. гл. 12) для задач динамики грунтов, причем введена демпфирующая вязкость N_1. Уравнения модели таковы: $S_W=(H_1|N_1)—(H_2|N_2|K)$,

$$\sigma = c_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1, \quad (9.35)$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon} \quad (|R| < \sigma_т,\ R \equiv C_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1 - C_2 \varepsilon_2), \quad (9.36)$$

$$(\mu_1 + \mu_2)\dot{\varepsilon}_1 + (c_1 + c_2)\varepsilon_1 = \mu_2 \dot{\varepsilon} + c_2 \varepsilon + \sigma_т \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_2$$

$$(\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1 \neq 0); \quad (8.37)$$

$$\sigma_т = \begin{cases} \sigma_+^{(1)} & (R > 0); \\ \sigma_+^{(2)} & (R < 0). \end{cases} \quad (9.38)$$

Здесь R — давление в элементе K при $\dot{\varepsilon}_2 = 0$ (т. е. без проскальзывания). Считается, что $\mu_1 \ll \mu_2$. При нагружении поведение, близкое к упругому, ограничено величиной σ_+, за пределами которой проявляются упруговязкопластические свойства. При сравнительно высоких давлениях $\sigma \gg \sigma_+$ влияние σ_+ мало́ и упруговязкое поведе-

ние модели соответствует обобщенной модели Фойгта с двумя временами запаздывания. Чтобы в данном случае воспроизвести экспериментальные значения остаточной деформации, параметру σ_+ достаточно (в процессе разгрузки) придать повышенное значение (т. е. в ходе численного решения задачи величине σ_+ придается одно из двух значений: $\sigma_+^{(1)}$ — при нагружении и $\sigma_+^{(2)}$ — при разгрузке). Наличие диссипативных элементов приводит к набору диаграмм σ—ε, форма которых зависит от режима деформирования. При высоких скоростях деформации и малых μ_1 верхняя огибающая диаграмма будет соответствовать диаграмме верхнего звена $(H_1|N_1)$, слабо зависящей от скорости. При медленном деформировании свойства среды выражаются структурной формулой H_1—$H_2|K$. Данной моделью обобщаются тела Максвелла, Фойгта, Прандтля, Шведова—Бингама, стандартное линейное тело.

Рассматриваемую модель в программе W используют в комбинации с логическим оператором, контролирующим кавитационные эффекты (разрыв сплошности грунтовой среды) при превышении растягивающими напряжениями предела прочности среды на разрыв и устанавливающим моменты времени смыкания трещин в процессе вычисления размеров каверн. При первичном нагружении $\varepsilon_2=0$, и поведение среды определяется соотношениями (9.35), (9,36). С момента $t=t_*$ нарушения условия для (9.36) интегрируется уравнение (9.37), причем учитывают непрерывность ε_1 и переходное условие $\operatorname{sgn}\varepsilon_2(+t_*)=\operatorname{sgn}R(-t_*)$. Затем, если в процессе разгрузки нарушается условие (9.37), контролируемое изменением знака скорости $\dot{\varepsilon}_2$, трение в K прекращается и осуществляется возврат к (9.36), причем деформация ε_2 остается постоянной, пока $\dot{\varepsilon}_2=0$, и т. д. Соотношение (9.38) вырабатывает значение σ_+ в (9.37) и в условии для (9.36) при произвольных режимах $\varepsilon(t)$; начальное значение $\sigma_+=\sigma_+^{(1)}$. Полагается, что начальная деформация среды, сжатой бытовым давлением, обусловлена жесткостью элемента H_1, тогда как элемент H_2 полностью разгружен за счет побочных релаксационных механизмов. Это условие начального статического равновесия соответствует превышению значения $\sigma_+^{(1)}$ над бытовым давлением, что в общем случае приводит в грунтовом массиве к градиентности по параметру σ_+.

Данная модель позволяет воспроизводить волновые процессы в мягких грунтах при давлениях примерно до 1 МПа.

Для проверки адекватности данной модели сопоставили расчеты, выполненные методом дискретных элементов, с экспериментами [67] на слое песчаного грунта (весовая влажность 10—12 %, плотность $1{,}47 \cdot 10^3$ кг/м^3). В первом приближении из опытов на ползучесть при давлении 0,1 МПа определили равновесную податливость I и время τ, соответствующее главному максимуму спектра запаздывания. Величину C_1 приняли по скорости распространения слабых возмущений в грунте, а μ_1 — по условию для искусственной вязкости (см. п. 12.1), т. е. $C_2 = C_1 (C_1 I - 1)^{-1}$, $\mu_2 = \tau C_2$. Во втором приближении уточнили величины C_2, σ_+ путем подгонки расчетной конфигурации волн сжатия к эксперименту, проведенному на слое грунта, уложенном в прямоугольном лотке шириной 0,7, длиной 3 и глубиной $L = 1{,}7$ м с жесткими гладкими вертикальными стенками. В грунте расположена модель сооружения (жесткое тело — параллелепипед) высотой 27 см, удельной (отнесенной к площади в плане) массой $m = 2{,}84 \cdot 10^2$ кг/м^2. Расстояние от поверхности грунта до модели 38,5 см. Воздушная ударная волна с параметрами $\Delta P_\Phi = 0{,}12$ МПа, $\tau_+ = 0{,}1$ с распространялась вдоль длинной стороны лотка. В расчетах использованы значения констант $C_1 = 36{,}4$ МПа, $C_2 = 7{,}85$ МПа, $\mu_1 = 12{,}8$ кПа·с, $\mu_2 = 22{,}5$ кПа·с. Предел текучести принят линейно возрастающим с глубиной $\sigma_+^{(i)} = a^{(i)} + b^{(i)} x$ $(i = 1, 2)$, причем $\sigma_+^{(1)}$ слегка превышает бытовое давление: $a^{(1)} = 2$ кПа, $b^{(1)} = b^{(2)} = \rho_0 g = 14{,}4$ кН/м^3. Константа $a^{(2)}$, регулирующая темп разгрузки и остаточную деформацию, варьировалась.

На рис. 9.12, *а* приведены образцы осциллограмм граничного давления *1*, давления на поверхности модели сооружения *2* и у дна лотка *3*. Граничное давление введено в расчет оцифровкой осциллограммы (1). Результаты расчета давлений и диаграмм p—ε на глубинах x/L даны на рис. 9.12, *б*, где точками *1*, *2* показаны давления на поверхности модели $(x/L = 0{,}226)$ и у дна лотка $(x/L = 0{,}968)$ в двух аналогичных опытах, соответствующих осциллограммам (2, 3), а кривыми *3*—*5* — расчет соответственно при $a^{(2)} = a^{(1)}$, $10a^{(1)}$ и $25a^{(1)}$. Возра-

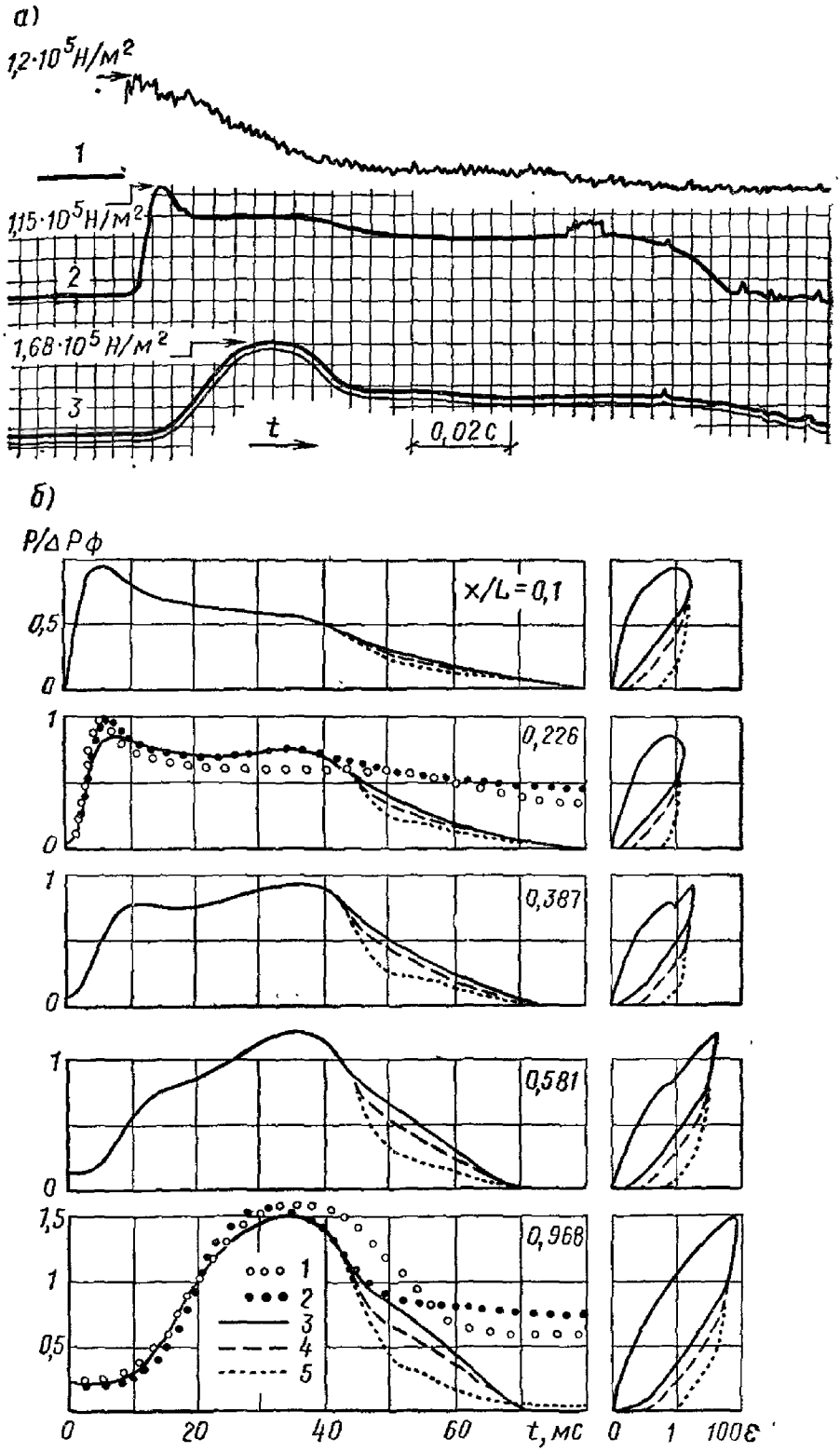


Рис. 9.12. Экспериментальная проверка расчета нагрузок на сооружение волнами сжатия в песчаном грунте с использованием модели Денисова (10)

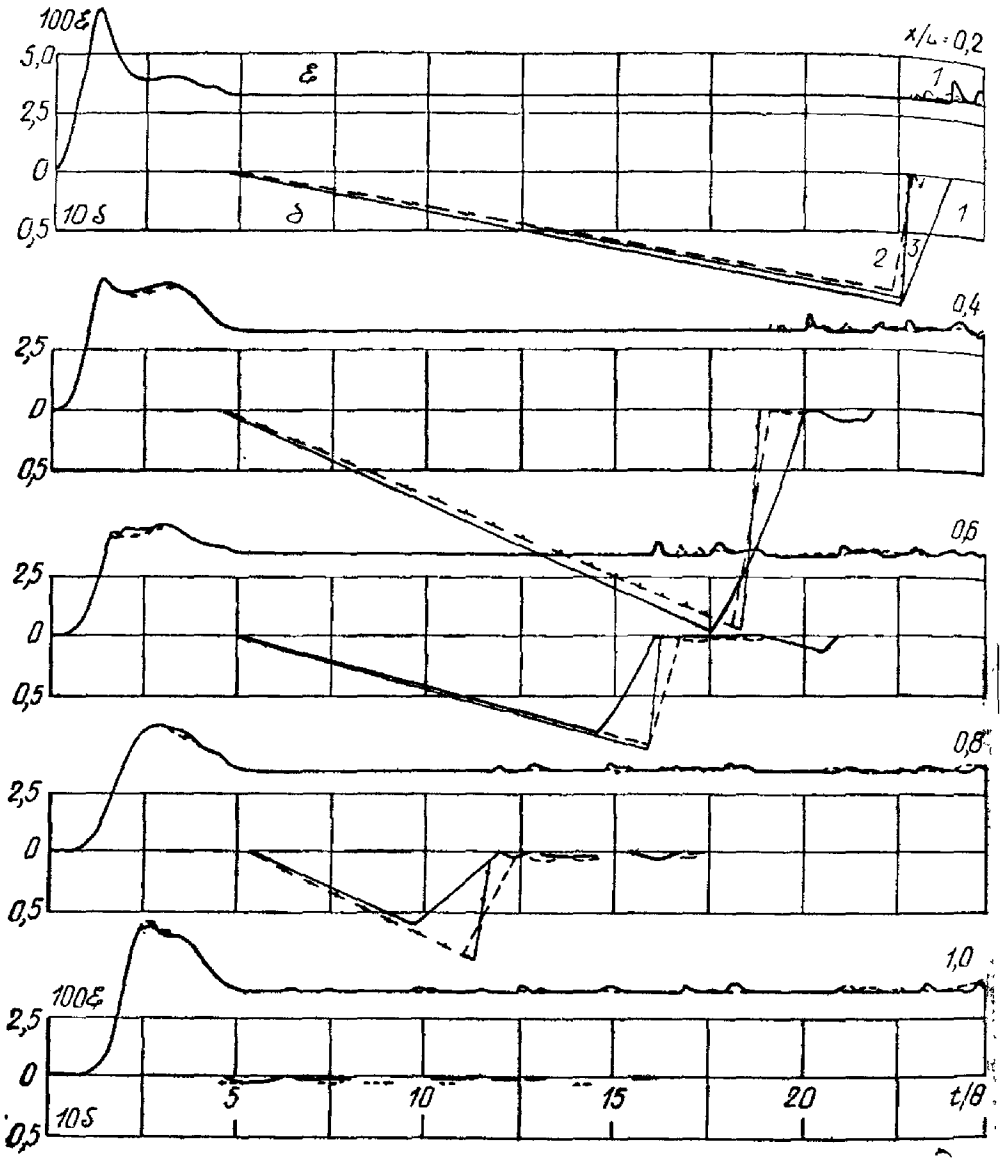


Рис. 9.13. Деформация ε и трещинообразование (кавитация) в слое песка при действии на свободную поверхность взрывного импульса. Раскрытие трещин δ^0 отнесено к размеру дискретного элемента h: $\delta=\delta^0/h$

стание параметра $a^{(2)}$ не влияет на начальную фазу процесса и амплитуды давлений, но приводит к существенному увеличению остаточной деформации.

Трещинообразование в среде с параметрами мягкого грунта возможно при коротких (взрывных) импульсах, а также при сейсмических воздействиях. Проиллюстрируем эти эффекты на примерах. На рис. 9.13 показано прохождение волны сжатия и раскрытие трещин в однородном слое песка толщиной L при действии скачка давле-

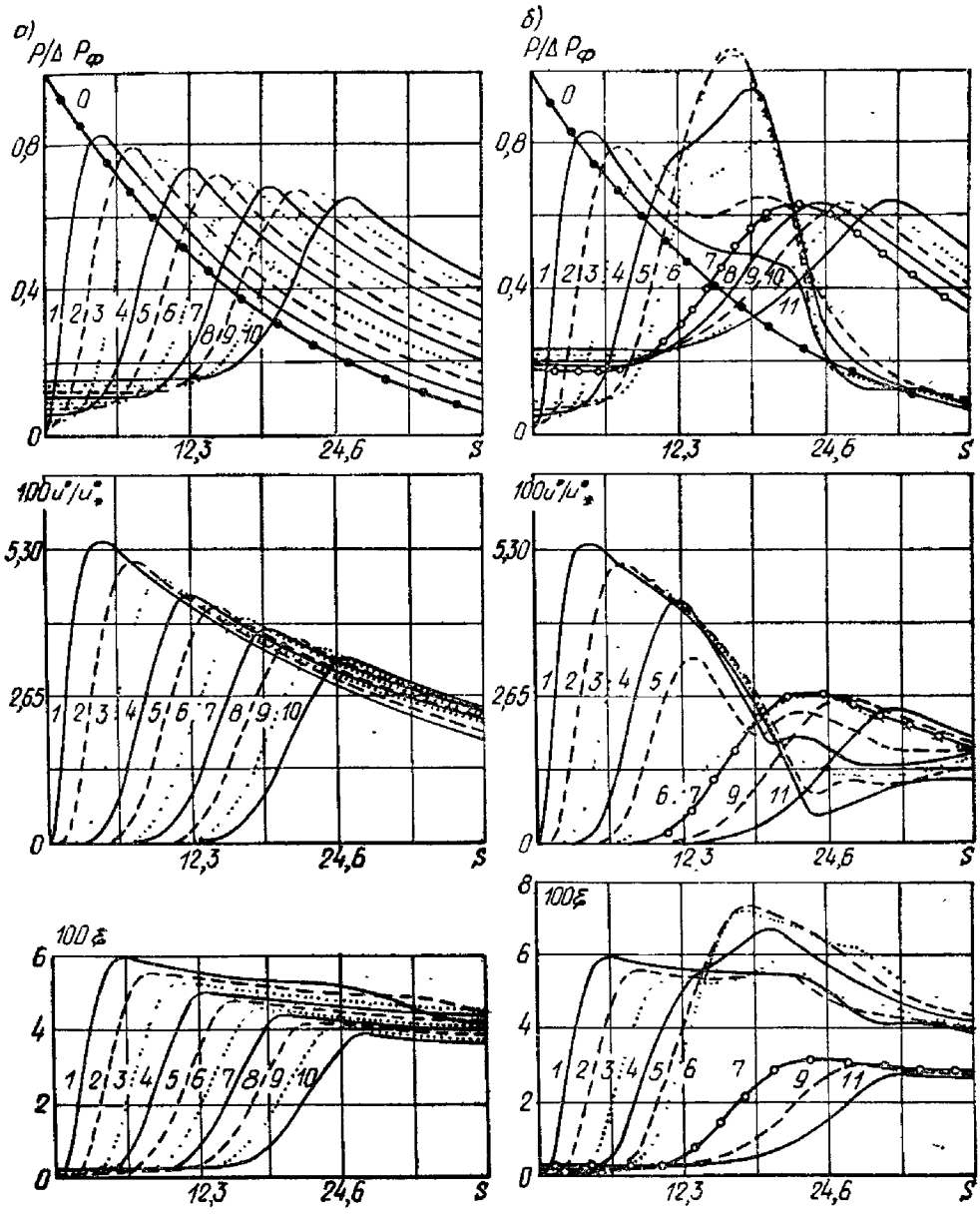


Рис. 9.14. Волны сжатия (*а*) и нагрузки на заглубленное сооружение (*б*) от действия ударной волны с учетом бытового давления

ния $P_0=13{,}6$ $\rho_0 Lg=0{,}5$ МПа длительностью $\theta=L(C_1/\rho_0)^{-1/2}$ $(a^{(2)}=245$ кПа). Расчеты проведены при различных значениях безразмерного параметра h, характеризующего размеры χ дискретных элементов (см. формулу (12.6)): $h=4{,}55$; 1,82; 0,455 (кривые *1—3* соответственно), причем видна идентичность воспроизведения и раскрытия трещин. Различие в моментах схлопывания трещин при $h=1{,}82$ и 0,455 в диапазоне $t/\theta=10$—24 не пре-

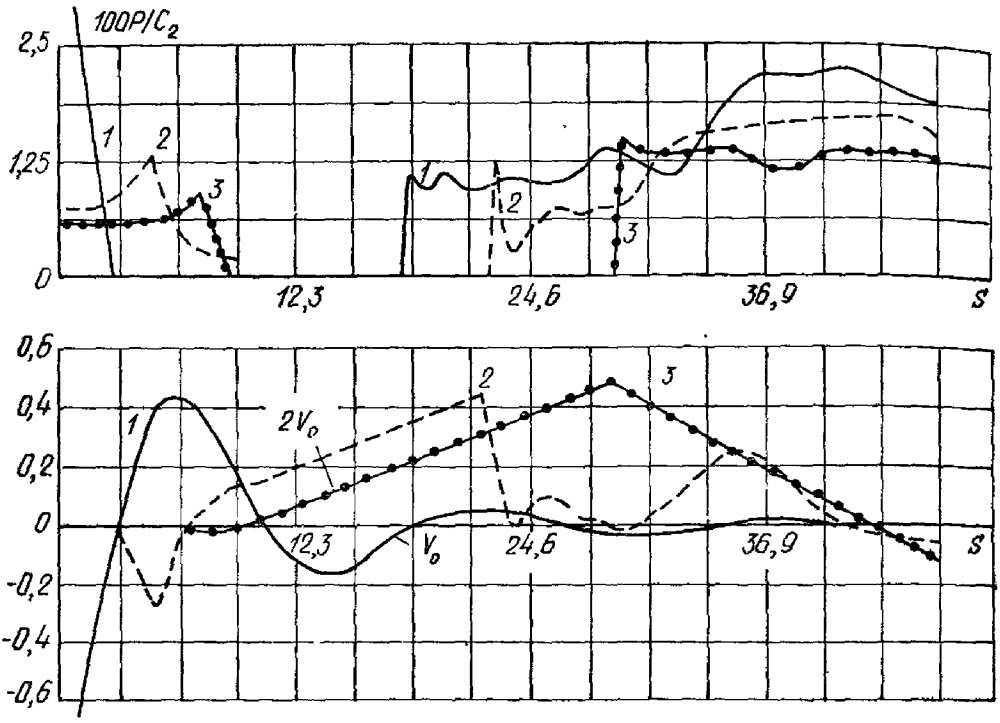


Рис. 9.15. Давление в грунте, на фундамент наземного сооружения и массовые скорости при сейсмическом нагружении

вышает $0{,}5\,\theta$ и не влияет на распределение остаточных деформаций.

На рис. 9.14 приведены примеры прохождения импульса давления, приложенного к свободной поверхности грунтового массива мощностью 25 м на скальном основании. Граничное давление принято в виде $\Delta P = \Delta P_\Phi (1 - t/\tau_+)^\alpha$; $\Delta P_\Phi = 0{,}5$ МПа, $\tau_+ = 0{,}25$ с, $\alpha = 4$.

На рис. 9.14, *а* кривыми *1—10* показано изменение со временем ($s = t/\tau_2$) давлений P, массовых скоростей u^* и деформаций ε на глубинах 0,5—5 м через 0,5 м. Принято $\chi = 25$ см, $\mu_1 = 20$ кПа·с, $a^{(2)} \gg a^{(1)}$, остальные константы среды указаны выше. Кривая 0 соответствует граничному давлению. Расчет ограничен временем $S = 27$, пока влияние скальной границы несущественно, в связи с чем наблюдается угасание давления с глубиной и со временем. Влияние на волновую картину заглубленного сооружения ($m = 4{,}43 \cdot 10^3$ кг/м^2) с толщиной защитного слоя грунта 3 м показано на рис. 9.14, *б*. Здесь давление на покрытие сооружения и величины u, ε показаны кривыми *6*, а под сооружением — кривой *7* и далее через 0,5 м — кривыми *8—11*. Для грунта под сооружением параметр $a^{(1)}$ увеличен на mg. Давление отражения

на покрытие достигает $\Delta P/\Delta P_\Phi = 1{,}05$. Амплитуда волны сжатия на уровне верха покрытия составила $\Delta P/\Delta P_\Phi = 0{,}7$, т. е. коэффициент отражения можно определить отношением $K_{отр} = 1{,}05/0{,}7 = 1{,}5$. Амплитуда скорости сооружения u_c отстает по фазе от амплитуды массовой скорости в волне сжатия $u_г$, а отношение амплитуд составило $u_c/u_г = 0{,}67$.

Действие сейсмического возмущения на слой грунта с расположенным на нем сооружением моделировалось вертикальным смещением подстилающей скальной границы по закону $u = a_0 \exp(-\varepsilon_0 t)\sin \omega t$. Толщина грунтового слоя $L = 2{,}5$ м, $a_0 = 2$ см, $\varepsilon_0 = 39{,}8$ с$^{-1}$, $\omega = 125$ с$^{-1}$, остальные параметры те же, что и в предыдущем расчете. Принято, что среда имеет нулевое сопротивление разрыву. На рис. 9.15 показано изменение давлений и массовых скоростей ($v_0 \equiv u'/(\omega a_0)$), грунта во времени. Скорость скалы и давление под слоем показаны кривыми *1*, на глубине 2 м — кривыми *2*, скорость смещения сооружения и давление на фундамент — кривыми *3*. Зоны с нулевым давлением соответствуют периодам раскрытия трещин, связанного с подбросом сооружения. При соударении с грунтом давление под фундаментом достигло величины $P = 0{,}015\ C_2 = 2{,}7\ mg$.

Для проверки влияния размера дискретного элемента на воспроизводимый в расчете характер трещинообразования проведены вычисления по нагружению слоя среды Фойгта ($\rho_0 = 2{,}04 \cdot 10^3$ кг/м^3, $C_1 = 19{,}6$ МПа, $\tau = \mu_1/C_1 = 0{,}5$ мс) с нулевым сопротивлением разрыву высотой $L = 2{,}5$ м, расположенного на твердой преграде. Нагрузка-скачок давления $P_0 = 2\rho_0 Lg$ в течение времени $\theta = L/(C_1/\rho_1)^{1/2}$. Поскольку $\tau/\theta = 0{,}02 \ll 1$, то поведение среды должно быть близким к упругому. В сплошном упругом слое длительности импульса θ соответствует пробег упругой волны до твердой преграды, а растяжение, превышающее сжатие от собственного веса, впервые возникает при $t/\theta = 2{,}5$, $x/L = 0{,}5$, распространяясь к границам слоя со скоростью упругой волны.

На рис. 9.16 показано полученное в расчетах изменение со временем деформаций ε в различных сечениях слоя при $h = 5$, 2 и 0,5 (кривые *1—3* соответственно). Шаг счета по времени приняли из условия $\Delta t = \mu_1 h K/G_1$, в котором число K определили из выражения $K = ((1{,}5\ h^2 + 1)^{1/2} - 1)/(2h)$ [62] при $h < 2$ и $K = 0{,}5$ при

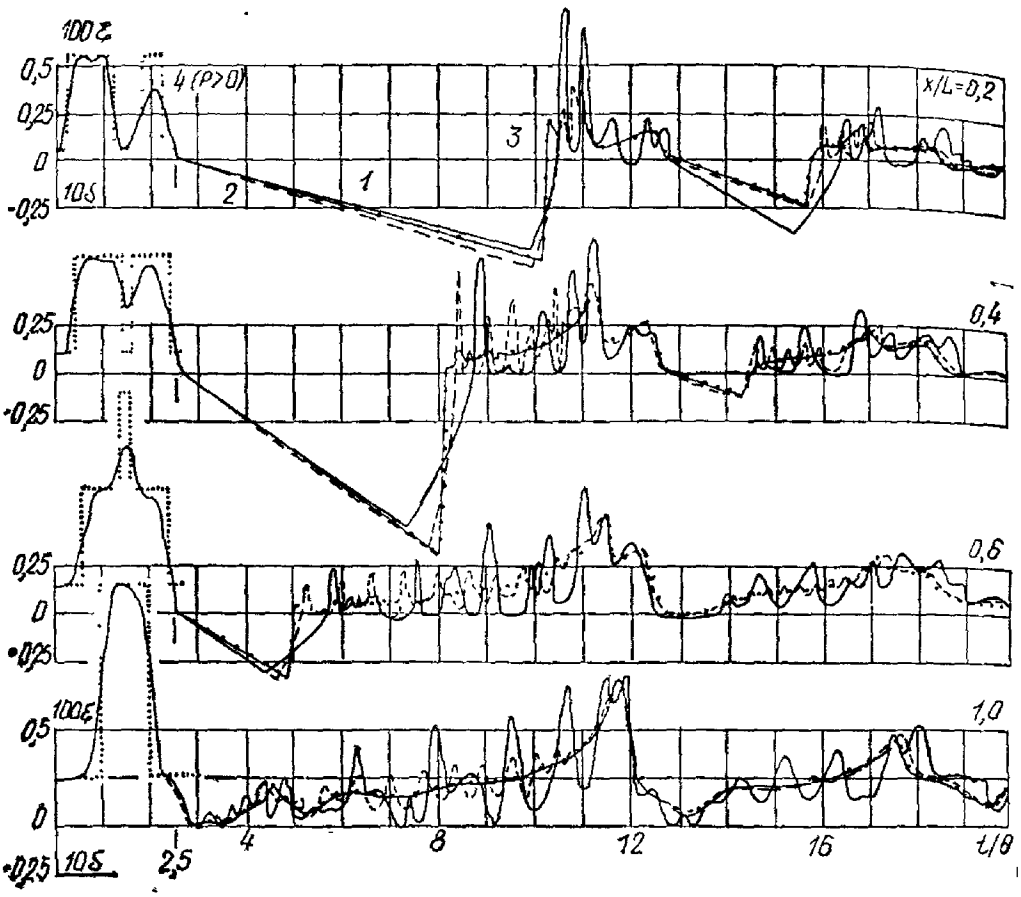


Рис. 9.16. Изменение деформаций ε и относительных размеров трещин δ в слое среды Фойгта с нулевым сопротивлением разрыву при действии прямоугольного импульса длительностью θ

$2 \leqslant h \leqslant 5$. Вклад вязких напряжений в зонах высоких скоростей деформации не превышает 10 %. Линиями *4* показана начальная фаза точного решения для упругого слоя, первоначально сжатого собственным весом, причем стрелкой помечено начало растяжения в центре слоя. В нижней части графиков показано изменение относительного размера $\delta = \delta^0/\chi$ трещин в периоды, когда $P = 0$ ($\varepsilon \sim 0$). Кавитация в среде Фойгта возникает также в центре слоя в тот же момент времени, причем верхняя часть полуслоя почти мгновенно диспергирует. Волна первичной кавитации распространяется к преграде со скоростью $\sim 1{,}1\ (C_1/\rho_0)^{1/2}$, а фронт смыкания трещин движется снизу вверх со значительно меньшей скоростью. Из графиков видна степень возрастания амплитуды флуктуаций с размером χ дискретного элемента, однако при $h \leqslant 2$ воспроизведение функций ε и δ является достаточно стабильным во всем рассмотренном временно́м

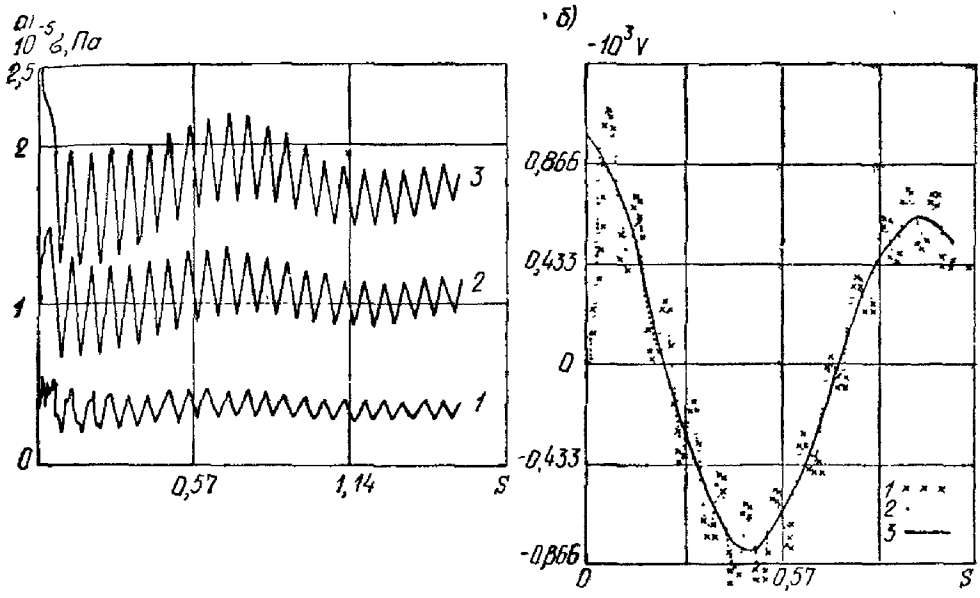


Рис. 9.17. Сейсмические волны в 10-м слое грунта с градиентностью по пределу текучести при движении скального основания при $\varphi=3{,}59$ р/с; а) давления, б) массовая скорость

интервале, содержащем две фазы кавитации. Флуктуации прекращаются при $h \leqslant 0{,}5$ и решение становится не зависящим от размера элемента.

Приведем примеры расчета прохождения сейсмических волн в мягком грунте, не воспринимающем растягивающих напряжений. Слой грунта толщиной 10 м расположен на скальном основании, движение которого задано в форме импульса смещения $u=u_m \exp(-\varepsilon_0 t)\sin \omega t$. Плотность грунта $\rho_0=1{,}76\cdot 10^3$ кг/м^3, параметры модели грунта $\mu_1=60$ кПа·с, $\mu_2=28$ кПа·с, $C_1=1{,}5\cdot 10^2$ МПа, $C_2=9{,}2$ МПа. Предел текучести у дневной поверхности $\sigma_{от}=20$ кПа. С глубиной предел текучести изменяется линейно $\sigma_+=\sigma_{от}+Kx$, $K=18$ кПа/м, т. е. среда с начальными напряжениями от бытового давления является градиентной по пределу текучести, причем σ_+ слегка превышает бытовое давление по всему слою, что предотвращает ползучесть. Проведен анализ влияния величины ω и упругих констант грунта на характер волн напряжений и кинематику грунтовых частиц на различных глубинах. На рис. 9.17 кривыми *1—3* показано изменение со временем $(s=\omega t/(2\pi))$ давлений σ и безразмерной массовой скорости $V \equiv v(\rho_0/C_1)^{1/2}$ на глубинах 2, 6 и 10 м при $u_m = 8$ см, $\omega = 3{,}59$ *рад*/с, $\varepsilon_0 = 0{,}26\,\text{с}^{-1}$. Как видно, волны напряжений, угасая с приближением к свободной

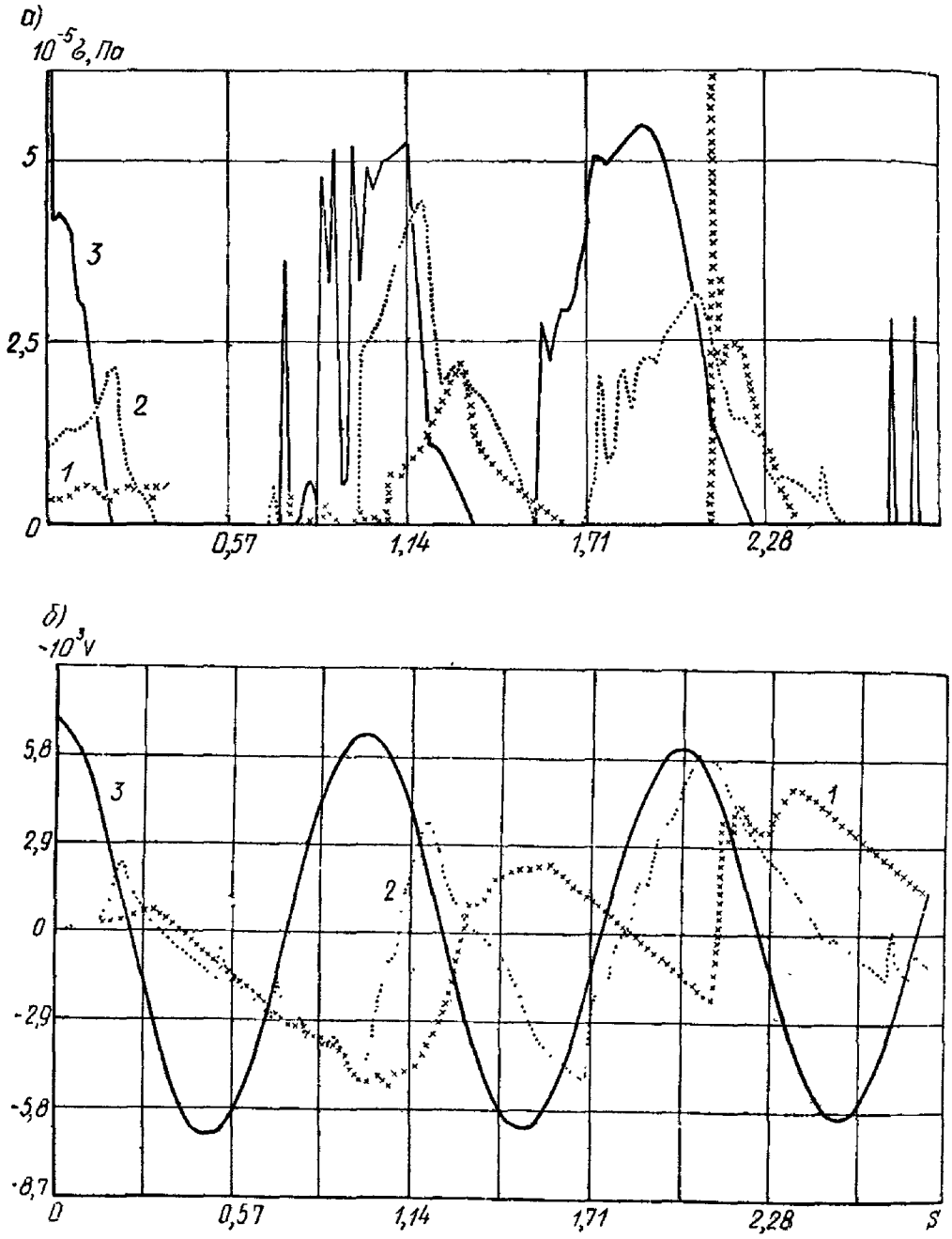


Рис. 9.18. Трещинообразование в 10-м слое грунта на глубинах 2,6 и 10 м (кривые *1—3*) в результате прохождения сейсмической волны при $\omega=25$ р/с
а — давления; *б* — массовая скорость

поверхности, несут две частоты, одна из которых соответствует ω, а другая — собственной частоте слоя, вычисленной через модуль C_1, причем амплитуда для второй частоты больше, чем для первой. Изменение скоростей частиц слабо зависит от глубины. Для выяснения влияния

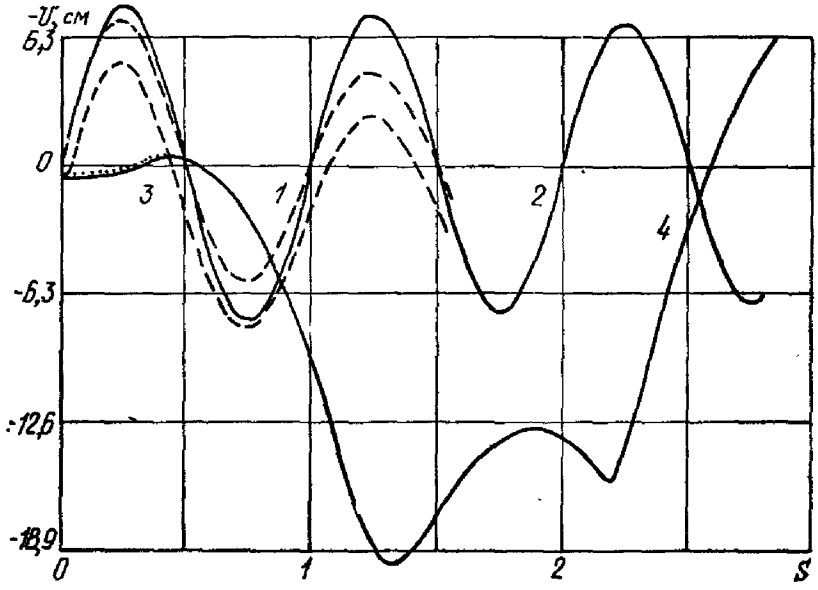


Рис. 9.13. Перемещения скального основания (кривые *1*, *2* соответствуют ω = =3,59 и 25 р/с) и поверхности грунта (кривые *3*, *4*)

повышения жесткости слоя с увеличением глубины, что может быть следствием роста напряжений от бытового давления, был просчитан вариант, в котором жесткость C_1 менялась с глубиной линейно от значения 150 до 200 МПа. При низкой частоте ($\omega=3{,}59$ *рад*/с) волновая картина изменилась несущественно.

Далее провели аналогичные расчеты при $\omega=25$ *рад*/с, результаты которых представлены на рис. 9.18. Вследствие больших давлений в грунте на границе со скалой, достигающих (с учетом веса) 0,55 МПа, с момента $s=$ $=0{,}2$ возникает волна трещин, движущихся к свободной поверхности. К моменту $s=3{,}4$ весь десятиметровый массив грунта переходит в дисперсное состояние. Затем в фазе обратного движения скального основания вследствие оседания грунта трещины смыкаются, что сопровождается резким ростом напряжений. На втором и следующих периодах колебаний происходит повторное диспергирование, причем в результате раскачки слоя скорости приповерхностных частиц постепенно достигают амплитуд для скалы. На рис. 9.19 показаны перемещения скалы для $\omega=3{,}59$ и 25 *рад*/с (кривые *1* и *2*) и соответственно поверхности грунта (*3*, *4*). Совпадение по фазе кривых *1* и *3* свидетельствует о квазистатическом характере волнового процесса при низкой частоте.

9.7. Методические основы динамических испытаний металлов при умеренных скоростях деформации

Испытания образцов материалов в диапазоне умеренных скоростей деформации (примерно до 20 $с^{-1}$), соответствующих условиям их работы в динамически нагруженных конструкциях, проводят с использованием копровых установок, а также на гидравлических и механических машинах. Наиболее распространенным видом динамических испытаний образцов сталей является их быстрое растяжение на разрывной машине при постоянной скорости v задающего привода машины. Данные испытаний партии образцов в широком диапазоне скоростей v представляют в зависимости от скорости средней относительной деформации $\varepsilon^{\cdot}$ на базе измерений l. Переход от скорости v к $\varepsilon^{\cdot}$ осуществляется с учетом жесткости k нагружающей системы.

Пусть загружающая конструкция испытательной машины представляет собой линейную деформируемую систему с жесткостью k_1, тогда ее абсолютная деформация δ_1 пропорциональна нагрузке P: $P=k_1\delta_1$.

Испытываемый образец имеет рабочую часть (с начальными длиной L_0 и площадью сечения F_0) и более жесткий участок, работающий упруго, с жесткостью k_2.

Будем считать, что образец и загружающая конструкция соединены последовательно, причем перемещение захвата представляет сумму абсолютных деформаций машины δ_1, жесткой части образца δ_2 и его рабочей части Δ.

Запишем условия совместности для скоростей и усилий $v=\dot{\Delta}+\dot{\delta}_1+\dot{\delta}_2$, $P=F_0\sigma=k_1\delta_1=k_2\delta_2$, где σ — напряжение в рабочей части образца, а точки означают производные по времени. Учтя выражение для относительной деформации рабочей части образца $\varepsilon=\Delta/l_0$, получим формулу для скорости деформации

$$\varepsilon^{\cdot}=v/L_0-\lambda\sigma^{\cdot},\quad \lambda=\frac{F_0}{L_0}(1/k_1+1/k_2), \tag{9.39}$$

содержащую параметр λ, зависящий от жесткости загружающей системы [30, 69]. Таким образом, имеем $\varepsilon^{\cdot}<v/L_0$.

До динамического предела текучести ($t<\tau$) $\varepsilon^{\cdot}=\sigma^{\cdot}E$.

(E — модуль Юнга) и функция $\varepsilon^{\cdot}(t)$ может быть задана по режиму v, так как в этих условиях

$$\varepsilon^{\cdot} = v/[L_0(1+\lambda E)],\ L_0(1+\lambda E) = \text{const}, \qquad (9.40)$$

причем жесткость рабочей части образца $k_0 = F_0E/L_0$. Поэтому для упругой стадии имеем

$$\lambda = \frac{k_0}{E}\left(\frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_2}\right),\ \varepsilon^{\cdot} = \frac{v}{L_0}\left(1+\frac{k_0}{K_1}+\frac{k_0}{k_2}\right)^{-1}.$$

Для жесткой части образца $k_2 = F_2E/L_2$, где F_2 — площадь; L_2 — длина, т. е. отношение $\gamma \equiv k_0/k_2 = F_0L_2/(L_0F_2)$ легко сделать $\gamma \ll 1$.

Однако отношение $k_0/k_1 \sim 1$, поэтому режим испытаний $\varepsilon^{\cdot}(t)$ по скорости $v(t)$ нельзя задать при $t > \tau$, так как неизвестна функция $\sigma^{\cdot}(t)$.

Если динамическая зависимость σ—ε при $v = \text{const}$ близка к диаграмме Прандтля, то при упругой стадии скорость определяют по формуле (9.40), а в пластической стадии скорость напряжения близка к нулю $\sigma^{\cdot} \sim 0$ и $\varepsilon^{\cdot} \sim v_0/l_0$, т. е. скорость $\varepsilon^{\cdot}$ возрастет при $t > \tau$ в $1+\lambda E$ раз. При снятии диаграмм σ—ε, если $\sigma^{\cdot} \geqslant 0$ (т. е. без разгрузки) при $v = \text{const}$, скорость деформации $\varepsilon^{\cdot}$ меняется в пределах $(1+\lambda E)^{-1} < L_0\varepsilon^{\cdot}/F_0 < 1$. При разгрузке $\varepsilon^{\cdot} < 0$ и скорость $\varepsilon^{\cdot}$ будет еще большей согласно (9.39). Накопленная в нагружающей системе энергия расходуется на деформацию образца.

Таким образом, при испытаниях образцов на разрывной машине с постоянной скоростью $v = \text{const}$ невозможно обеспечить соблюдение режима постоянной скорости средней деформации образца при переходе в пластическую стадию работы, так как $\varepsilon^{\cdot} = (v - F_0\sigma^{\cdot}/k)/L_0$, где k — суммарная жесткость нагружающей цепи; $\sigma^{\cdot}$ — скорость напряжения, зависящая от свойств исследуемого материала, в частности от реализуемой (в общем случае нелинейной) зависимости напряжение — деформация (σ—ε), которая априори неизвестна. Отсюда следует, что при $v = \text{const}$ скорость $\varepsilon^{\cdot}$ меняется и режим $\varepsilon^{\cdot} = \text{const}$ строго неосуществим. При нагружении $\varepsilon^{\cdot} < v/L_0$, а при разгрузке, например с верхнего предела текучести, $\varepsilon^{\cdot} > v/L_0$. Поэтому средняя скорость в опыте может существенно меняться, не говоря уже о локальных скоростях деформации (в зонах полос Людерса в стадии негомогенной деформации), существенно превышающих среднее

значение. Чтобы уменьшить влияние податливости машины, следует использовать образцы с достаточно малыми сечениями.

В упругой стадии $\sigma^{\cdot} = E\varepsilon^{\cdot}$ и режим $\varepsilon^{\cdot} = \text{const}$ возможен, причем $\varepsilon^{\cdot} = v/(\beta L_0)$, $\beta = 1 + k_0/k > 1$.

Как указывалось выше, при экспериментальном определении динамической зависимости напряжение — деформация или параметров закона деформирования сталей распространенным является квазистатический подход, в основу которого положено предположение о гомогенности (однородности) деформаций и напряжений в образце материала в течение конкретного опыта. Так, при испытании металлических образцов на копрах прямой стержень длиной l, опертый на достаточно жесткую преграду, подвергается продольному удару по свободному концу. Результаты экспериментов соотносят со средней скоростью деформации $\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = v_{\text{у}}/l$, где $v_{\text{у}}$ — скорость ударника.

При планировании таких испытаний в связи с волновыми процессами исходят из условий поддержания некоторой допустимой степени неоднородности напряжений и деформаций по длине образца [75]. В [12] высказывается сомнение в принципиальной пригодности квазистатического подхода для получения объективной информации по характеристикам материалов в динамике из-за влияния неоднородности деформаций даже в достаточно коротких образцах (тонких прокладках), когда существенно трение по торцам образца.

В работе [75] анализом размерностей показано, что при ударных испытаниях образцов сталей (слабочувствительных к скорости деформации, свойства которых описывают диаграммой Прандтля) при достаточно большой массе ударника характер негомогенности деформаций определяется параметром $V = v_0/v_{\text{кр}}$, где v_0 — начальная скорость удара, $v_{\text{кр}} = \sigma_{\text{т}}/\sqrt{\rho E}$ — критическая скорость удара. Численным анализом задачи удара получено, что для обеспечения режима деформирования, близкого к квазистатическому, следует принимать для v_0 значение, не превышающее $V_{\text{д}} = 0{,}04$. Соответствующая величина предельной скорости деформации зависит от длины образца l $\varepsilon^{\cdot} \leqslant V_{\text{д}}\sigma_{\text{т}}(l\sqrt{E\rho})^{-1}$.

При ударах по образцу в системе составных стержней, моделирующих податливость нагружающей цепи, полу-

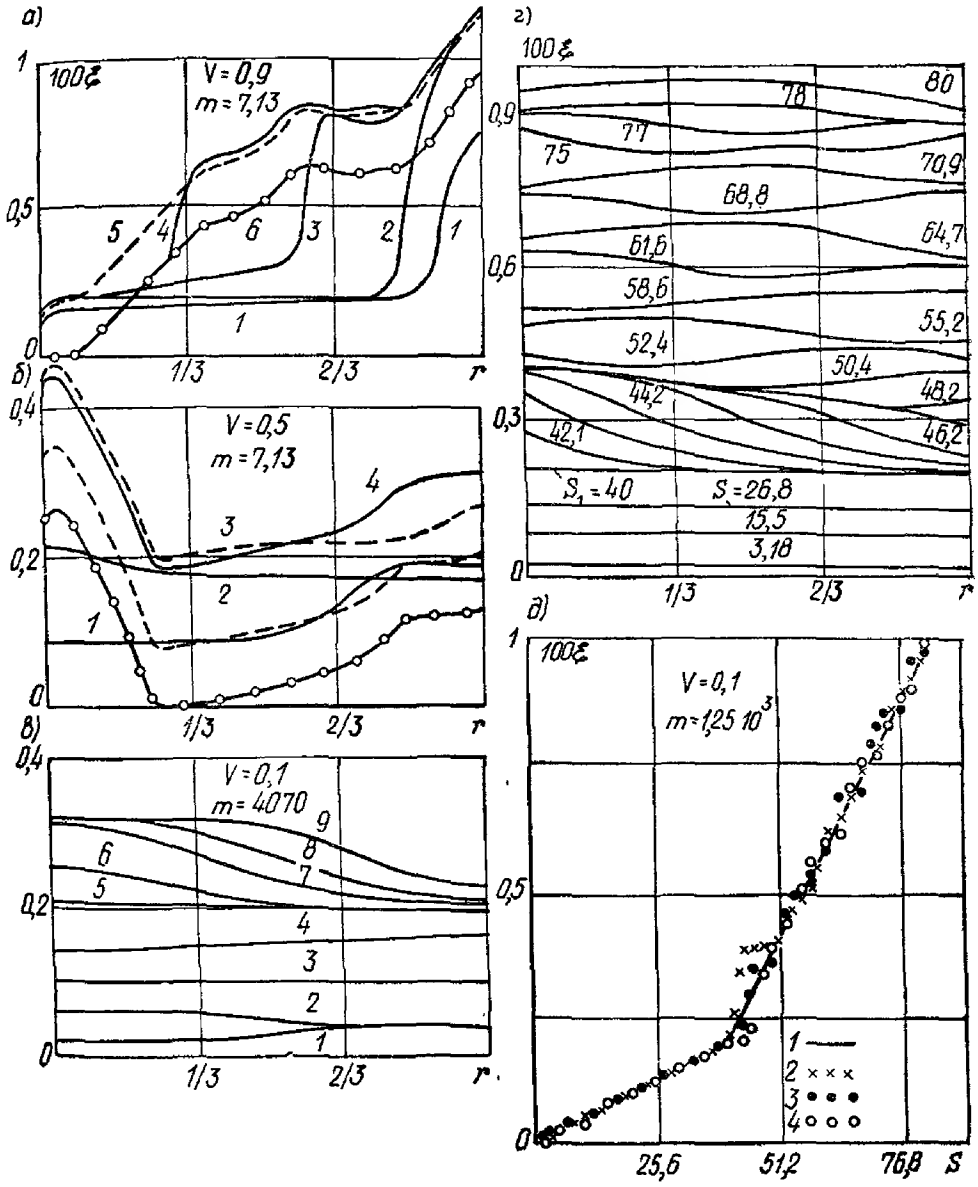


Рис. 9.20. Деформации в стержне ($r=x/l$) при докритических скоростях удара

а — кривые *1—6* для $s=t\sqrt{E/\rho}/l=1{,}33$; 2,07; 3,53; 5,58; 7,9; 11,5; *б* — для $s=1{,}3$; 2,06; 3,53; 5,6; 7,9; 9,3; *в* — для $s=1{,}48$; 2,49; 5,0; 7,5; 10,1; 10,8; 12,5; 13,5; 14,7; *г* — характер неоднородности деформаций в образце из стали марки 15ХА (числа соответствуют s); *д* — сравнение квазистатического (сплошная линия 1) и волнового (точки) режимов деформирования образца в составном стержне (2 — в плоскости удара; 3 — в центре; 4 — на конце образца), время отсчитывается от момента удара по передающему стержню; m — отношение масс ударника и образца; отношение модулей упрочнения и упругости $G/E=0{,}025$; $\sigma_т/E=0{,}002$

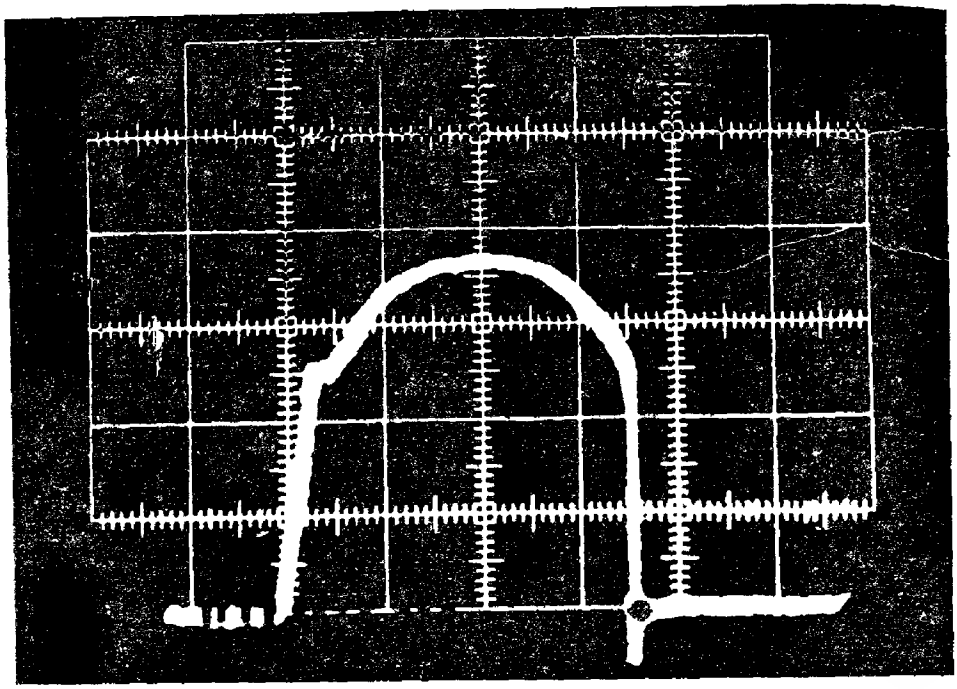


Рис. 9.21. Осциллограмма σ—ε, полученная при динамическом нагружении микрообразца стали класса А-III на машине «Инстрон». Четко фиксируется динамический предел текучести

чено аналогичное значение $V_д$ при изменении скачка скорости $\dot{\varepsilon}$ при переходе через предел текучести (рис. 9.20).

В [69, 71] приведены данные по испытаниям микрообразцов арматурной стали класса А-III на машине «Инстрон» по методике А. А. Гринева и В. А. Котляревского при скоростях деформации до 0,57 $с^{-1}$. Удлинение образцов ($d=3$ мм, $l/d=3$) осуществлялось после разгона до номинальной скорости подвижной траверсы машины, что исключало влияние колебаний при переходном процессе и обеспечивало стабильность режима нагружения, как это видно из осциллограммы рис. 9.21. Жесткость силовой цепи машины составила 0,25 МН/мм. В предположении наличия значимой в статистическом смысле линейной зависимости между $y \equiv \lg \sigma_т$ и $x \equiv \lg \dot{\varepsilon} >$ —3,5 получены при 23 °С оценки $\hat{a} = 1{,}74$, $\hat{n} = 0{,}038$ коэффициентов регрессии $y = \hat{a} + \hat{n}x$ и параметры $\alpha = 25{,}3$, $t_* = 0{,}32$ с, характеризующие чувствительность металла к скорости деформации [см. (9.46)]. Коэффициент вариации относительно линии регрессии составил 2 %. Предварительными опытами и расчетами на ЭВМ установлено, что отно-

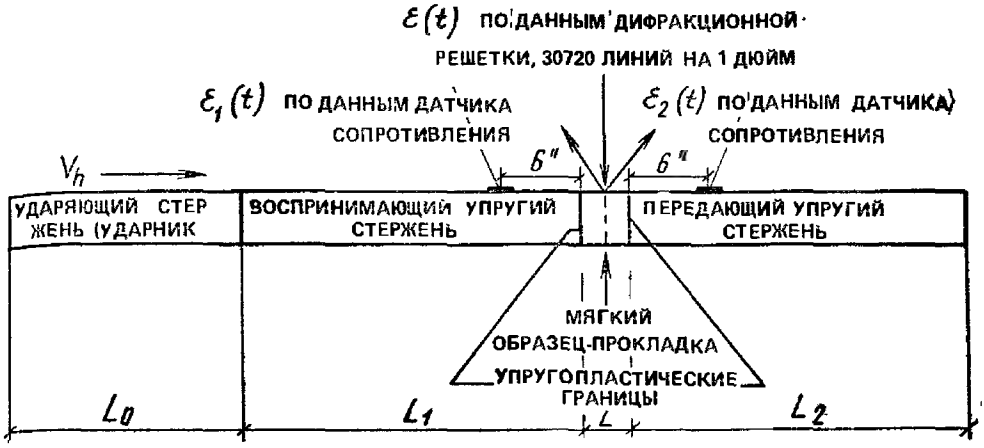


Рис. 9.22. Схема опыта с составным стержнем и дополнительными измерениями с помощью дифракционных решеток [12]

шение $l/d=3$ достаточно для исключения влияния концевых эффектов.

Широкое распространение в экспериментах при высоких скоростях удара получил метод разрезного стержня Гопкинсона — Кольского. Образец размещают между двумя высокопрочными стержнями — передающим и опорным (рис. 9.22). При ударе по передающему стержню возникают волны напряжений, регистрация которых позволяет на основе ряда гипотез построить для образца зависимость $\sigma \sim \varepsilon$ [40, 12].

Установка для динамических испытаний образцов материалов [58] (рис. 9.23) представляет однопролетную ферму *1*, состоящую из двух частей, соединенных шарниром *2*, на который через шток *3* и наковальню *4* передается динамическая нагрузка. Ферма установлена на опорные датчики *5*, в ее нижний пояс вмонтированы захваты *6* для крепления образцов *7*. Напряжения фиксируются с помощью тензорезисторов *8*, а деформация — реостатными датчиками *9*. Нагрузка создается на наковальне *4* взрывом заряда ВВ, ударом копровой установки или давлением пневмоустановки.

Метод определения динамического предела текучести по распределению остаточных деформаций при ударе стержня о жесткую преграду на основе жесткопластической модели материала предложен Тейлором. Анализ этого метода выполнен в работе [128]. Способ динамических испытаний материала в форме кольца (цилиндра),

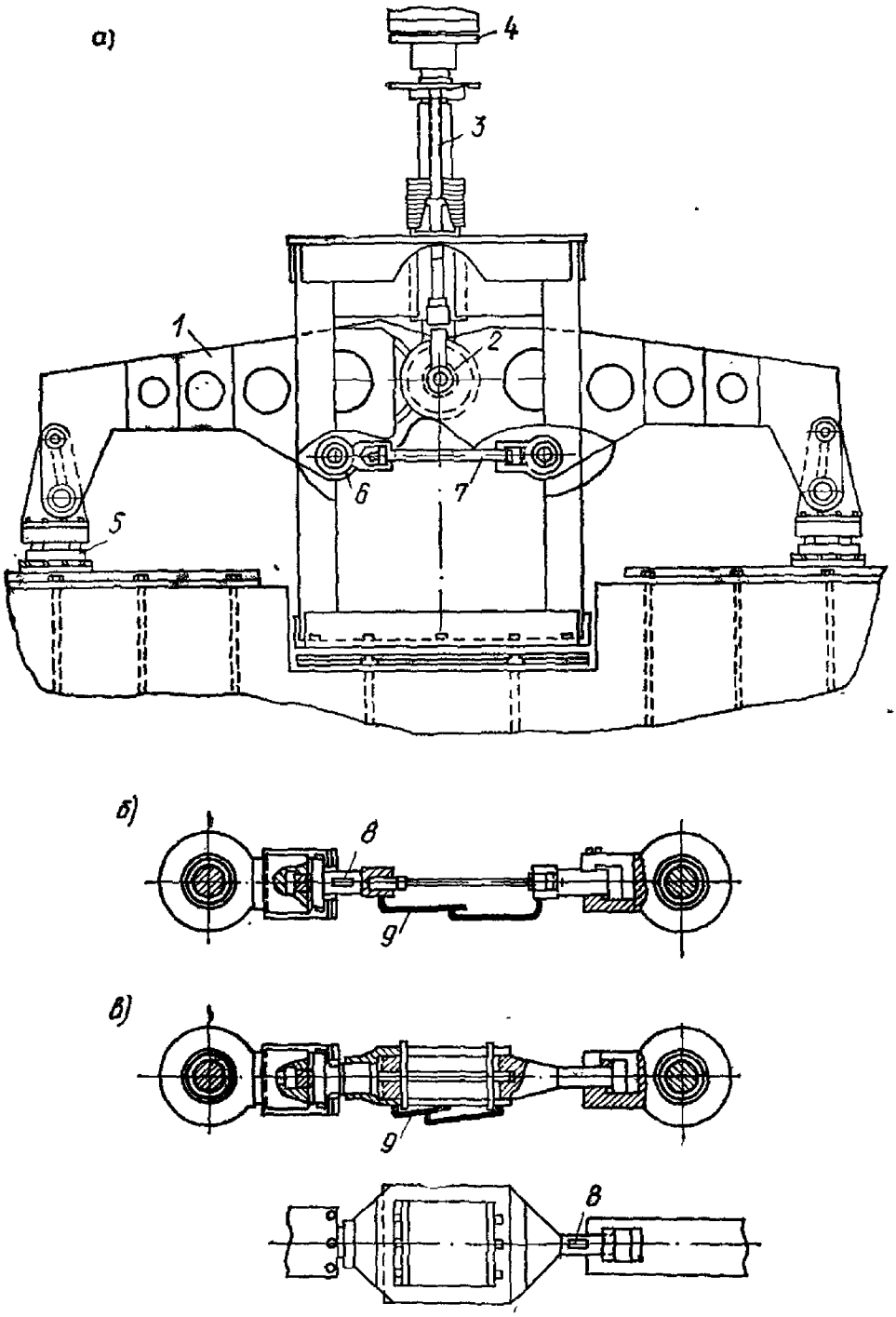


Рис. 9.23. Установка для динамических испытаний образцов материалов (*а*) и захваты для испытаний на растяжение (*б*) и сжатие (*в*) (реверсное устройство)

нагружаемого внутренним взрывом, обеспечивал скорость деформации $4 \cdot 10^3$ с$^{-1}$ при незначительном влиянии волновых процессов [40].

9.8. Модели металлических материалов

Волновая теория упругопластических сред (Х. А. Рахматулин, [113]) первоначально основывалась на нелинейной зависимости для простого напряженного состояния при нагружении

$$\sigma = F(\varepsilon) \tag{9.41}$$

с ветвями линейно-упругой разгрузки и повторного нагружения. Недавно разработан высокоточный, свободный от квазистатической гипотезы оптический метод регистрации профилей волн деформаций в микросекундных временных интервалах с использованием дифракционных решеток [11, 12] (см. рис. 9.22). На образец наносится цилиндрическая решетка (метки плотностью 30 000 линий на дюйм). При скоростной деформации образца меняется расстояние между метками и регистрируются угловые изменения дифракционных картин в монохроматическом свете. Экспериментами установлена применимость уравнения (9.41) для ряда материалов, слабочувствительных к скорости деформации. Предложена параболическая формула [11]

$$\sigma = \beta\varepsilon^{1/2} \quad \text{или} \quad \sigma = \left(\frac{2}{3}\right)^{r/2} \mu(0) B_0 (1 - T/T_m) \varepsilon^{1/2}, \tag{9.42}$$

где $\mu(T)$ — модуль сдвига; T — температура; $B_0 = 0{,}028$ — универсальная коистанта; $r = 1, 2, 3...$ — индекс формы, T_m — температура плавления.

Значимость этой формулы состоит в том, что постоянные упругости и коэффициенты параболы оказались связанными набором квантованных значений — как для различных материалов, так и для разных диапазонов работы каждого материала.

Как показали эксперименты, в стержне из материала, чувствительного к скорости деформации, предварительно нагруженном (вплоть до напряжений, близких к разрушающим) волны догрузки и разгрузки распространяются со скоростью упругих волн $C = \sqrt{E/\rho}$, а не с местной скоростью $C_1 = \sqrt{E_1/\rho}$, соответствующей касательному модулю $E_1 = d\sigma/d\varepsilon$, взятому из диаграммы (9.41). Этот

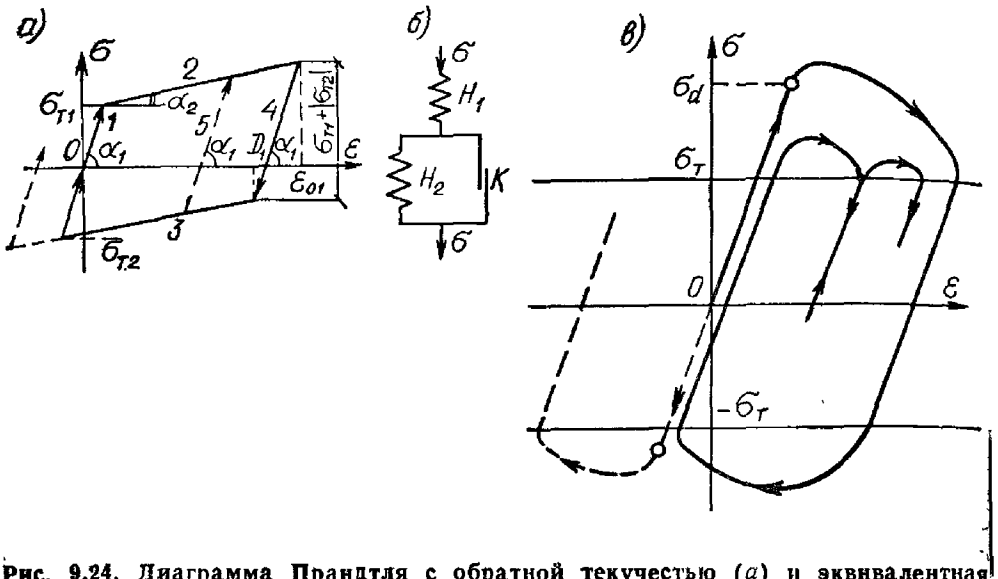


Рис. 9.24. Диаграмма Прандтля с обратной текучестью (*а*) и эквивалентная реологическая модель (*б*) с параметрами C_1 (для H_1) C_2(H_2), σ_T(K); формулы для пересчета величин (при $\sigma_{T1}=\sigma_{T2}$): $E=\operatorname{arctg}\alpha_1=C_1$; $\nu=\operatorname{arctg}\alpha_2=C_1C_2/(C_1+C_2)$; $\sigma_T=\sigma_{T1}$ (модель NIS2); возможные диаграммы σ—ε для модели NIS32, учитывающей влияние скорости деформации (*в*)

факт привел к уравнению состояния, учитывающему временны́е эффекты, когда соотношения $\sigma\sim\varepsilon$ зависят от режима деформации $F(\sigma', \sigma, \varepsilon', \varepsilon)=0$. В. Соколовским и Л. Мальверном предложена формула такого типа [20]

$$E\varepsilon' = \sigma' + \Phi(\sigma - \varphi(\varepsilon)) \quad (\sigma - \varphi(\varepsilon) > 0), \tag{9.43}$$

где $\varphi(\varepsilon)$ — статическая диаграмма $\sigma\sim\varepsilon$. Более общий вариант предложен Н. Кристеску

$$f(\sigma, \varepsilon)\varepsilon' = \sigma' + g(\sigma, \varepsilon). \tag{9.44}$$

Для малоуглеродистых и некоторых марок легированных сталей применяют формулу, соответствующую теории дислокаций [87]

$$\sigma = D(\varepsilon')^n, \tag{9.45}$$

где D, n — константы, зависящие от диапазона деформаций и температуры.

Рассмотрим используемые в описываемых ниже программных комплексах для прочностных расчетов конструкций на ЭВМ математические модели металлических материалов, отражающие их упругопластические свойства при динамическом нагружении. В некоторых из этих моделей учитываются временны́е эффекты (влияние скорости деформации), а также возможность циклического и повторного нагружения.

Модель NIS2 реализует упругопластическую билиней-

ную диаграмму Прандтля с переменной текучестью (рис. 9.24). Параметры модели: пределы текучести при растяжении $\sigma_{т1}>0$ и сжатии $\sigma_{т2}<0$, модуль упругости E и модуль упрочнения ν, предельные деформации растяжения ε_p и сжатия ε_L. Зависимости ε—σ на различных стадиях работы металла следующие. В упругой стадии (линия *1* на рис. 9.24)

$$\sigma_1 = E\varepsilon \quad (\varepsilon_{т2} < \varepsilon < \varepsilon_{т1});$$

$$\varepsilon_{т1} = \sigma_{т1}/E, \quad \varepsilon_{т2} = \sigma_{т2}/E.$$

В стадиях упругопластического деформирования (линии *2* и *3*)

$$\sigma_2 = \sigma_{т1} + (\varepsilon - \varepsilon_{т1})\nu \qquad (\dot{\varepsilon} > 0);$$

$$\sigma_3 = \sigma_{т2} + (\varepsilon - \varepsilon_{т2})\nu \qquad (\dot{\varepsilon} < 0).$$

При разгрузке и повторном упругом нагружении (линии *4* и *5*)

$$\sigma_4 = \sigma_{т1} + E(\varepsilon - \varepsilon_{01}) + \nu(\varepsilon_{01} - \varepsilon_{т1}) \quad (D_1 < \varepsilon < \varepsilon_{01});$$

$$\sigma_5 = \sigma_{т2} + E(\varepsilon - \varepsilon_{02}) + \nu(\varepsilon_{02} - \varepsilon_{т2}) \quad (D_2 > \varepsilon > \varepsilon_{02});$$

$$D_1 = \varepsilon_{01} - (\sigma_{т1} - \sigma_{т2})/E, \quad D_2 = \varepsilon_{02} + (\sigma_{т1} - \sigma_{т2})/E,$$

где ε_{01}, ε_{02} — деформации на линиях 2 и 3 в начале разгрузок.

Модель NIS31 соответствует упругопластической диаграмме с зубом текучести и линейным упрочнением с обратной текучестью (см. рис. 11.2 (8)). Напряжение на зубе текучести соответствует верхнему динамическому пределу текучести σ_d, а нижний — напряжению на линии упрочнения, т. е. в случае ненулевого модуля упрочнения слегка превышает статический предел текучести $\sigma_т$. Параметрами модели являются: $\sigma_т$, модули E, ν и константы α, t_* чувствительности материала к скорости деформации.

В упругой стадии зависимость ε—σ линейная $\sigma = E\varepsilon$. Динамический предел текучести σ_d определяют из условия [см. (9.57)] [137]

$$\sigma_d = \sigma(\tau), \int_0^{\tau} (|\sigma(t)|/\sigma_т)^{\alpha} dt = t_* \quad (|\sigma(\tau)| \geqslant \sigma_т) \qquad (9.46)$$

процедурой SDIN, в которой интеграл вычисляют суммированием с помощью формулы трапеций. В случае изменения знака напряжения на текущем j-том шаге времени Δt приращение интеграла ΔI вычисляют по формуле

$$\Delta I = [AS_1 + (\Delta t - A)S_2]/2, \quad A = \Delta t/(1 + S_2/S_1);$$

$$S_1 = (|\sigma_j|/\sigma_т)^{\alpha}, \quad S_2 = (|\sigma_{j-1}|/\sigma_т)^{\alpha}.$$

При $t=\tau$ напряжение падает до уровня одной из линий упрочнения (в зависимости от знака напряжения), и дальнейшее поведение материала соответствует модели NIS2.

В модели NIS32, в отличие от NIS31, за пределом динамической текучести аналогично (9.45) учитывается влияние скорости пластической деформации $\dot{\varepsilon}_p$ на напряжение [59, 66]

$$\sigma = \sigma_т k(\dot{\varepsilon}_p)^n \text{ или } \sigma/\sigma_т = (\dot{\varepsilon}_p/\dot{\varepsilon}_*)^n \ (t > \tau, \ |\sigma| > \sigma_т), \quad (9.47)$$

где $n = 1/(\alpha+1)$, $k = (Et_*/(n\sigma_т))^n$, $\dot{\varepsilon}_* = \sigma_т n/(Et_*)$ — предельная скорость деформации при статическом пределе текучести.

В модели NIS32 не учитывается зуб текучести, выражения (9.47) согласованы с критерием (9.46) и скорости $\dot{\varepsilon}_p > \dot{\varepsilon}_*$. Для арматурных сталей классов A-I, A-II, A-III соответственно $\dot{\varepsilon}_* = 7{,}1 \cdot 10^{-5}$; $1{,}4 \cdot 10^{-4}$; $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$.

Вместе с соотношениями $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_p$, $\dot{\varepsilon}_e = \dot{\sigma}/E$ получим зависимость, содержащую упругопластическую деформацию ε:

$$\dot{\sigma} = E\left[\dot{\varepsilon} - K_1\left(\frac{\sigma}{\sigma_т}\right)^{\alpha+1}\right], \quad K_1 = k^{-\alpha-1} = \frac{\sigma_т}{Et_*(\alpha+1)}. \quad (9.48)$$

После достижения динамического предела текучести σ_d в диапазоне напряжений $|\sigma| < \sigma_т$ происходят разгрузка и повторное упругое нагружение по закону Гука с исходным значением модуля упругости (см. рис. 9.24, 11.2 [9]). Формула (9.48) соответствует динамической диаграмме Прандтля в режиме постоянной скорости деформации $\dot{\varepsilon} = \text{const}$, т. е. диаграмме с постоянным напряжением текучести, равным σ_d.

При $\dot{\varepsilon} = \sigma_d/(\tau E) = \text{const}$ из (9.48) имеем

$$\sigma_d/\sigma_т = [t_*(\alpha+1)/\tau]^{1/\alpha}. \quad (9.49)$$

Исключив время запаздывания текучести τ, получим

$$\sigma_d/\sigma_т = (\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_*)^n. \quad (9.50)$$

Если реализуется диаграмма Прандтля без упрочнения, т. е. $\dot{\sigma} = 0$ и $\sigma(t) = \sigma_d$ при $t > \tau$, то скорость упругой деформации становится равной нулю $\dot{\varepsilon}_e = \dot{\sigma}/E = 0$ и $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_p$. Уравнение (9.48) $\dot{\sigma} = f(\dot{\varepsilon}, \sigma)$ интегрируется численным методом.

Интегрируя уравнение (9.48) на интервале временно́

го шага $\Delta t\,(t_j \leqslant t \leqslant t_{j+1})$ и центрируя интеграл двухшаговым методом, получим

$$\sigma_{j+1} - \sigma_j = \int_{t_j}^{t_{j+1}} f(\sigma, \varepsilon^{\cdot})\, dt,$$

$$\sigma_{j+1/2} = \sigma_j + 1/2\,\Delta t f\left(\sigma_j, \dot{\varepsilon_j}\right),\ \sigma_{j+1} = \sigma_j + \Delta t f\left(\sigma_{j+1/2}, \dot{\varepsilon}_{i+1/2}\right),$$

причем $\dot{\varepsilon}_{j+1/2} = {}^1/_2\,(\dot{\varepsilon}_j + \dot{\varepsilon}_{j+1/2})$. Формулы для вычисления напряжения представляют явный двухшаговый метод второго порядка точности (типа Рунге-Кутта).

В программе для ЭВМ использованы формулы, в которых учтена возможность реверсирования напряжений

$$\sigma_{j+1/2} = \sigma_j + \frac{1}{2}\Delta t E\left[\dot{\varepsilon}_j - K_1\left(|\sigma_j|/\sigma_{\text{т}}\right)^{\alpha+1} \operatorname{sgn}\sigma_j\right];$$

$$\sigma_{j+1} = \sigma_j + \Delta t E\left[\dot{\varepsilon}_{j+1/2} - K_1\left(|\sigma_{j+1/2}|/\sigma_{\text{т}}\right)^{\alpha+1} \operatorname{sgn}\sigma_{j+1/2}\right].$$

Сопоставив формулу (9.47) с уравнением состояния Соколовского-Мальверна (9.43), можно определить при $|\sigma| \geqslant \sigma_{\text{т}}$ вид функции Ф. Для случая $\varphi(\varepsilon) = \sigma_{\text{т}}$, обозначив $\chi \equiv \sigma - \sigma_{\text{т}}$, получим

$$\Phi(\chi) = \frac{\sigma_{\text{т}}}{t_*\,(\alpha+1)}\,(1 + \chi/\sigma_{\text{т}})^{\alpha+1} \quad (\chi \geqslant 0). \tag{9.51}$$

Чтобы учесть динамический предел текучести σ_d, ограничение для (9.51) следует заменить на $\chi \geqslant \chi_0$, где $\chi_0 = \sigma_d - \sigma_{\text{т}}$.

Рассмотрим одну из моделей класса мейзинг-систем с гистерезисом — модель упругопластического материала Ромберга-Осгуда [100] NIS9, применяемую для описания поведения металлических материалов, слабочувствительных к скорости деформации, подверженных, в частности, циклическим воздействиям. Модель в плоскости $\varepsilon - \sigma$ представляет синтез скелетной ветви (первичного нагружения), проходящей через начало координат

$$\varepsilon = \varepsilon_0\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{т}}} + \alpha\left|\frac{\sigma}{\sigma_{\text{т}}}\right|^r \operatorname{sgn}\sigma\right),\ \varepsilon_0 = \sigma_{\text{т}}/[E\,(\alpha+1)] \tag{9.52}$$

и ветвей разгрузки и повторного нагружения

$$\varepsilon = \varepsilon_* + \varepsilon_0\left(\frac{\sigma - \sigma_*}{\sigma_{\text{т}}} + 2\alpha\left|\frac{\sigma - \sigma_*}{2\sigma_{\text{т}}}\right|^r \operatorname{sgn}(\sigma - \sigma_*)\right), \tag{9.53}$$

где $\sigma_{\text{т}}$ — условный предел текучести; E — модуль Юига; $r > 1$ (целое число), α — коистаиты материала; σ_*, ε_* — напряжение и деформация в момент начала разгрузки или повторного нагружения.

Секущая на начальном участке диаграммы согласована с законом Гука: при $\sigma=\sigma_т$ $\varepsilon=\sigma_т/E$. При $r\to\infty$ модель переходит в идеальную упругопластическую диаграмму.

При численной реализации модели выражения (9.52), (9.53) аппроксимируются кубическими сплайнами и σ по значению ε определяется интерполяцией. Значения констант $\alpha\approx 0{,}5$, $r\approx 7$—8 [100].

Альтернативная форма модели Ромберга-Осгуда имеет вид [145]

$$\sigma = E(\varepsilon + K\varepsilon^N), \tag{9.54}$$

где K, N — константы, определяемые через координаты двух точек $(\sigma_1, \varepsilon_1)$, $(\sigma_2, \varepsilon_2)$ опытной кривой ε—σ:

$$N = 1 + \ln\left(\frac{m_1 - 1}{m_2 - 1}\right)\Big/\ln\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right), \quad K = (m_1 - 1)\,\varepsilon_1^{1-n},$$

где m_1E, m_2E — наклоны прямых, проходящих из начала координат через указанные две точки при наилучшем приближении (9.54) к опытной кривой.

Формула (9.54) в [145] использована для описания свойств высокопрочных сталей и алюминиевых сплавов. Для хромоникелевой стали при продольном сжатии $E=1{,}89\cdot 10^5$ МПа, $K=50, 54$, $N=1{,}958$, $m_1=0{,}60$, $m_2=0{,}85$.

В [60] рассмотрена задача динамического нагружения стального стержня как упругопластического материала с запаздывающей текучестью. В упругой стадии при условии $\gamma(t)<t_*\sigma_т^\alpha$ $\left(\gamma=\int_0^t \sigma^\alpha(\xi)\,d\xi\right)$ материал подчиняется закону Гука $\sigma=E\varepsilon$. За пределом упругости принято уравнение состояния

$$\frac{\sigma}{\sigma_т} = \left(\frac{\varepsilon^\cdot}{n\varepsilon^\cdot_*}\right)^n, \quad \varepsilon^\cdot_* = \sigma_т/(Et_*), \quad n = 1/(\alpha+1). \tag{9.55}$$

Соответствующее нелинейное уравнение распространения волн в пластической стадии имеет вид

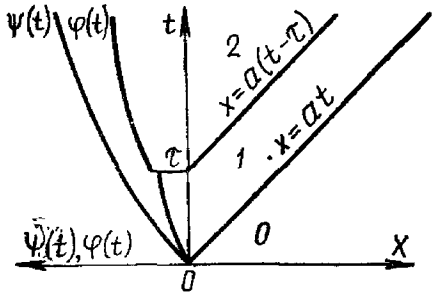
$$\frac{m}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial t}\right)^n = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ или } \frac{m}{\rho}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)^n = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}, \quad m = \frac{\sigma_т}{(n\varepsilon^\cdot_*)^n}.$$

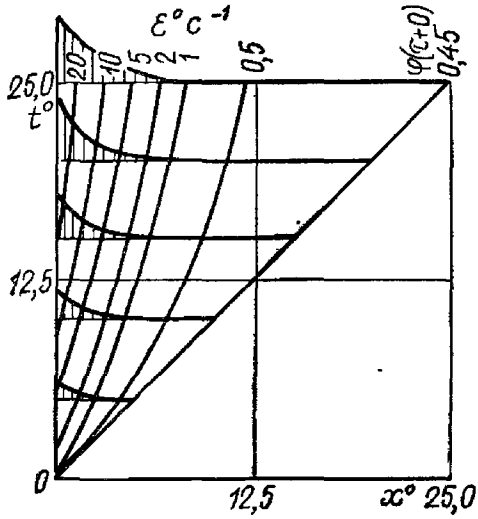
Линеаризация (9.55) в виде $\sigma=\sigma(\tau)+\nu(\varepsilon^\cdot-\varepsilon^\cdot(+\tau)$ приводит к уравнению для пластической стадии в форме уравнения теплопроводности

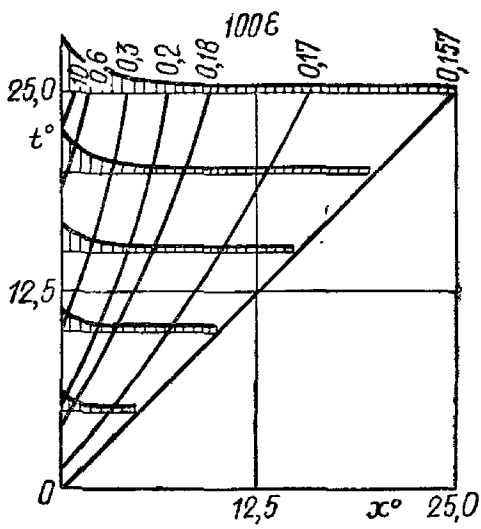
$$\frac{\partial T}{\partial t} = b^2\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad b^2 = \nu/\rho, \tag{9.56}$$

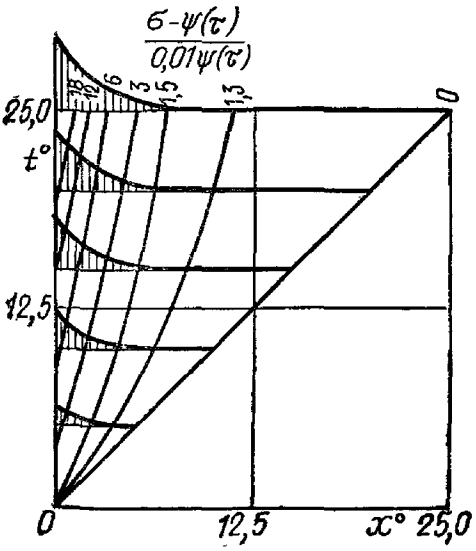
где T — любая из функций σ, v или $\varepsilon^\cdot$.

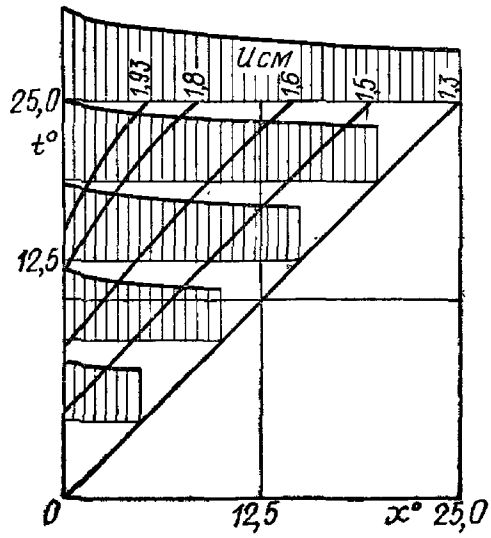
Рис. 9.25. **Области решения задачи прохождения волн в упругопластическом материале с запаздывающей текучестью и решение для области 2**











Пластической области предшествует упругая волна, распространяющаяся со скоростью $a=\sqrt{E/\rho}$ и с повторением истории напряженного состояния в каждом сечении при длительности τ упругой стадии в нем согласно условиям $\gamma(\tau)=t_*\sigma_т^{\alpha}$, $\sigma(\tau)\geqslant\sigma_т$. В плоскости xt рис. 9.25 имеем области 0 — ненапряженную, 1 — упругую и 2 — пластическую с подвижными границами $x=at$, $x=a(t-\tau)$. Сформулируем краевую задачу, определяющую функцию $\varepsilon^{\cdot}(x, t)$, удовлетворяющую для области 2 уравнению (9.56). Требуется найти решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=b^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\ (0<x<a(t-\tau))$$

при граничных и начальном условиях

$$\frac{\partial\varepsilon(0, t)}{\partial t}=\varphi(t),\ \frac{\partial}{\partial t}\varepsilon(a(t-\tau), t)=\frac{\partial\varepsilon(0, +\tau)}{\partial t}=\varphi(+\tau).$$

При заданной неубывающей непрерывной со своей первой производной функции $\Psi(t)=\sigma(0, t)$, характеризующей граничную нагрузку, скорость деформации терпит разрыв при $t=\tau$ $\varphi(-\tau)=\varepsilon^{\cdot}(0, -\tau)=\Psi^{\cdot}(\tau)/E$, $\varphi(+\tau)=\varepsilon^{\cdot}(0, +\tau)=\Psi^{\alpha+1}(\tau)/(t_*E\sigma_т^{\alpha}/n)$. Формулы для деформаций, напряжений и смещений имеют вид

$$\varepsilon(x, t)=\frac{\psi(\tau)}{E}+\int_{x/a}^{t-\tau}\varepsilon^{\cdot}(x, \xi)\,d\xi;$$

$$\sigma(x, t)=\psi(\tau)+\nu(\varepsilon^{\cdot}(x, t)-\varphi(+\tau));$$

$$u(x, t)=\frac{a}{E}\int_0^{\tau}\psi(\xi)\,d\xi+\int_x^{a(t-\tau)}\varepsilon(\chi, t)\,d\chi.$$

Численное решение задачи получено на ЭВМ методом прогонки. На рис. 9.25 показан пример, соответствующий нагрузке вида $\Psi=C\sigma_т\sin\omega t$ при $C=2$, $\omega=300$ рад/с, $\sigma_т=200$ МПа, $E=2{,}1\cdot10^5$ МПа, $\alpha=17$, $t_*=0{,}895$ с, $\rho=7{,}95\cdot10^3$ кг/м^3, $\nu=4{,}84$ МПа·с, $\tau=3{,}255$ мс. Решение представлено для области 2 на сетке $x^{\circ}=x/\Delta x$, $t^{\circ}=(t-\tau)/\Delta t$ с шагом вычислений $\Delta x=33{,}9$ см, $\Delta t=66{,}03\times10^{-3}$ мс. Из приведенных данных видно, что интенсивные пластические деформации концентрируются в сравнительно узкой зоне у нагружаемого конца стержня.

9.9. Режимы динамических испытаний сталей и некоторые результаты

Динамические испытания образцов стали в условиях одноосного напряжения проводят нестандартными методами в связи с отсутствием регламентирующих документов. Наиболее распространенными являются одномерные испытания в режимах: а) постоянной скорости деформации $\varepsilon' = \text{const}$; б) постоянной скорости напряжения $\sigma' = \text{const}$; в) внезапно приложенного постоянного напряжения $\sigma(t) = \text{const}$; г) удара $\sigma(t) \neq \text{const}$.

Режим а) при растяжении образца до его разрыва трудно осуществим в связи с влиянием податливости нагружающей системы машины и по другим причинам, поэтому получаемые в этом случае данные являются надежными лишь для верхнего динамического предела текучести. За пределом текучести динамическая диаграмма является условной. Режим б) может быть осуществлен с помощью системы автоматического регулирования с обратной связью. Режим в) осуществляется с помощью пневмоустановок большой мощности, а режим г) — на копрах.

Наибольшая чувствительность к динамике нагружения проявляется у малоуглеродистых сталей, причем она уменьшается с увеличением содержания углерода и других легирующих примесей. Высокопрочные легированные стали практически нечувствительны к скоростному нагружению и их динамические диаграммы σ—ε весьма близки к статическим. Ниже в основном рассмотрены динамические свойства малоуглеродистых сталей.

Наиболее чувствительны к режиму нагружения и скорости ε' динамический предел текучести и область малых деформаций диаграммы σ—ε. С ростом деформации ε влияние скорости уменьшается. Динамический предел текучести возрастает с увеличением скорости ε'. Обычно при испытании малоуглеродистых сталей фиксируется верхний $\sigma_т$ и нижний $\sigma_{тн}$ динамические пределы текучести, причем $\sigma_т < \sigma_{тн} < \sigma_т$. Верхний предел (зуб) текучести связан с закреплением дислокаций примесями в кристаллической решетке атомов углерода и с освобождением (отрывом) дислокаций от этих примесей (облаков или атмосфер Коттрела). При испытаниях чистого железа и сталей с легирующими элементами, связывающими

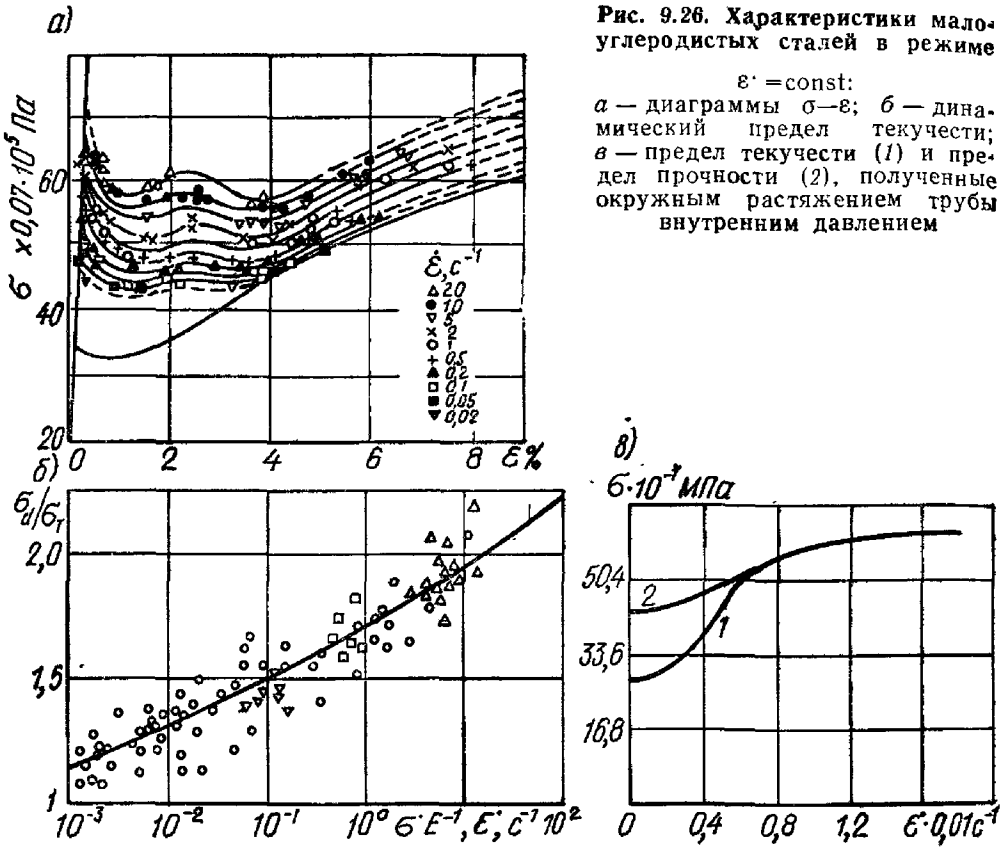


Рис. 9.26. Характеристики малоуглеродистых сталей в режиме $\dot{\varepsilon}=\text{const}$:
а — диаграммы σ—ε; *б* — динамический предел текучести; *в* — предел текучести (*1*) и предел прочности (*2*), полученные окружным растяжением трубы внутренним давлением

углерод и удаляющими его из решетки твердого раствора, зуб текучести не наблюдается.

Приведем результаты характерных динамических экспериментов с малоуглеродистыми сталями, чувствительными к скорости деформации, обработанных с использованием квазистатической гипотезы.

На рис. 9.26, *а* приведены диаграммы σ—ε для стали с 0,1 % С, полученные в опытах на сжатие с постоянной скоростью деформации на скоростной гидравлической машине [49]. На рис. 9.26, *б* показана зависимость динамического предела текучести от скорости $\dot{\varepsilon}$ для стали класса А-I, полученная при растяжении на установке рис. 9.23. В опытах Кларка и Дюве [98] для стали с содержанием углерода 0,22 % получено, что предел текучести растет, пока не достигнет предела прочности (рис. 9.26, *в*).

Динамическая прочность мягкой стали при растяжении вплоть до разрыва в режиме постоянной скорости напряжения $\dot{\sigma}=\text{const}$ в диапазоне 10^{-3}—10^{4} МПа/с ис-

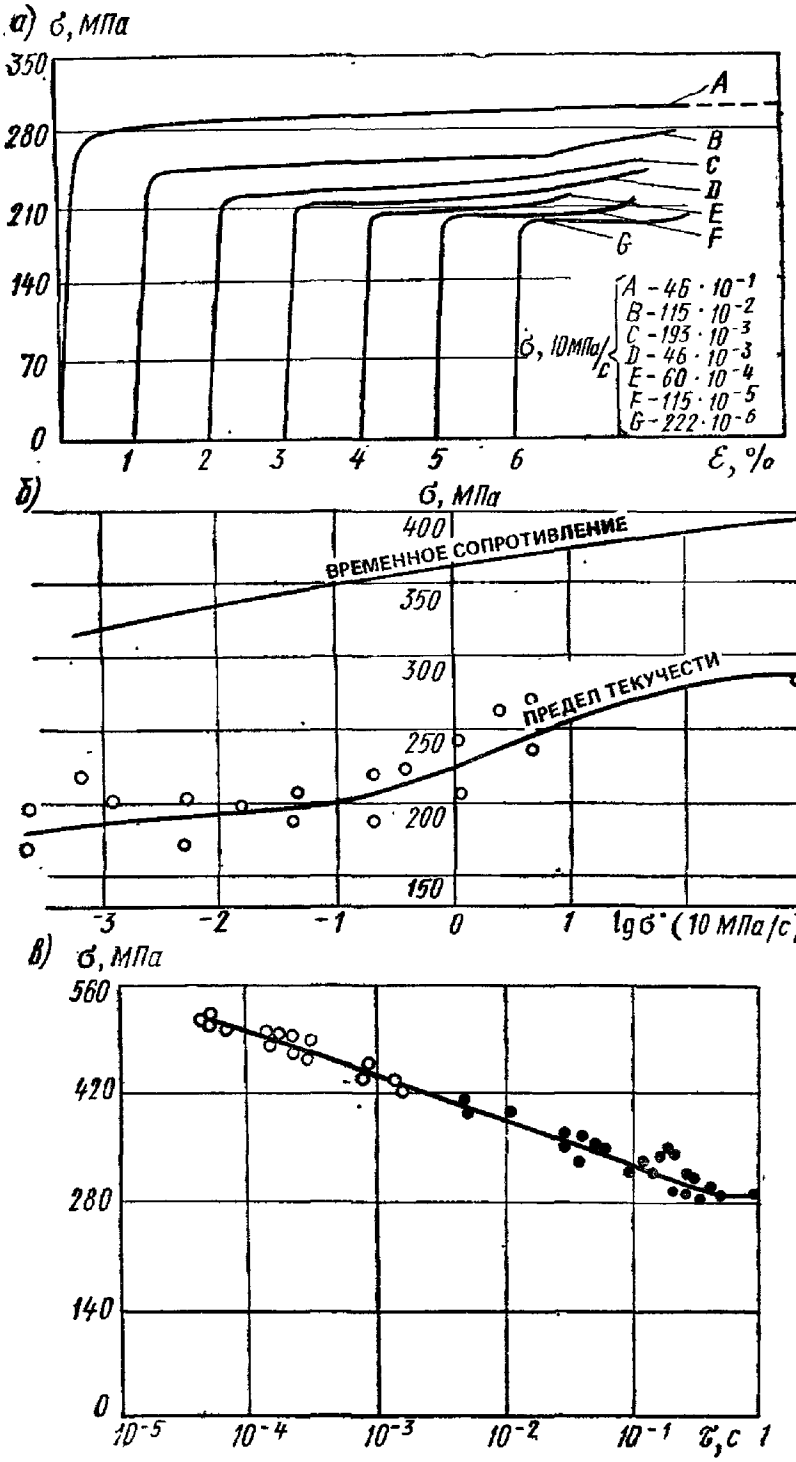


Рис. 9.27. Свойства сталей

а — диаграмма σ—ε; *б* — предел текучести и временное сопротивление в режиме $\dot{\sigma}$ =const; *в* — зависимость времени запаздывания τ динамической текучести от напряжения в режиме σ=const при сжатии и растяжении

следована Е. Девисом. На рис. 9.27, *а* приведены динамические диаграммы, а на рис. 9.27, *б* — зависимость предела текучести и временного сопротивления от скорости напряжения.

Сопротивление деформированию мягкой стали возрастает с ростом скорости напряжения. При увеличении скорости напряжения в диапазоне $1—10^4$ МПа/с предел текучести возрастает по сравнению со статическим примерно в 1,1—1,6, а временное сопротивление в 1,1—1,25 раза.

Если к образцу из мягкой стали за весьма короткий промежуток времени приложить напряжение σ, превышающее статический предел текучести, а затем это напряжение поддерживать постоянным, то от момента достижения максимального напряжения до момента τ начала пластических деформаций проходит определенный промежуток времени, названный временем запаздывания. Установлено, что время запаздывания зависит от величины напряжения.

Запаздывание динамической текучести в режиме нагружения $\sigma=\text{const}>\sigma_т$ соответствует динамическому пределу текучести σ. Характерной особенностью таких испытаний является заранее заданное значение верхнего и совпадающего с ним нижнего предела текучести. На рис. 9.27, *в* приведена зависимость времени τ от напряжения $\sigma=\text{const}$ в мягкой стали с $\sigma_т=280$ МПа (опыты Джонсона, Вуда и Кларка, 1953 г.). Установлено, что для напряжений, превышающих статический предел текучести, логарифм времени запаздывания уменьшается линейно по мере роста как растягивающих, так и сжимающих динамических напряжений. Этот закон ограничен снизу критическим напряжением — статическим пределом текучести. При напряжениях, равных статическому пределу текучести, время запаздывания неопределенно и может иметь любое значение — от одной секунды до нескольких минут. Запаздывание текучести при растяжении и сжатии в количественном отношении аналогично, в связи с чем данные по растяжению могут распространяться на сжатие.

Режим ударного нагружения характеризуется переменными скоростями деформации и напряжения и весьма незначительным временем нагружения. В начальной фазе удара эти скорости возрастают до максимальных значений, затем падают до нуля, и наступает разгрузка.

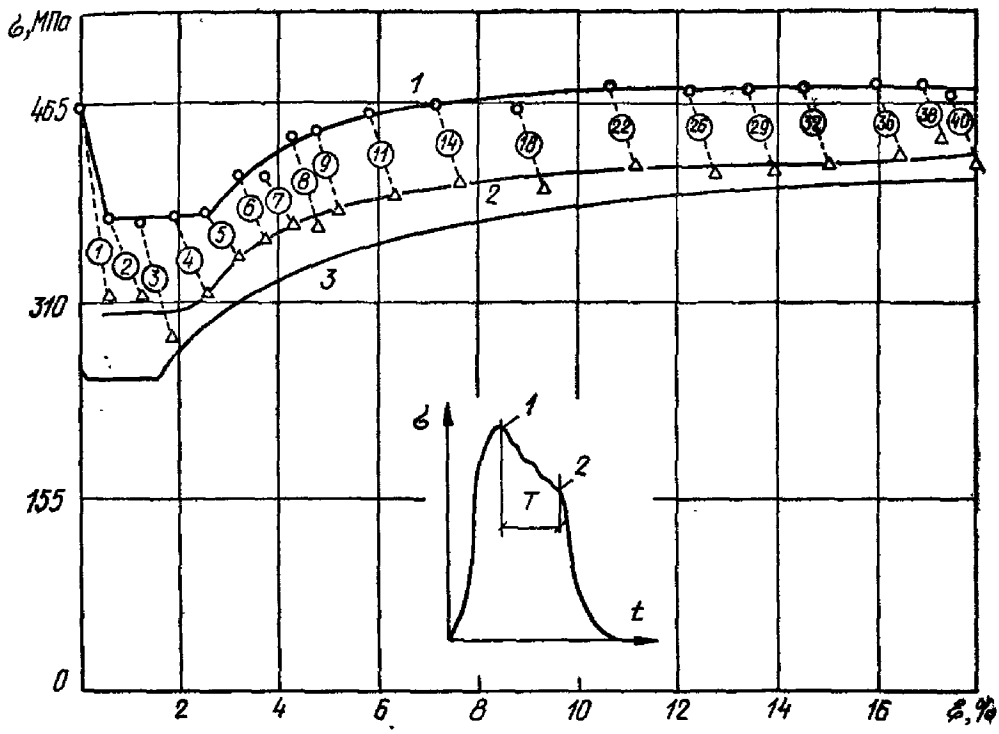


Рис. 9.28. Динамическая диаграмма мягкой стали, полученная при растягивающих ударных нагрузках, прикладываемых ступенями в течение около 1 мс

1 — динамическая текучесть; *2* — конец динамической текучести; *3* — статическая текучесть

Опытами Тейлора по растягивающему удару (ступенчатое нагружение) установлено, что мягкая сталь имеет верхний и нижний динамические пределы текучести, причем нижний предел, которому соответствует нулевая скорость деформации, выше статического (рис. 9.28). Пластические деформации распространяются вдоль образца неравномерно (негомогенность деформации).

Оригинальные опыты по определению верхнего динамического предела текучести проведены Р. Девисом. Ударом хромоникелевого шара высокой твердости по полированной пластинке из мягкой стали зафиксировано начало пластических деформаций по появлению отпечатка на ее поверхности. Время контакта шара с образцом составляло $30 \cdot 10^{-6}$ с, а время нагружения — около $15 \cdot 10^{-6}$ с. Отношение верхнего динамического предела текучести к статическому составило 2,04. Можно считать, что в этих опытах достигнуты практически минимально возможное время нагружения и предельное значение динамического предела текучести.

Д. Кемпбеллом [137] предложен критерий динамической текучести (9.46), хорошо описывающий поведение мягких сталей в условиях одноосного напряженного состояния

$$\int_0^{\tau} [\sigma(t)/\sigma_т]^{\alpha} dt = t_* \quad (\sigma(\tau) > \sigma_т), \tag{9.57}$$

где σ — напряжение; $\sigma_т$ — статнческнй предел текучести; α, t_* — материальные константы; $\sigma(\tau)$ — динамический предел текучести; τ — время запаздывания текучести.

Изучение механических свойств мягких сталей осложняется эффектом запаздывания динамической текучести, влиянием технологических факторов, химического состава и, по-видимому, комбинациями на различных этапах нескольких дислокационных механизмов с различными активационными характеристиками.

Согласие критерия (9.57) с макроскопически наблюдаемым динамическим пределом текучести объясняется тем, что этот критерий формально является также прямым следствием весьма общего принципа, согласно которому деформирование металлов представляет термически активируемый кинетический процесс, к которому применима теория скоростей реакций Аррениуса.

В условиях сложного напряженного состояния при использовании для стали условия пластичности Мизеса в формуле (9.57) σ имеет смысл интенсивности напряжений.

Заметим, что скоростное деформирование до динамического предела текучести эквивалентно скоростному нагружению $\sigma^{\cdot} = \varepsilon^{\cdot} E$.

Влияние скорости $\varepsilon^{\cdot}$ на отношение динамического и статического пределов текучести уменьшается с ростом статического предела текучести. Для сталей с содержанием углерода до 0,8 % наблюдается динамическая площадка текучести, причем ее протяженность и напряжение текучести возрастают с увеличением скорости деформации и понижением температуры.

В п. 10.3 сформулирована модель поведения малоуглеродистых сталей в динамике (формулы (10.78)—(10.84)), основанная на критерии (9.57). Сводка значений соответствующих констант для арматурных сталей классов А-I, А-II, А-III дана в табл. 9.4. Данные для сталей А-I и А-II получены при взрывном нагружении на установке рис. 9.23 (точеные образцы $d = 8$ мм, $l/d = 30$)

Таблица 9.4. Сводка констант для арматурных сталей классов А-I—А-III

Класс арматуры	α	ε_*	ν	t_*, с	$\lg\left(t_*\sigma_т^{\alpha}\right)$, с·Па$^{\alpha}$	$\sigma_d/\sigma_т$ при ε°=100 с$^{-1}$	$\sigma_в/\sigma_т$
А-I	17	26,2	0,430	0,895	142	2,2	1,59
А-II	20	14	0,265	0,50	169	1,9	1,67
А-III	25	7	0,127	0,32	214	1,65	1,50

и арматурных стержнях с жесткими вставками железобетонных балок (рис. 9.30, *а* [69]) при средней скорости деформации $\varepsilon^\cdot < 10\,с^{-1}$. Образцы из стали А-III испытывались на машине «Инстрон» при $\varepsilon^\cdot < 0{,}6\,с^{-1}$ (см. выше). Величины t_* отнесены к напряжениям $\sigma_т$, соответствующим нормативным сопротивлениям $R_а^н$. Эти данные ограничены диапазоном чувствительности сталей к скорости деформации (см. п. 10.3). Сводка данных $(\alpha, t_*\sigma_т^{\alpha})$ для сталей различного химического состава, обработки и для различных температур испытаний приведена в [121]. Указан диапазон для α от 5,2 до 44,1.
Для стали с 0,204 С, 0,84 Mn при Т=248 и 298 К α=9,5 и 8,2.

Для высокопрочных и термически упрочненных арматурных сталей (с условным пределом текучести σ_{02}) скоростные эффекты проявляются слабо (едва заметны лишь для классов А-IV и А-V при незначительном увеличении σ_{02}), поэтому в динамических расчетах конструкций с такой арматурой можно использовать статические диаграммы σ—ε с их аппроксимацией моделями мейзингтипа (9.52), (9.53).

9.10. Бетон и железобетон

При динамическом нагружении образцов бетона наблюдается повышение его прочности с ростом скорости деформации, причем проявляется тенденция к охрупчиванию — диаграмма $R \sim \varepsilon$ становится более жесткой (рис. 9.29, *а*).

Динамические характеристики бетона для 23 °С определяли при осевых ударах в режиме, близком к $\varepsilon^\cdot = \text{const}$, и на пневмоустановке, обеспечивающей режим $R = \text{const}$ при малом ($\leqslant$0,6 мс) времени нарастания нагрузки до

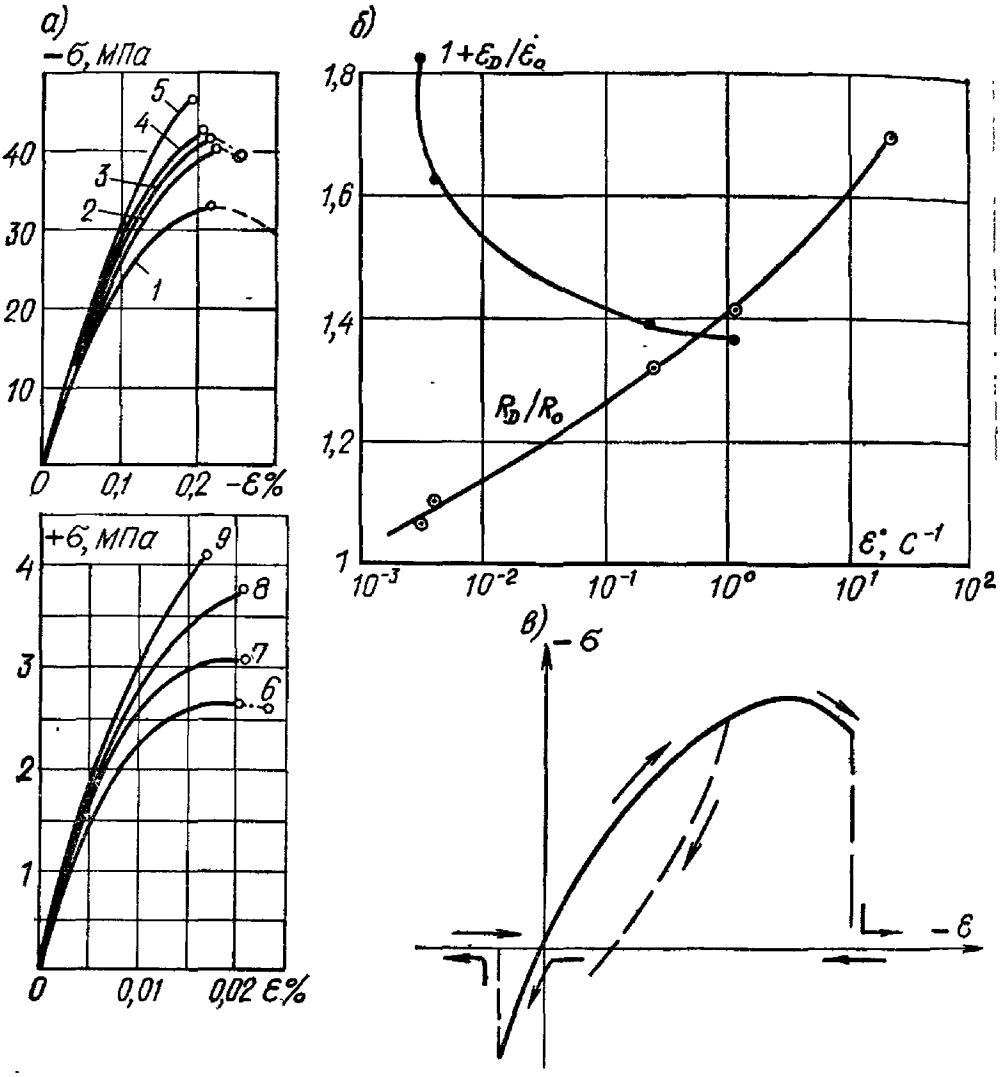


Рис. 9.29. Свойства бетонов

а — диаграммы ε—σ — образцов бетона до разрушения при длительностях сжимающей нагрузки 45 с (кривая *1*); 0,71 с (кривая *2*); 0,37 с (кривая *3*); 0,08 с (кривая *4*); 0,04 с (кривая *5*), растягивающей нагрузки 100 с (кривая *6*), 0,51 с (кривая *7*); 0,1 с (кривая *8*); 0,03 с (кривая *9*) [100]; *б* — зависимости прочности и предельной деформативности бетона при сжатии с различными скоростями ε̇; *в* — диаграмма модели бетона как нелинейно-упругохрупкого материала (в модели сжатие — со знаком минус)

номинала [66]. Испытывали цилиндрические образцы $d=6$ см, $l=10$ см мелкозернистого бетона на известняковом щебне крупностью до 15 мм класса В50 ($\rho=2{,}6\times$ $\times 10^3$ кг/м^3, В/Ц=0,7). Статические испытания проводили на прессе при скоростях деформации $\dot{\varepsilon}=10^{-5}$— $-4\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$. Опытами установлено, что с ростом скорости $\dot{\varepsilon}$ предел прочности R_D увеличивается, а предельная деформация ε_D убывает, причем при $\dot{\varepsilon}\geqslant 0{,}25$ с$^{-1}$ (время

нагружения до 12 мс) поведение бетона близко к упругому вплоть до нагрузок, вызывающих хрупкое разрушение. На рис. 9.29, *б* приведены зависимости R_D (ε'), ε_D (ε'), отнесенные к статическим значениям $R_0 = 50$ МПа, $\varepsilon_0 = 0{,}47$ %, взятым для $\varepsilon' = 10^{-5}$ с$^{-1}$.

При $R = \text{const}$ испытывали аналогичные образцы бетона классов В40, В15. Строили зависимости времени разрушения τ_+ от напряжения R_+ (см. [66]). В целях определения R_D бетона в конструкциях, т. е. для перехода от R_+ к R_D в произвольном режиме нагружения было предложено [65] использовать условие кинетического типа (9.57). Параметр чувствительности к скорости деформации α вычисляют по формуле $\alpha = -\ln(\tau_+/\tau_0)/\ln(R_+/R_0)$, в которой принимают экстраполированное значение $\tau_0 \to \tau_+$ при $R_+ \to R_0$ (в связи с неустойчивостью величины τ_+ при R_0). Для обоих классов бетона получены значения $\alpha \approx 15$, $t_* = 0{,}5$—$0{,}9$ с [66, 71].

В программах для ЭВМ (см. гл. 11) использованы процедуры-модели бетонов NIS1, NIS3, NIS4, отражающие их нелинейные упругохрупкие свойства. В модели NIS1 (рис. 9.29, *в*) таблично задана скелетная диаграмма σ—ε и указаны предельные значения для ε, соответствующие разрушению при сжатии и разрыве. При разрыве возникает трещина, однако при ее смыкании (схлопывании) сопротивление сжатию восстанавливается. При повторном раскрытии трещины сопротивление разрыву считается нулевым (трещина без «залечивания»). В модели NIS3 после достижения предельных деформаций материал разрушается и напряжения всегда нулевые, а в модели NIS4 после схлопывания трещины происходит ее «залечивание» — исходные свойства материала восстанавливаются.

Для иллюстрации многообразия форм проявления скоростных (временны́х) эффектов приведем некоторые результаты опытов по нагружению воздушной ударной волной однопролетных шарнирно опертых железобетонных балок (пролет длиной 150 см, высота 12,5 см, арматура класса А-I, диаметр 8 мм). В опытах осциллографировались: прогиб y — реостатом в центре балки, деформации ε — реостатными деформометрами Д (рис. 9.30) и тензорезисторами, наклеенными на арматуру и на сжатую грань бетона, а также опорные реакции — высокочастотными датчиками [82].

Некоторые стержни проточили из прутков $d = 16$ мм,

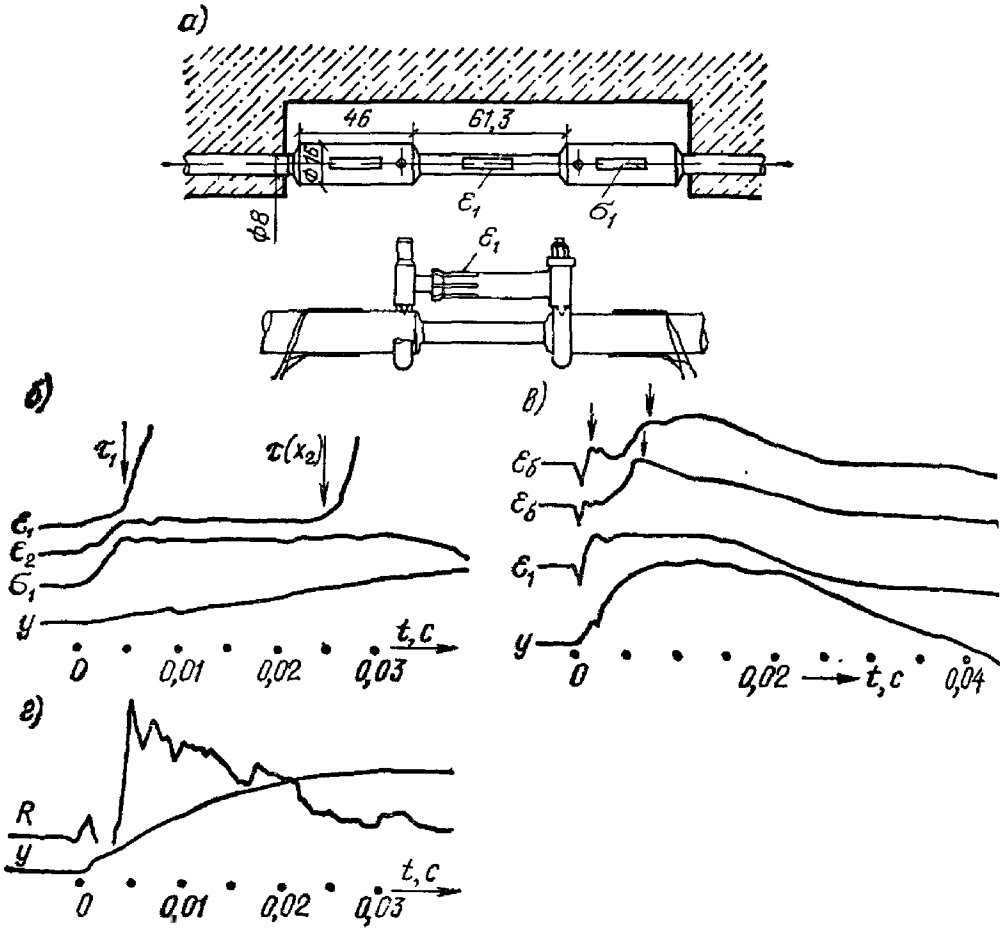


Рис. 9.30. Схема измерения деформаций и напряжений в арматуре железобетонных балок (*а*), осциллограммы прогибов y, опорных реакций R, напряжений в растянутой арматуре σ_1, деформаций в арматуре в центре ε_1, четверти ε_2, пролета и в сжатом бетоне $\varepsilon_б$ балок при действии воздушной ударной волны большой длительности $\tau_+ \geqslant 0{,}03$ с (*б*) и импульса взрыва (*в, г*)

Стрелки указывают время запаздывания текучести арматуры (*б*) и этапа хрупкого разрушения сжатой зоны бетона (*в*); после действия импульса балка получила остаточный прогиб в результате разрушения сжатого бетона (концу записи соответствует разгрузка)

причем в центре оставили утолщения для измерения упругих деформаций, что позволило следить за напряжениями в арматуре (σ_1) при пластическом деформировании. Датчики на бетоне закрыли щитками с прокладками, поставленными на клею вдоль контура. На рис. 9.30 приведены осциллограммы прогиба и напряженно-деформированного состояния арматуры балки (бетон В40, $\mu = 0{,}77\ \%$) под действием ударной волны. На осциллограммах деформаций и напряжений в растянутой арматуре в центре пролета четко видна упругая стадия, переходящая при $t = \tau_1$ в пластическую стадию работы

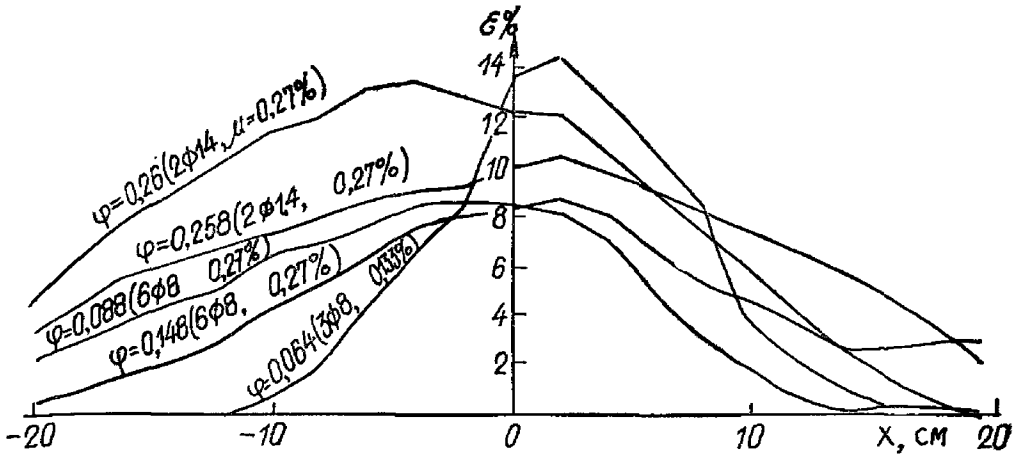


Рис. 9.31. Эпюры пластических деформаций растянутой арматуры железобетонных балок в зоне пластического шарнира при действии ударной волны (начало координаты совмещено с центром балки)

примерно с постоянным $\sigma(t)$, причем зуб текучести выражен крайне слабо, т. е. зависимость σ—ε для арматуры близка к динамической диаграмме Прандтля. В центре балки режим упругой деформации близок к линейному, т. е. оценка напряжения $\sigma(\tau_1)$ при переходе в пластическую стадию возможна в зависимости от скорости деформации $\varepsilon' = \sigma_т/(Et_т)$ ($t_т$ — время достижения напряжения $\sigma_т$).

Периферийные сечения x_2 дольше находятся в пределах упругости: напряжение $\sigma_2 = E\varepsilon_2$ до момента τ_1 меняется примерно линейно, а затем остается почти постоянным. Резкое возрастание деформации связано с исчерпанием упругости (времени запаздывания текучести τ_2) и соответствует продвижению пластической зоны к сечению x_2. Таким образом, для x_2, т. е. любого (нецентрального) сечения, линеаризация функции $\varepsilon(t)$ невозможна.

При средних скоростях упругой деформации $\varepsilon' = <5\,с^{-1}$ зуб текучести не наблюдается, т. е. в условиях динамического поперечного изгиба верхний и нижний динамические пределы текучести для малоуглеродистой стали отличаются слабо. Условия, обеспечивающие равенство этих пределов текучести, реализуются в опытах по регистрации времени запаздывания в режиме $\sigma = =\text{const}$.

Опыты показали, что в балках из бетона В15, В60 без сжатой арматуры при содержании растянутой арматуры $\mu = 0{,}285$—$1{,}53\,\%$ переход в пластическую стадию при

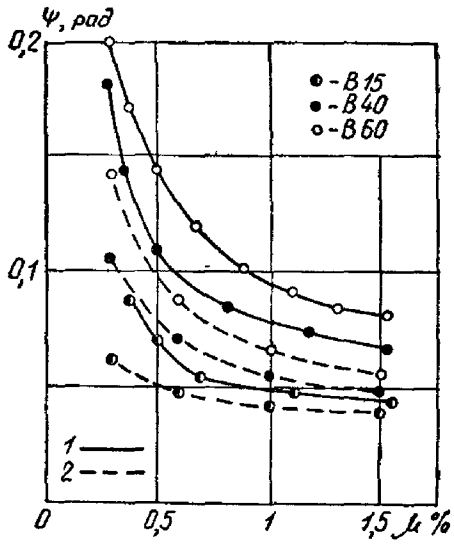


Рис. 9.32. Предельные углы раскрытия трещины в шарнире пластичности железобетонных балок для трех классов бетона (1 — эксперимент, 2— по СНиП II-II-77)

умеренных нагрузках сопровождается образованием стационарных пластических шарниров. В балках с малым μ раскрывается одна центральная трещина, а с повышенным — несколько трещин на центральном участке. Развитие пластического шарнира происходит при небольших μ в основном за счет пластических деформаций арматуры (рис. 9.31).

Сжатая зона начинает разрушаться при значениях прогибов, уменьшающихся с ростом коэффициента армирования μ (рис. 9.32). Разрушение сжатой зоны происходит в виде выкрашивания бетона или выкола целых призм, что сопровождается уменьшением момента M в шарнире (рис. 9.33) (фиксируется по резкому убыванию реакции $R(t)$ — см. рис. 9.30, *г*). С увеличением динамичности нагрузки и ростом скорости деформации предельные значения угла $\varphi_{пр}$ слабо возрастают.

В табл. 9.5 даны максимальные значения углов поворота φ жестких звеньев балки в пластической стадии,

Таблица 9.5. Предельные углы хрупкого разрушения железобетонных балок

Класс бетона	Предельный угол $\varphi=1/2\,\Psi$ в радианах при μ, %				
	0,285	0,38	0,77	1,15	1,53
B15		0,044	0,026	0,024	0,023
B40	0,09	0,067	0,043	0,038	0,034
B60	0,10	0,085	0,055	0,045	0,041

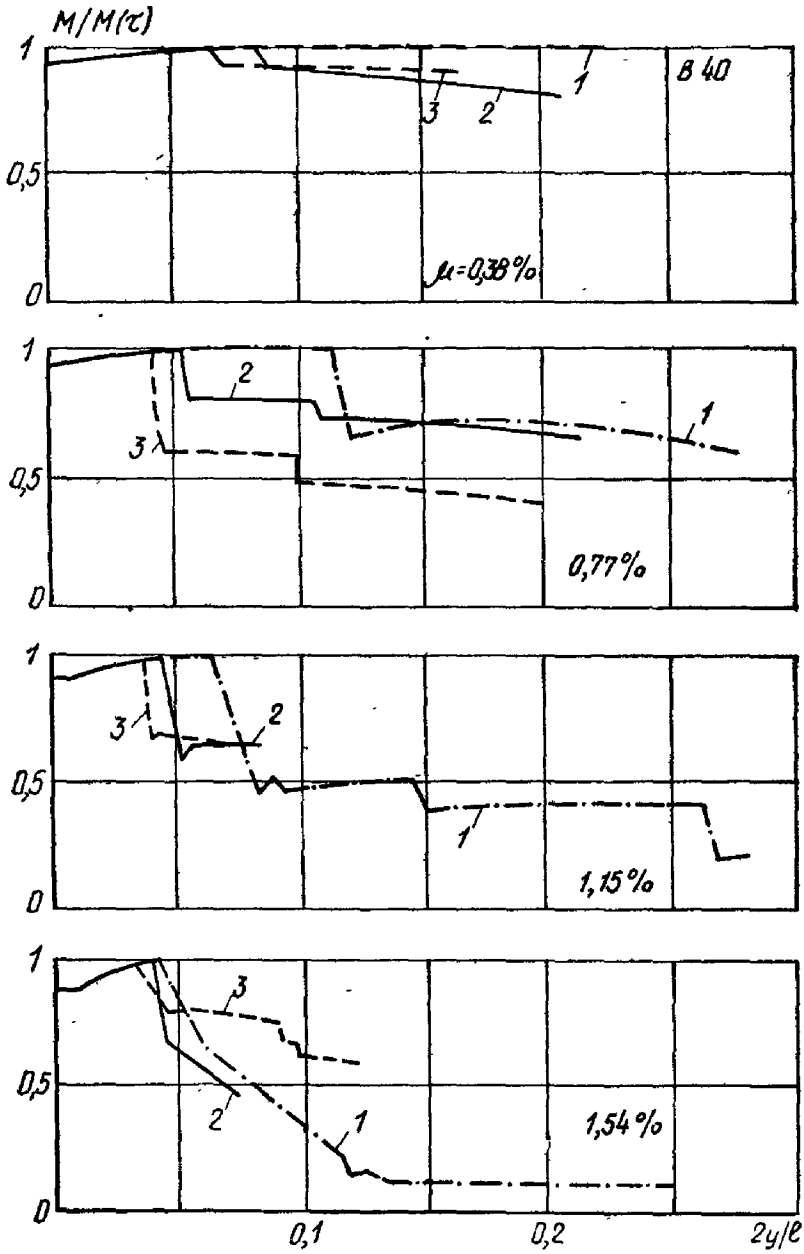


Рис. 9.33. Изменение изгибающего момента в пластическом шарнире балок с прогибом в процессе хрупкого разрушения сжатого бетона (класса В40), арматура — гладкая (А-I, Ст3). Диапазоны скорости деформации крайней фибры бетона при действии ударной волны: 0,8—1,5 $с^{-1}$ (кривая *1*), 0,1—0,3 $с^{-1}$ (*2*); статика: 10^{-4} $с^{-1}$ (*3*)

при которых еще не наблюдается уменьшение момента в пластическом шарнире за счет хрупкого разрушения (выкола) сжатого бетона (угол раскрытия трещины в шарнире $\Psi = 2\varphi$).

При больших μ сжатая зона разрушается при упру-

гой работе растянутой арматуры. На рис. 9.30, *в* показана осциллограмма деформаций арматуры ε_1 и сжатой фибры бетона $\varepsilon_б$ вблизи центра балки из бетона В15, $\mu = 1{,}9$ %. При упругой работе арматуры в результате хрупкого разрушения бетона, перераспределения напряжений и перемещения сжатой зоны вглубь материала вблизи выколовшейся призмы образовалась зона разгрузки (фиксируется по резкому спаду деформации $\varepsilon_б$ при продолжающемся росте прогиба).

Разрушение сжатой зоны приводит к уменьшению плеча внутренней пары в шарнире, которое можно оценить по изменению (резкому уменьшению) опорной реакции $R(t)$ и момента в пластическом шарнире (рис. 9.33).

Приведенные данные можно использовать при нормировании предельных состояний железобетонных конструкций по углу раскрытия трещин Ψ в пластических шарнирах прямолинейных и криволинейных элементов с любой схемой опорных закреплений, работающих в основном на изгиб, так как разрушение бетона в зоне трещины — локальный эффект, слабо зависящий от геометрии конструкции в целом. На рис. 9.32, *б* приведены соответствующие табл. 9.5 графики зависимости предельных углов Ψ в шарнире пластичности от содержания арматуры μ и класса бетона, которые сравниваются с данными СНиП II-II-77. Сравнение показывает, что данные, приведенные в СНиПе, имеют некоторый резерв прочности.

При расчете железобетонных элементов по прочности согласно СНиП 2.03.01—84 для нормальных сечений предельные усилия определяют, исходя из следующих предпосылок: сопротивление бетона растяжению равно нулю; напряжение в сжатой зоне бетона равномерно и равно расчетному значению сопротивления $R_в$, напряжение в арматуре принимают не более расчетных значений сопротивления растяжению R_s и сжатию R_{sc} и определяют в зависимости от высоты сжатой зоны x. Так, для элементов прямоугольного сечения из условия равновесия динамических сил

$$x = \left(K_s R_s A_s - R_{sc} A_s'\right)\left(K_в R_в b\right)^{-1} \text{ при } \xi = \frac{x}{h_0} \leqslant \xi_R^Д =$$

$$= \omega\left[1 + \frac{K_s \tau_{sR}}{\sigma_{sc,u}}\left(1 - \frac{\omega}{1{,}1}\right)\right]^{-1},$$

где A_s, A_s' — площади сечений растянутой и сжатой арматуры; b–

ширина, h_0 — рабочая высота сечения; $\omega=\alpha_1-0{,}008R_в$ — характеристика сжатой зоны бетона; ξ_R — граница переармирования; K_s, $K_в$ — коэффициенты упрочнения арматуры и бетона (в первом приближении принимают значения по средней скорости деформации $\varepsilon^* \sim 0{,}5$ с$^{-1}$, $K_s=1{,}3$, $K_в=1{,}2$).

Для тяжелого бетона $\alpha_1=0{,}85$; для ненапрягаемой арматуры классов А-I—А-III $\sigma_{sR}=R_s$, а предельное напряжение в сжатой арматуре $\sigma_{sc,u}=400$ МПа. Расчетные значения сопротивления арматуры $R_s=R_{sn}/\gamma_s$; нормативные значения сопротивления растяжению R_{sn}, коэффициенты γ_s и модули упругости E_s даны в табл. 9.6.

Таблица 9.6. **Параметры арматуриых сталей**

Класс арматуры	R_{sn}, МПа	γ_s	$10^{-4}\cdot E_s$, МПа
А-I	235	1,05	21
А-II	295	1,05	21
А-III ($d=6$—8 мм)	390	1,10	20
А-III ($d=10$—40 мм)	390	1,07	20

Расчетное значение сопротивления бетона сжатию $R_в$ и растяжению $R_{вt}$ для предельных состояний первой группы определяют по формулам $R_в=R_{вn}/\gamma_{вc}$, $R_{вt}=R_{вtn}/\gamma_{вt}$, где $R_{вn}$ — нормативное значение сопротивления бетона сжатию (призменная прочность); $R_{вtn}$ — нормативное значение сопротивления осевому растяжению; $\gamma_{вc}$ — коэффициент надежности по бетону при сжатии; $\gamma_{вt}$ — при растяжении. Для тяжелого бетона нормативные значения сопротивлений, коэффициентов надежности и начальных модулей упругости $E_в$ (естественное твердение) при классе по прочности на сжатие приведены в табл. 9.7.

При $\xi\leqslant\xi_R^д$ до разрушения элемента происходит пластическое деформирование арматуры, а при $\xi>\xi_R^д$ — хрун-

Таблица 9.7. **Параметры бетонов**

Класс бетона	$R_{вn}$, МПа	$R_{вtn}$, МПа	$\gamma_{вc}$	$\gamma_{вt}$	$E_в\cdot 10^{-3}$, МПа
В30	22	1,8	1,3	1,3	36,0
В40	29	2,1	1,3	1,3	32,5
В50	36	2,3	1,3	1,3	39,0

кое разрушение по сжатому бетону без пластических деформаций в арматуре. По данным И. Белоброва, для динамически нагруженных элементов оптимальное значение коэффициентов армирования $\mu_{опт} = 0{,}235\, K_в R_в (K_a R_a)^{-1}$.

Изгибаемые железобетонные элементы, армированные сталями с физическим пределом текучести (классы А-I—А-III) при $\xi \leqslant \xi_R^д$, под нагрузкой проходят три стадии деформации: I — без трещин; II — упругая работа с трещинами в растянутом бетоне; III — работа в пластической стадии до хрупкого разрушения сжатой зоны, соответствующего предельному состоянию Ia. В динамических расчетах I стадией работы без трещин обычно пренебрегают (в запас прочности), рассматривая при $\xi \leqslant \xi_R^д$ упругую и пластическую стадии работы сечения, а при $\xi > \xi_R^д$ — упругую и хрупкую. В упругой стадии жесткость сечения B определяют по формуле [107]

$$B = B_0 \frac{1 - M_т^д / M_0^д}{1 - \rho_0/\rho_1}, \quad B_0 = \frac{h_0 z_1 E_s A_s}{1 + 0{,}9\mu n/(\gamma' + \xi_т)},$$

$$\mu = \frac{A_s'}{bh_0}, \quad n = \frac{E_s}{E_b},$$

где $\xi_т = \xi$ при $\xi \geqslant 0{,}2$ и $\xi_т = 0{,}1 + 0{,}5\,\xi$ при $\xi > 0{,}2$; $M_0^д$ — предельный динамический момент, $1/\rho_0$ — соответствующая кривизна; $M_т^д$, $1/\rho_1$ — момент и кривизна при образовании трещин (a' — верхний защитный слой)

$$M_0^д = K_s R_s A_s h_0 (1 - \xi/2) - R_{sc} A_s' (a' - x/2),$$

$$M_т^д = K_в R_{вt} W_т,$$

$$1/\rho_0 = M_0^д / B_0, \quad 1/\rho_1 = M_т^д / B_1.$$

Упругопластический момент сопротивления приведенного сечения по растянутой зоне $W_т$ определяют по формуле (230) руководства [135], а z_1, γ' — по формулам (267), (269) [135] при замене ξ на $\xi_т$.

Значения ξ в зависимости от процента армирования и класса бетона для стали класса А-III с учетом граничной величины $\xi_R^д$ [136] приведены в табл. 9.8, где прочерки означают разрушение сжатого бетона. Предельный угол раскрытия трещины $\Psi_{пр}$ может быть вычислен по формуле [136]

$$\psi_{пр} = 0{,}035 + 0{,}003/\xi \ (\xi \geqslant 0{,}02), \quad \psi_{пр} = 0{,}2 \ (\xi < 0{,}02).$$

Таблица 9.8. Значения ξ для изгибаемых железобетонных элементов с процентом армирования

Класс бетона	0,2	0,5	0,8	1,1	1,4	1,7	2,0	2,3	2,6
B30	0.0461	0,1153	0,1844	0.2536	0,3228	0,3919	0,4611	—	—
B40	0,0346	0,0865	0,1383	0,1902	0,2421	0,2940	0,3458	0,3977	
B50	0,0277	0,0692	0,1107	0,1522	0,1937	0,2352	0,2767	0,3182	0,3458

Для приближенных расчетов балок с одиночной (растянутой) арматурой момент сопротивления W_s, момент инерции J_s и жесткость сечения B_s по арматуре можно определять по формулам

$$W_s = A_s h_0 (1 - \xi/2), \quad I_s = h_0 (1 - \xi) W_s, \quad B_s = E_s I_s.$$

Глава 10. РАСЧЕТ ИЗГИБАЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ

10.1. Упругий расчет балок, упругая стадия

При действии интенсивных динамических нагрузок конструкция может работать упруго или с переходом в стадию пластического деформирования и хрупкого разрушения. Такой переход осуществляется, если напряжения в растянутой арматуре железобетонных конструкций превысят динамический предел текучести или напряжения в сжатых зонах бетона превысят предел его прочности. Если указанные предельные напряжения не будут достигнуты, то конструкция работает как упругая система. Уравнения, описывающие упругую стадию работы упругопластических балок, ничем не отличаются от динамических уравнений упругих систем, поэтому сначала рассмотрим упругую работу конструкций, которые с позиций динамической теории упругости представляют собой распределенные системы с бесконечным числом степеней свободы.

При расчетах упругих конструкций используют методы различной степени сложности и точности. Однако да-

же в упрощенных методах при сложных функциях, характеризующих динамическую нагрузку, приходится использовать ЭВМ.

Техническая теория изгиба

Техническая теория изгиба упругих балок формулируется при следующих предположениях. Считается справедливой гипотеза плоских сечений, согласно которой сечения, плоские и нормальные оси остаются таковыми в процессе деформирования. Принимают приближенную зависимость для кривизны ρ изгибаемого элемента $\rho^{-1} \approx \pm y''$, соответствующую предположению о пренебрежимости квадрата тангенса угла поворота в сравнении с единицей. Считается справедливым принцип независимости действия сил в связи с линейностью механических свойств материала балки.

Уравнение вынужденных колебаний, основанное на этих гипотезах, при $EI = \text{const}$ имеет вид

$$EIy^{IV} = -\rho F\ddot{y} + q(x, t) = -Q' = -M'', \qquad (10.1)$$

где y — прогиб; M — изгибающий момент; Q — поперечная сила; ρ — плотность материала; F — площадь сечения; q — поперечная динамическая нагрузка на единицу длины, точка означает частную производную по времени t, штрих — по координате x.

Ниже кратко рассмотрено решение этого уравнения методом Фурье, которое разыскивается в виде

$$y = y_1 + y_2,$$

где y_1 и y_2 — функции, соответствующие свободным и вынужденным колебаниям, причем y_1 удовлетворяет однородному уравнению (без правой части)

$$EIy_1^{IV} + \rho F\ddot{y}_1 = 0. \qquad (10.2)$$

Решение этого уравнения может быть найдено в виде ряда

$$y_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(t) X_n(x), \qquad (10.3)$$

где X_n — формы свободных колебаний собственные функции); Y_n — функции времени.

Подставляя (10.3) в (10.2) и разделяя переменные, получим

$$\ddot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = 0, \qquad (10.4)$$

$$X_n^{IV} - (\alpha_n/l) x_n = 0, \qquad (10.5)$$

где ω_n — частота собственных колебаний; α_n/l — собственное число, причем

$$\omega_n^2 = \left(\frac{\alpha_n}{l}\right)^4 \frac{EI}{m}. \qquad (10.6)$$

Общие интегралы (10.4), (10.5) имеют вид

$$Y_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t, \qquad (10.7)$$

$$X_n(x) = a_n \operatorname{ch}(\alpha_n x/l) + b_n \operatorname{sh}(\alpha_n x/l) + C_n \cos(\alpha_n x/l) + \\ + d_n \sin(\alpha_n x/l), \qquad (10.8)$$

где A_n, B_n — определяют из начальных условий, а функция $X_n(x)$ должна удовлетворять граничным условиям, соответствующим типу опорных закреплений балки, причем (10.8) дает уравнение частот и собственные функции (табл. 10.1, 10.2 [23, 108, 118], $z = x/l$).

Таблица 10.1. Уравнения частот для однопролетных балок и их корни

№ п.п.	Тип опорного закрепления $x=0$	Тип опорного закрепления $x=l$	Уравнение частот	Корни уравнения частот α_1	α_2	α_n $(n>2)$	L_m
1	Свободен	Свободен	$\operatorname{ch}\alpha_n \times \cos\alpha_n = 1$	4,7300	7,8532	$(2n+1)\pi/2$	0,26
2	Шарнир	Шарнир	$\sin\alpha_n = 0$	π	2π	$n\pi$	0,5
3	Заделка	Заделка	$\operatorname{ch}\alpha_n \times \cos\alpha_n = 1$	4,7300	7,8532	$(2n+1)\pi/2$	0,4
4	Заделка	Шарнир	$\operatorname{th}\alpha_n \times \operatorname{ctg}\alpha_n = 1$	3,9266	7,0685	$(4n+1)\pi/4$	0,43
5	Заделка	Свободен	$\operatorname{ch}\alpha_n \times \cos\alpha_n = -1$	1,8751	4,6941	$(2n-1)\pi/2$	0,26
6	Свободен	Шарнир	$\operatorname{th}\alpha_n \times \operatorname{ctg}\alpha_n = 1$	3,9266	7,0685	$(4n+1)\pi/4$	

Приняв аналогично (10.3)

$$y_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) X_n(x) \qquad (10.9)$$

и подставив в уравнение (10.1), с учетом (10.5), получим $(m=\rho F)$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[T_n''(t) + \omega_n^2 T_n(t)\right] X_n(x) = q(x, t)/m.$$

Таблица 10.2. **Формы собственных колебаний**

Тип закрепления	$X_n(z)$
1	$(\operatorname{ch}\alpha_n - \cos\alpha_n)(\operatorname{sh}\alpha_n z + \sin\alpha_n z) - (\operatorname{sh}\alpha_n - \sin\alpha_n) \times$ $\times (\operatorname{ch}\alpha_n z + \cos\alpha_n z)$
2	$\sin\alpha_n z$
3	$(\operatorname{sh}\alpha_n - \sin\alpha_n)(\operatorname{ch}\alpha_n z - \cos\alpha_n z) - (\operatorname{ch}\alpha_n - \cos\alpha_n) \times$ $\times (\operatorname{sh}\alpha_n z - \sin\alpha_n z)$
4	$(\operatorname{sh}\alpha_n + \sin\alpha_n)(\operatorname{ch}\alpha_n z - \cos\alpha_n z) - (\operatorname{ch}\alpha_n + \cos\alpha_n) \times$ $\times (\operatorname{sh}\alpha_n z - \sin\alpha_n z)$
5	$(\operatorname{sh}\alpha_n + \sin\alpha_n)(\operatorname{ch}\alpha_n z - \cos\alpha_n z) - (\operatorname{ch}\alpha_n + \cos\alpha_n) \times$ $\times (\operatorname{sh}\alpha_n z - \sin\alpha_n z)$
6	$(\operatorname{sh}\alpha_n + \sin\alpha_n)(\operatorname{ch}\alpha_n z + \cos\alpha_n z) - (\operatorname{ch}\alpha_n + \cos\alpha_n) \times$ $\times (\operatorname{sh}\alpha_n z + \sin\alpha_n z)$

Умножив левую и правую часть этого уравнения на $X_к(x)$ и проинтегрировав по длине балки с учетом свойства ортогональности собственных функций $\int_0^l X_к(x) X_n(x)\,dx = 0$ при $к \neq n$, получим уравнение для T_n

$$\ddot{T}_n(t) + \omega_n^2 T_n(t) = q_n(t)/m, \tag{10.10}$$

в котором

$$q_n(t) = \int_0^l q(x,\ t)\, X_n(x)\,dx \Big/ \int_0^l [X_n(x)]^2\,dx, \tag{10.11}$$

что соответствует разложению нагрузки $q(x, t)$ в ряд по формам $X_n(x)$

$$q(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)\, X_n(x).$$

Решение уравнения (10.10) имеет вид

$$T_n(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t q_n(\xi) \sin\omega_n(t-\xi)\,d\xi. \tag{10.12}$$

Если нагрузку можно представить в виде произведения

$$q(x, t) = P(x)\, q_0(t),$$

то формула (10.11) упрощается и изменение прогибов определяют так:

$$y_2(x,t)=\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{X_n(x)}{\omega_n}\frac{\int_0^l P(x)X_n(x)\,dx}{\int_l^0 [X_n(x)]^2\,dx}\int_0^t q_0(\xi)\sin\omega_n(t-\xi)\,d\xi.$$

Изгибающие моменты и поперечные силы определяют с помощью дифференциальных соотношений (10.1). Коэффициенты A_n, B_n в формуле (10.7) определяют из начальных условий, причем B_n соответствует скоростям, вызванным начальным мгновенным импульсом $i(x)$.

С учетом некоторых ограничений (см. ниже) возможно рассмотрение импульса, допускающего разложение в абсолютно и равномерно сходящийся ряд по собственным функциям $X_n(x)$, например распределенного по закону, соответствующему одной из форм собственных колебаний или нескольким формам. Загрузив шарнирно-опертую балку при $t=0$, $y_1(x,\,0)=0$ импульсом $i(x)$, совпадающим с первой собственной формой и вызывающим скорости $\dot{y}_1(x,0)$,

$$i(x)=\frac{\pi J_0}{2l}\sin\frac{\pi x}{l},\quad \dot{y}_1(x,0)=\frac{i(x)}{m},\quad J_0=\int_0^l i(x)\,dx,$$

получим значения коэффициентов $A_n=0$, $B_n=i(x_0)/(m\omega_1)$, $x_0=l/2$. Решение уравнения (10.2) и выражение для изгибающих моментов таковы:

$$y_1(x,t)=\frac{J_0 l}{2\pi\sqrt{mEI}}\sin\frac{\pi x}{l}\sin\omega_1 t,$$

$$-M_1(x,t)=EIy_1''=\frac{\pi J_0}{2l}\sqrt{\frac{EI}{m}}\sin\frac{\pi x}{l}\sin\omega_1 t.$$

При произвольной форме импульса $i(x)$ и, следовательно, распределения начальных скоростей решение уравнения (10.2) корректно не может быть получено, если разложение $i(x)$ содержит высокие собственные формы. Это связано с тем, что в рамках технической теории изгиба не допускаются деформации сдвига, и уравнение (10.1) не соответствует разрывному по координате распределению скоростей. Корректное решение задачи об

импульсном нагружении балок, а также более точные результаты для высоких балок можно получить с использованием модели балки Тимошенко, в которой учтены деформация сдвига и инерция вращения при изгибе.

При воздействии на балку с подвижными опорами (рис. 10.1) произвольно меняющейся по пролету и во времени нагрузки $\bar{q}(x, t)$ в сочетании с заданным неравномерным движением ее опор (в плоскости изгиба) можно использовать приведенные выше формулы, в ко-

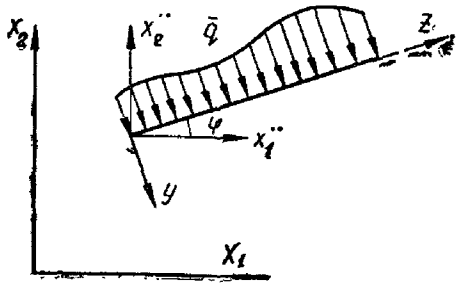


Рис. 10.1. Схема нагружения балки с подвижными опорами

торых следует учесть дополнительные силы инерции, представляя расчетную нагрузку q в виде

$$q(x, t) = \bar{q}(x,t) - m\left[-x\ddot{\varphi} - \ddot{X}_1 \sin\varphi - \ddot{X}_2 \cos\varphi\right],$$

где φ — угловое смещение оси балка; $\ddot{X}_1$ и $\ddot{X}_2$ — соответственно проекции ускорений левой опоры на оси X_1, X_2 инерциальной системы координат.

Решение в виде (10.12) используют для достаточно простых нагрузок. В общем случае произвольных нагрузок и движений опор балки целесообразно численно интегрировать систему уравнений (10.10), предварительно вычислив нагрузки $q_n(t)$, а затем произведя суммирование (10.9). По такой схеме составлена программа BLK для ЭВМ (написана Л. А. Шамароковой). В ней предусмотрен табличный ввод двумерного массива $\bar{q}(x, t)$ и функций φ, X_1, X_2 (или их первых или вторых производных) с обработкой при использовании сплайн-функций. Можно суммировать произвольное число членов ряда с учетом допустимого времени счета в связи с условием на шаг интегрирования, убывающий с ростом номера усечения граничной частоты спектра. В программе используется внешний носитель (МД), где хранятся в готовом виде функции $X_n(x)$, интегралы от них и соб-

ственные числа для широкого спектра частот одиопролетных балок с любой схемой опорных закреплений.

Продольные силы приводят к изменению частот балок: сжатие снижает, а растяжение увеличивает значения частот. Если колеблющаяся однопролетная шарнирно опертая балка статически нагружена по концам растягивающей силой $N = \text{const}$, то частоты $\omega_к$ ($к = 1, 2, 3...$) определяют по формуле $\omega_к = \omega_{0к}\sqrt{1+N/(N_э K^2)}$, $N_э = \pi^2 EI/l^2$, где $\omega_{0к}$ — частоты без учета растяжения; $N_э$ — критическая сжимающая сила при продольном изгибе шарнирно опертой балки в плоскости колебаний. Данная формула применима также для балок с присоединенными грузами. Для консольной балки, нагруженной на конце статической растягивающей силой N, наинизшую частоту определяют по формуле $\omega_1 = \omega_0\sqrt{1+5Nl^2/(14EI)}$. При действии сжимающей силы используют эти же формулы, в которые N подставляют со знаком минус.

Ниже приведены формулы для прогибов и частот жестких пластин (плит), при работе которых не возникает заметных цепных усилий [119].

Для прямоугольной пластины плотностью ρ, толщиной h и размерами $a \times b$, свободно опертой по контуру, принимают (n, $m = 1, 2, 3...$) $w = \sin m\pi x/a \sin n\pi y/b$. Формула для частот

$$\omega = \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)\sqrt{\frac{D}{\rho h}}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)},$$

где D — цилиндрическая жесткость пластины; E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона.

Для прямоугольной пластинки, закрепленной по контуру, используют аппроксимацию

$$w = \frac{1}{4}\left(1-\cos\frac{2\pi x}{a}\right)\left(1-\cos\frac{2\pi y}{b}\right).$$

Наинизшую частоту определяют по формуле

$$\omega = \frac{4}{3}\pi^2\sqrt{\frac{D}{\rho h}\left(\frac{3}{a^4}+\frac{3}{b^4}+\frac{2}{a^2 b^2}\right)}.$$

Приведенные к центру пластины масса $M_п$ и жесткость $C_п$ даются соотношениями

$$M_п = \frac{9}{64}\rho hab, \quad C_п = \frac{\pi^4}{4}Dab\left(\frac{3}{a^4}+\frac{3}{b^4}+\frac{2}{a^2 b^2}\right).$$

Для круглой пластины радиусом R, свободно опертой по контуру

$$w = 1 - 1{,}25\left(\frac{r}{R}\right)^2 + 0{,}25\left(\frac{r}{R}\right)^4,$$

$$\omega = \frac{1}{R^2}\sqrt{35\frac{D}{\rho h}}, \quad M_{\text{п}} = 0{,}292\pi\rho h R^2, \quad C_{\text{п}} = 10{,}3\pi D/R^2.$$

а закрепленной по контуру,

$$w = 1 - \left(\frac{r^2}{R^2}\right)^2,$$

$$\omega = \frac{1}{R^2}\sqrt{105\frac{D}{\rho h}}; \quad M_{\text{п}} = \frac{\pi}{5}\rho h R^2, \quad C_{\text{п}} = \frac{64}{3}\frac{\pi D}{R^2}.$$

Учет деформаций сдвига и инерции вращения

Уравнение (10.1) является неволновым и приводит к зависимости скорости волны от частоты, т. е. к дисперсии и бесконечно большим фазовым скоростям изгибных волн бесконечно малой длины, что противоречит физической сущности волновых процессов. Поэтому при попытке учесть диапазон высоких частот собственных колебаний, а также при расчетах высоких балок, в которых существенно влияние деформаций сдвига и инерции вращения, использование уравнения (10.1) приводит к значительным ошибкам. Применение уравнения (10.1) приемлемо для балок с отношением высоты h к пролету l до 0,15—0,20 (в зависимости от типа опорных закреплений).

В целях расширения области применимости технической теорни изгиба различные авторы внесли в уравнение (10.1) поправочные члены, учитывающие влияние инерции вращения, деформаций сдвига, депланации сечений и цепных усилий. Например, учет инерции вращения дает уточненное соотношение для изменения вдоль оси x изгибающего момента $M' = Q - \rho I\ddot{y}'$, где $\rho I\ddot{y}'$ — момент сил инерции элемента Δx балки относительно оси, проходящей через его центр тяжести, перпендикулярно плоскости изгиба, отнесенный к длине Δx элемента. Это выражение приводит к уравнению Релея $EIy^{IV} = -\rho F\ddot{y} + \rho I\ddot{y}'' + q$.

Вынужденные колебания балок при совместном уче-

те инерции вращения и деформаций сдвига описываются соотношениями

$$y = y_1 + y_2; \quad y_1'' = -\frac{M}{EI}; \quad y_2' = \frac{Q}{\lambda FG}; \qquad (10.13)$$

$$M^* = Q - \rho I y_1^{\cdot\cdot *}; \quad Q^* = -q + \rho F y^{\cdot\cdot},$$

соответствующими уравнению С. П. Тимошенко

$$EIy^{IV} + \rho F y^{\cdot\cdot} - \rho I\left(1 + \frac{E}{\lambda G}\right) y^{\cdot\cdot\prime\prime} + \frac{\rho^2 I}{\lambda G} y^{\cdot\cdot\cdot\cdot} =$$

$$= q + \frac{\rho I}{\lambda FG} q^{\cdot\cdot} - \frac{EI}{\lambda FG} q'', \qquad (10.14)$$

где y_1, y_2 — прогиб от изгибающего момента и поперечной силы соответственно; y — полный прогиб; G — модуль сдвига; λ — постоянная формы сечения.

Параметр λ характеризует степень неравномерности распределения касательных напряжений по поперечному сечению балки

$$\lambda^{-1} = \frac{F}{I^2} \int_a^c \frac{S_y(z)}{b(z)} dz, \qquad (10.15)$$

где a и c — расстояния от нижней и верхней фибр сечения до нейтральной оси; $b(z)$ — ширина сечения; $S_y(z)$ — статический момент части площади сечения, отсекаемой прямой на расстоянии z от нейтральной оси. Для прямоугольного сечения по формуле (10.15) $\lambda = 0{,}833$. Согласно [131] λ зависит от коэффициента Пуассона ν:

для прямоугольного поперечного сечения

$$\lambda = 10(1+\nu)/(12+11\nu); \qquad (10.16)$$

для круга $\lambda = 6(1+\nu)/(7+6\nu)$;

для тонкостенного двутавра высотой h, с шириной полки b, толщиной стенки t_w и толщиной полок t_F

$$\lambda = \frac{10(1+\nu)(1+3m)^2}{M_1 + \nu M_2 + 5mn_1^2[6(1+m) + \nu(8+9m)]};$$

$$m = 2bt_F/(ht_W); \quad n_1 = b/h;$$

$$M_1 = 12 + 72m + 150m^2 + 90m^3; \quad M_2 = 11 + 66m + 135m^2 + 90m^3.$$

В уравнение (10.14) можно внести поправку ε_1 на депланацию сечения, определяемую только его формой. Для этого достаточно в (10.14) параметр λ заменить на $\lambda_c = \lambda/\varepsilon_1$. Для прямоугольного сечения $\varepsilon_1 = 6/5\lambda$, т. е.

с учетом (10.16) $\lambda_c=5/6$ и не зависит от коэффициента Пуассона.

Уравнение С. П. Тимошенко приводит к значениям частот собственных колебаний, находящимся в хорошем соответствии с точным решением методами теории упругости для балки прямоугольного поперечного сечения (плоская деформация, плоское напряженное состояние). Уравнение (10.14) дает также хорошее соответствие с точным решением Похгаммера—Кри по фазовой и групповой скоростям изгибных волн[1] (особенно по первой моде) в цилиндрических стержнях [36].

Для шарнирно опертой балки в предположении, что форма колебаний имеет вид

$$y = A \sin \frac{n\pi x}{l} \cos \omega_n t \quad (n = 1,2,3\ldots)$$

и с пренебрежением в (10.14) малыми второго порядка, получено приближенное выражение для частоты балки [124]

$$\omega_{*n} = \omega_n \left[1 - \frac{1}{2} \frac{n^2\pi^2}{l^2} \frac{I}{F} \left(1 + \frac{E}{\lambda G}\right)\right],$$

$$\omega_n = \frac{n^2\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}},$$

где ω_n — частота без учета инерции вращения в деформаций сдви
l — пролет.

Из этого выражения следует, что всегда $\omega_{*n} < \omega_n$, причем (например, при $E/(\lambda G)=4$) влияние сдвига в четыре раза больше, чем инерции вращения. С уменьшением l/n поправка к частоте возрастает.

Теория С. П. Тимошенко устраняет присущее технической теории противоречие между уравнением колебаний балки и начальными условиями разрывного типа, в связи с чем она позволяет получить корректное решение задач о действии на балку мгновенного импульса, распределенного по произвольному закону (изгибающий удар).

В. Л. Бидерманом [103] уравнения колебаний балки представлены в виде (ψ — усредненный поворот сечения)

---

[1] Фазовая скорость — это скорость волны определенной длины L. Групповая скорость — это скорость пакета волн с длинами составляющих волн, ограниченных величиной L.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{\lambda G}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\rho}{E}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{\lambda G F}{EI}\left(\frac{\partial y}{\partial x} - \psi\right).$$

Для однопролетной балки частному решению

$$y_n = \sin\frac{n\pi x}{l}(a_n \cos\omega_n t + b_n \sin\omega_n t);$$

$$\psi_n = \cos\frac{n\pi x}{l}(A_n \cos\omega_n t + B_n \sin\omega_n t)$$

соответствуют две частоты ω_{n1} и ω_{n2} для одного и того же числа n полуволн упругой линии

$$\omega_{n1,n2} = \omega_{(1)}\frac{n\Delta}{\pi}\sqrt{\frac{1}{2}\left[1+\beta^2+\frac{\beta\Delta}{n\pi} \mp \sqrt{\left[1+\beta^2+\left(\frac{\beta\Delta}{n\pi}\right)^2\right]^2 - 4\beta^2}\right]}, \qquad (10.17)$$

где $\Delta = l\sqrt{F/I}$ — гибкость балки; $\omega_{(1)}$ — основная частота без учета деформаций сдвига и инерции вращения ($n=1$), $\beta^2 = \lambda G/E$.

В [103] приведено решение задачи о падении балки (при скорости y_0') на две опоры, эквивалентной задаче о действии на балку мгновенного равномерно распределенного импульса $i = my'$. Формулы для прогибов y, углов ψ и изгибающих моментов M таковы ($J_0 = il$):

$$y = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}(b_{n1}\sin\omega_{n1}t + b_{n2}\sin\omega_{n2}t)\sin n\pi x/l;$$

$$\psi = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}(B_{n1}\sin\omega_{n1}t + B_{n2}\sin\omega_{n2}t)\cos n\pi x/l;$$

$$M = \frac{\pi EI}{l}\sum_{n=1,2,3\ldots}^{\infty} n(B_{n1}\sin\omega_{n1}t + B_{n2}\sin\omega_{n2}t)\sin n\pi x/t;$$

где

$$b_{n1} = \frac{4J_0}{\pi m\, ln\,\omega_{n1}}\frac{C_{n2}}{C_{n2}-C_{n1}}; \quad b_{n2} = \frac{4J_0}{\pi m\, ln\,\omega_{n2}}\frac{C_{n1}}{C_{n1}-C_{n2}};$$

$$B_{n1} = \frac{4J_0}{ml^2\,\omega_{n1}}\frac{C_{n1}C_{n2}}{C_{n2}-C_{n1}}; \quad B_{n2} = \frac{4J_0}{ml^2\,\omega_{n2}}\frac{C_{n1}C_{n2}}{C_{n1}-C_{n2}};$$

$$C_{n1} = 1 - \left(\frac{\pi\omega_{n1}}{n\beta\,\Delta\omega_{(1)}}\right)^2; \quad C_{n2} = 1 - \left(\frac{\pi\omega_{n2}}{n\beta\,\Delta\omega_{(1)}}\right)^2.$$

Ряд для моментов M сходится к непрерывной функции. Ниже дан пример расчета на импульс двутавра № 20, $l=2$ м ($h/l=0{,}1$, $\Delta=24{,}8$, $\lambda^{-1}=2{,}4$, $\beta^2=0{,}16$, $E/G=2{,}6$). Из табл. 10.3 видно, что частоты ω_{n1} (им соответствуют формы колебаний, для которых направления поворотов сечений и касательных к изогнутой оси совпадают) намного меньше частот ω_{n2} (для которых указанные направления противоположны).

Таблица 10.3. **Частоты для балки по технической теории (первая строка) и с учетом деформаций сдвига и инерции вращения**

n	1	2	3	4	5	6
ω_{*n}/ω_{*1}	1	4	9	16	25	36
ω_{n1}/ω_{*1}	0,948	3,32	6,40	9,75	13,1	16,5
ω_{n2}/ω_{*1}	26,9	30,6	35,8	41,9	48,5	55,4

Максимум изгибающего момента

$$M_{\max}=1{,}469i\sqrt{EI/m} \qquad (10.18)$$

не зависит от пролета l и достигается при $t=\pi/(2\omega_{*1})$, когда прогиб

$$y_{\max}=0{,}142il^2/\sqrt{EIm}. \qquad (10.19)$$

По технической теории изгиба

$$M_{\max}=i\sqrt{EI/m}, \qquad y_{\max}=0{,}125il^2/\sqrt{EIm}, \qquad (10.20)$$

т. е. прогиб занижен на 12, а изгибающий момент — на 47 %.

Ударные спектры

В практике расчета железобетонных конструкций на кратковременные динамические нагрузки часто используют метод приведения к системе с конечным числом степеней свободы или к системе с одной степенью свободы, когда расчет конструкции заменяют анализом осциллятора — приведенной точечной массы с упругой связью и вязким демпфированием. Уравнение движения линейного осциллятора под нагрузкой $q(t)$ имеет вид

$$my''+2m\varepsilon y'+Cy=q(t), \qquad (10.21)$$

где m — масса; y — перемещение (прогиб); ε — коэффициент демп-

фирования; C — жесткость упругой связи, точка сверху означает обыкновенную производную по времени t. Для уравнения задаются начальные условия: при $t=0$, $y=y_0$, $y'=v_0$.

Функцию y представляют в виде суммы $y=y_1+y_2$, где y_1 — свободные колебания, зависящие от начальных условий,

$$y_1 = A\exp(-\varepsilon t)\sin(\omega_\varepsilon t+\varphi_0),\quad \omega_\varepsilon^2=\omega^2-\varepsilon^2,\quad \omega^2=C/m,$$

$$A^2=y_0^2+(\varepsilon y_0+v_0)^2/\omega_\varepsilon^2,\quad \operatorname{tg}\varphi_0=\omega_\varepsilon y_0/(\varepsilon y_0+v_0), \qquad (10.22)$$

y_2 — вынужденные колебания от нагрузки q, определяемые интегралом свертки

$$y_2=\int_0^t q(\xi)\,h(t-\xi)\,d\xi. \qquad (10.23)$$

Весовая функция h представляет реакцию системы на единичный импульс, приложенный в момент времени ξ,

$$h(t-\xi)=\frac{1}{\omega_\varepsilon m}\exp(-\varepsilon(t-\xi))\sin\omega_\varepsilon(t-\xi), \qquad (10.24)$$

где ω_ε — круговая частота затухающих колебаний, — для слабодемпфированных (реальных) конструкций немного меньше круговой частоты собственных колебаний ω без учета вязкого демпфирования ($\varepsilon\ll\omega$).

Подстановка (10.24) в (10.23) приводит к решению в форме интеграла Дюамеля для случая $\varepsilon\ll\omega$

$$y_2=\frac{1}{m\omega_\varepsilon}\int_0^t q(\xi)\exp(-\varepsilon(t-\xi))\sin\omega_\varepsilon(t-\xi)\,d\xi. \qquad (10.25)$$

Приведенные формулы справедливы и для недемпфированных систем, т. е. при $\varepsilon=0$, $\omega_\varepsilon=\omega$. Для сложных нагрузок $q(t)$ решение обычно получают численными методами, причем необходимо учитывать возможность перехода на режим свободных колебаний после окончания действия нагрузки (при $t>t_к$). Для $t>t_к$ вычисления продолжают по формулам (10.22), в которых начальные значения y_0, v_0 следует заменить переходными $y(t_к)$ и $v_к=y'(t_к)$. Переходные условия следует учитывать и при изменении в момент $t=t_*$ вида функции $q(t)$, а если при $t=t_*$ приложен импульс I, то переходная скорость $v(+t_*)=v(-t_*)+I/m$.

Уравнение (10.21) можно привести к безразмерному виду

$$D''+2\beta D'+D=P(S), \qquad (10.26)$$

где $D=y/y_q$ — функция динамичности — отношение смещения к его

статическому значению от характерной нагрузки $q_н$, $y_q=q_н/(\omega^2 m)$, $P=q/q_н$, $\beta=\varepsilon/\omega=\dfrac{\delta}{\pi}$ — относительное демпфирование, точка сверху означает производную по безразмерному времени $S=\omega t$, δ — логарифмический декремент колебаний.

Экстремальное значение функции $D(S)$ называется коэффициентом динамичности

$$K_д = D_{max} = y_{max}/y_q. \qquad (10.27)$$

С помощью коэффициента $K_д$ динамический расчет конструкции сводится к статическому на действие эквивалентной статической нагрузке $q_{эк}$

$$q_{эк} = K_д q_н. \qquad (10.28)$$

В качестве величины $q_н$ обычно принимают максимальное значение нагрузки или ее значение, соответствующее давлению $\Delta P_ф$.

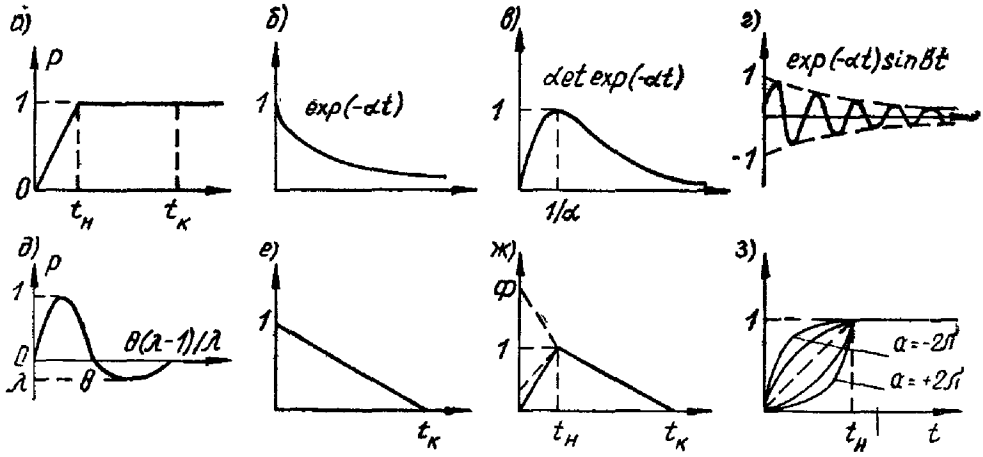


Рис. 10.2. Типичные импульсные нагрузки

Зависимость $K_д$ от безразмерных параметров задачи называют ударным спектром смещения. Спектр реакции вычисляют как максимум функции $R=D+2\beta D'$. Для недемпфированной системы ($\beta=0$) спектры реакции и смещения совпадают.

Если статическое смещение y_q отнести к частоте ω_ε, то вместо D получим $\bar{D}=y\omega_\varepsilon^2 m/q_н$, т. е. $D/\bar{D}=\omega^2/\omega_\varepsilon^2$ [23].

Наиболее часто употребляемые нагрузки импульсного типа показаны на рис. 10.2 [9, 108, 133]. Для таких нагрузок демпфирование слегка снижает амплитуды смещений и внутренних усилий в конструкциях, достигаемые в первом цикле колебаний (для стальных конструкций

при максимально возможном демпфировании 10 % амплитуда снижается примерно на 14 % [22]). Поэтому демпфированием часто пренебрегают в запас расчета.

При действии ступенчатой нагрузки $P=q(t)/q_н=1$ на слабо демпфированную систему при $y_0=v_0=0$ $D=D(\beta, S)$, $K_д=K_д(\beta)$,

$$D=\left(\frac{\omega}{\omega_\varepsilon}\right)^2\bar{D}=1-\exp(-\varepsilon t)\left(\cos\omega_\varepsilon t+\frac{\varepsilon}{\omega_\varepsilon}\sin\omega_\varepsilon t\right)=$$

$$=1-\exp(-\beta S)\left(\cos\sqrt{1-\beta^2}\,S+\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\sin\sqrt{1-\beta^2}\,S\right).$$

Максимум смещения достигается при $S=\pi\sqrt{1-\beta^2}$

$$K_д=\left(\frac{\omega}{\omega_\varepsilon}\right)^2\bar{D}_m=1-\exp\left(-\pi\beta/\sqrt{1-\beta^2}\right).$$

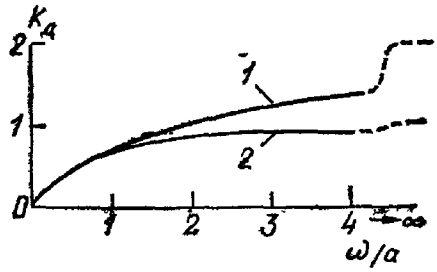


Рис. 10.3. Ударный спектр (1) и асимптотические амплитуды (2) линейной системы для импульса по рис. 10.1 б

При отсутствии демпфирования

$$D=\bar{D}=1-\cos S, \quad K_д=\bar{D}_m=2.$$

Нагрузки по рис. 10.2, *а* являются частным случаем нагрузок по рис. 10.2, *ж*, *з*.

Для экспоненциальной нагрузки по рис. 10.2, *б*

$$\bar{D}=\frac{1}{1+\mu^2}[\exp(-\alpha t)-\exp(-\varepsilon t)(\cos\omega_\varepsilon t+\mu\sin\omega_\varepsilon t)],$$

$$\mu=(\varepsilon-\alpha)/\omega_\varepsilon.$$

Спектр смещения для случая $\beta=0$ приведен на рис. 10.3, где показаны также асимптотические значения амплитуды свободных колебаний $D\to(1+\alpha^2/\omega^2)^{-1/2}$ [133].

Для волновых нагрузок с постепенным нарастанием до максимума возможна аппроксимация по рис. 10.2, *а*,

в, д, ж, з. При действии нагрузки $P = \alpha e t \exp(-\alpha t)$ — по рис. 10.2, *в*

$$\overline{D} = \frac{\alpha e}{\omega_\varepsilon (1+\mu^2)} \left[\exp(-\alpha t) \left(\omega_\varepsilon t - \frac{2\mu}{1+\mu^2} \right) + \exp(-\varepsilon t) \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{1+\mu^2} (2\mu \cos \omega_\varepsilon t - (1-\mu^2) \sin \omega_\varepsilon t) \right].$$

Для сейсмических нагрузок часто используют пред-

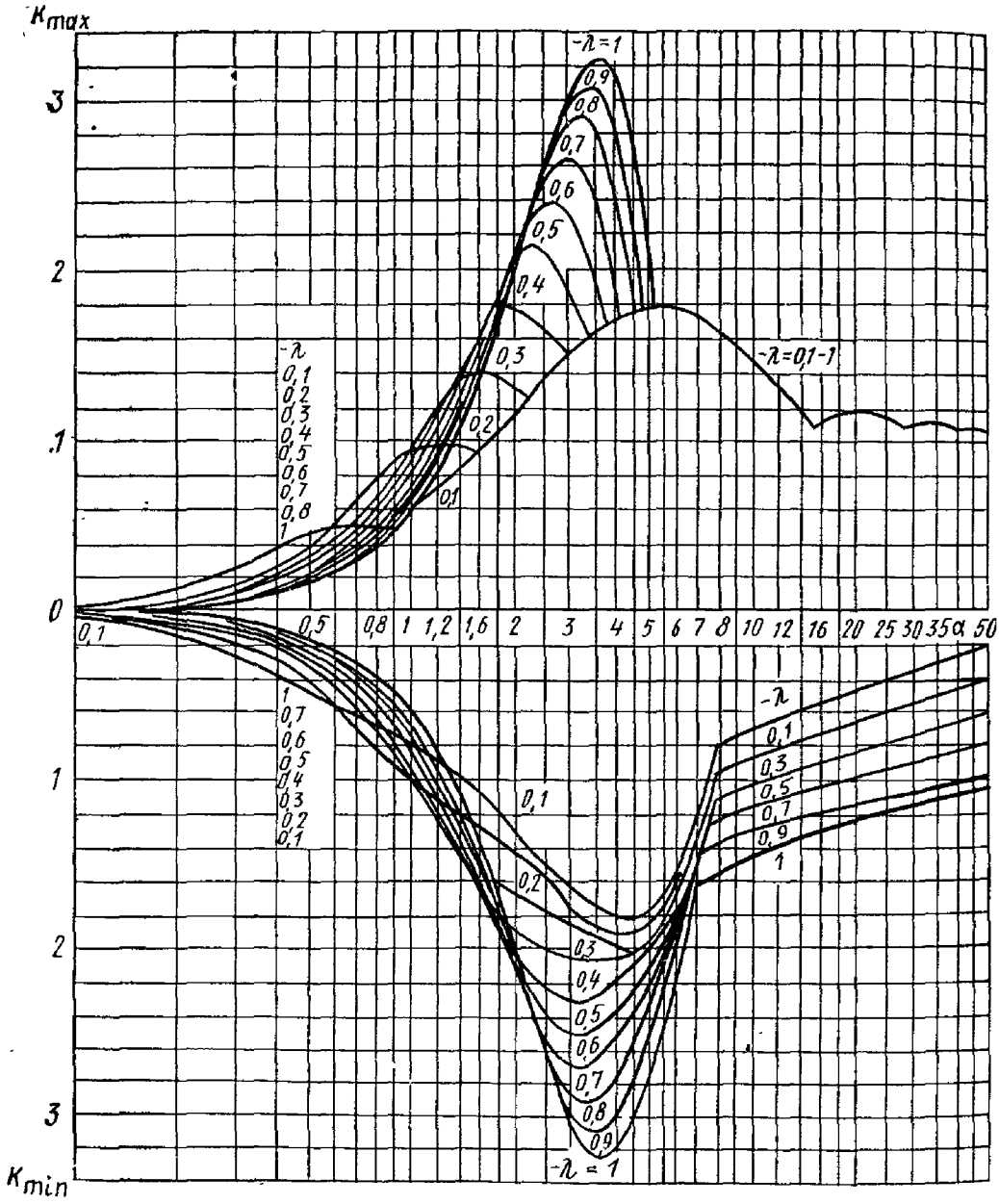


Рис. 10.4. Спектр смещений недемпфированной системы для импульса по рис. 10.2, *д*

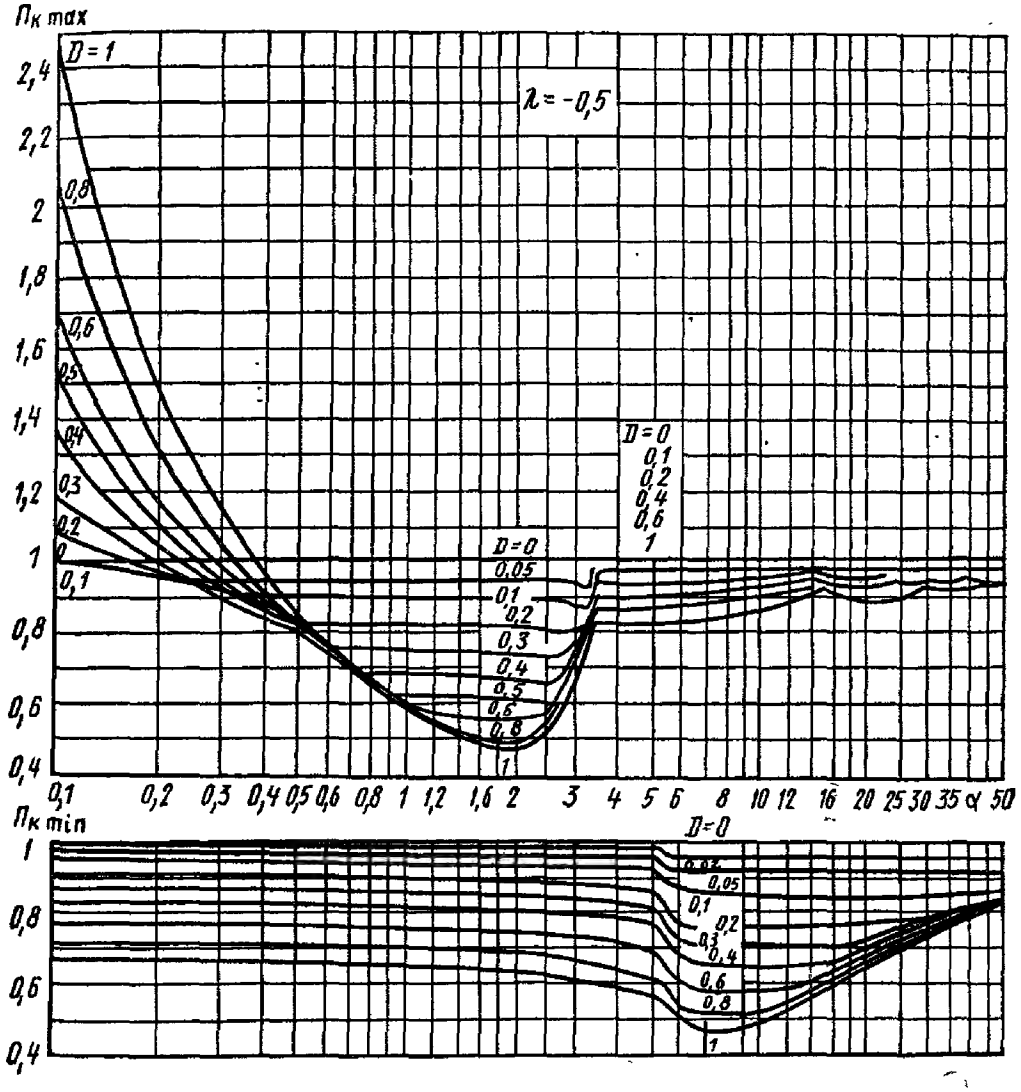


Рис. 10.5. Функции влияния демпфирования для импульса по рис. 10.2, *д*

ставление типа импульса Берлаге $P = \exp(-\alpha t)\sin bt$ (рис. 10.2, *г*). Для данной нагрузки

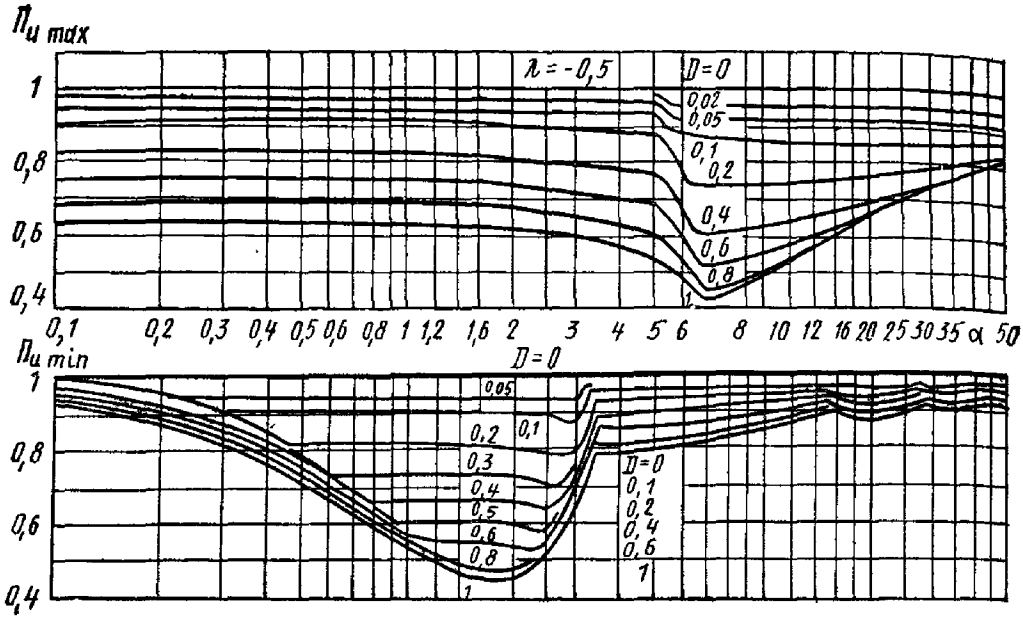
$$\bar{D} = \frac{1}{2}\exp(-\alpha t)\left[\frac{\cos bt - \mu_1 \sin bt}{(1+\nu)\left(1+\mu_1^2\right)} + \frac{\cos bt + \mu_2 \sin bt}{(1-\nu)\left(1+\mu_2^2\right)}\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\exp(-\varepsilon t)\left[\frac{\cos \omega_\varepsilon t + \mu_1 \sin \omega_\varepsilon t}{(1+\nu)\left(1+\mu_1^2\right)} + \frac{\cos \omega_\varepsilon t + \mu_2 \sin \omega_\varepsilon t}{(1-\nu)\left(1+\mu_2^2\right)}\right];$$

$$\nu = b/\omega_\varepsilon; \quad \mu_1 = (\varepsilon - \alpha)/(\omega_\varepsilon + b);$$

$$\mu_2 = (\varepsilon - \alpha)/(\omega_\varepsilon - \beta).$$

Спектры смещений и реакции демпфированного осциллятора на действие нагрузки в виде двух полуволн



синусоиды с равными по модулю положительным и отрицательным импульсами (рис. 10.2, *д*) построены В. М. Кожевниковым. На рис. 10.4 приведен спектр положительных K_{max} и отрицательных K_{min} смещений недемпфированной системы в зависимости от параметров λ и $\alpha=\omega\theta$. Кривые для $\lambda=-1$ соответствуют периоду (2θ) синусоиды.

Спектры смещений $D_{\substack{max\\min}}$ и реакций $R_{\substack{max\\min}}$ демпфированной системы определяют по формулам:

$$D_{\substack{max\\min}} = -K_{\substack{min\\max}}(\lambda, \alpha)\, \Pi_{u\,\substack{max\\min}}(D^0, \alpha);$$

$$R_{\substack{max\\min}} = K_{\substack{max\\min}}(\lambda, \alpha)\, \Pi_{k\,\substack{max\\min}}(D^0, \alpha),$$

где Π_u, Π_k — функции влияния демпфирования ($D^0=2\pi\beta$ — логарифмический декремент колебаний) соответственно для смещений и реакций, приведенные на рис. 10.5.

Далее рассматриваются системы с $\beta=0$ [108, 109, 133].

Для ступенчатой нагрузки, линейно возрастающей до момента $t=t_н$ (рис. 10.2, *а*) максимум смещения достигается при $t_m>t_н$, а коэффициент динамичности

$$K_д = 1 + \left| \frac{2}{\omega t_н} \sin \frac{\omega t_н}{2} \right|.$$

Если нарастание нагрузки происходит по закону косинуса

$$P = \frac{1}{2}(1 - \cos \pi t/t_н) \quad (0 < t \leqslant t_н), \qquad P = 1 \ (t \geqslant t_н),$$

$$K_д = 1 + \left| \frac{1}{(\omega t_н)^2 - 1} \cos \frac{\omega t_н}{2} \right|,$$

а для циклоидального нарастания

$$P = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{2\pi t}{t_н} - \sin \frac{2\pi t}{t_н}\right) \quad (0 < t \leqslant t_н), \qquad P = 1 \ (t \geqslant t_н)$$

$$K_д = 1 + \left| \frac{2}{\omega\tau\left[1 - \left(\frac{\omega\tau}{2\pi}\right)^2\right]} \sin \frac{\omega\tau}{2} \right|.$$

Ударные спектры смещений для трех указанных вариантов закона нарастания нагрузки даны на рис. 10.6.

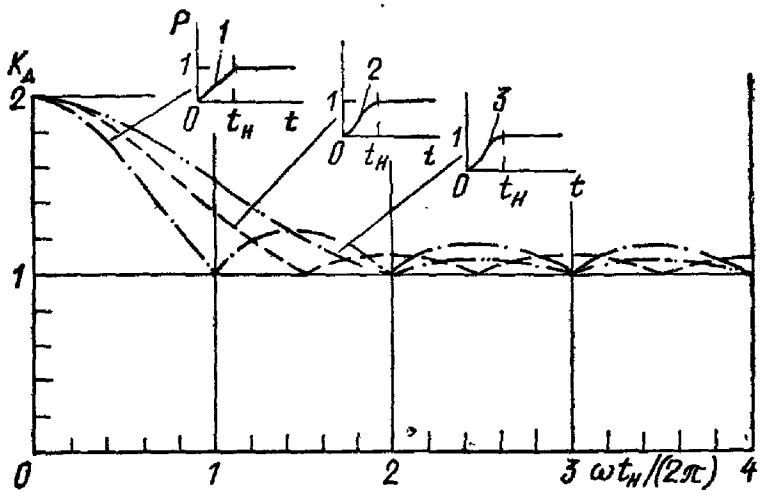


Рис. 10.6. Спектр смещений для ступенчатых функций с законами нарастания *1* **— линейным; 2 — косинусным; 3 — циклоидальным**

Для треугольной нагрузки $P = 1 - t/t_к$ $(0 \leqslant t \leqslant t_к)$ (по рис. 10.2, *е*) для двух фаз движения

$$D = 1 - \frac{t}{t_к}\cos \omega t + \frac{1}{\omega_0 t_к}\sin \omega t \quad (0 < t \leqslant t_к);$$

$$D = \left(\frac{1}{\omega t_к}\sin \omega t_к - \cos \omega t_к\right)\cos \omega (t - t_к) +$$

$$+ \frac{1}{\omega t_к}(\omega t_к \sin \omega t_к + \cos \omega t_к - 1)\sin \omega (t - t_к) \quad (t > t_к).$$

Соответствующий ударный спектр смещений приведен на рис. 10.7. При $\omega t_к/(2\pi) \leqslant 0{,}371$ (короткий импульс) максимум смещения достигается в процессе свободных колебаний. При $\omega t_к/(2\pi) > 0{,}371$ максимум достигается во время нагружения. Коэффициент динамичности определяют по формулам (10.56).

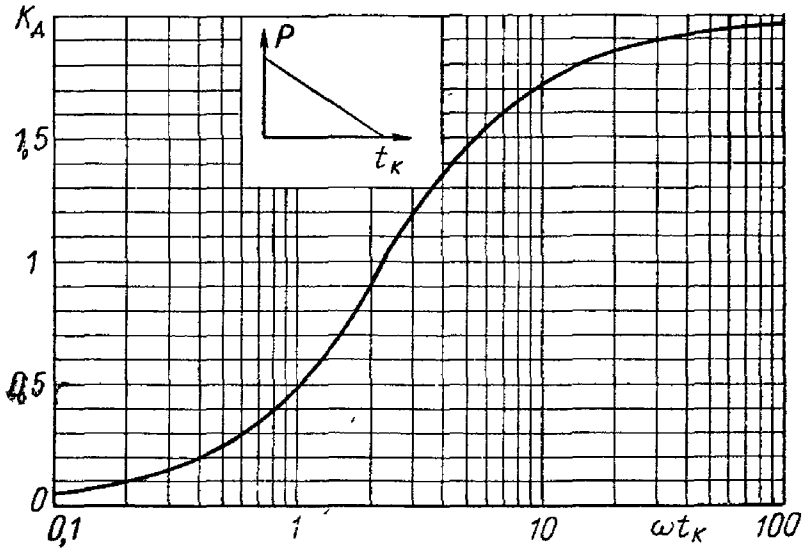


Рис. 10.7. Спектр смещений для треугольного импульса

Для нагрузки треугольной формы рис. 10.2, *ж* при $\Phi = 0$ (с линейным нарастанием до максимума) функция D для трех участков следующая:

$$D = \frac{t}{t_н} - \frac{1}{\omega t_н} \sin \omega t \quad (0 < t \leqslant t_н);$$

$$D = 1 - \frac{t'}{t_2} + \frac{1}{\omega t_2} \left[1 + 4 \frac{t_2 t_к}{t_н^2} \times \right.$$

$$\left. \times \sin^2 \left(\frac{1}{2} \omega t_н \right) \right]^{1/2} \sin (\omega t' - \theta') \quad (t_н \leqslant t \leqslant t_к);$$

$$D = \frac{1}{\pi} \left[\frac{T^2}{t_н t_2} \left(\frac{t}{t_н} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \omega t_н \right) + \frac{t_н}{t_2} \sin^2 \left(\frac{1}{2} \omega t_н \right) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \sin^2 \left(\frac{1}{2} \omega t_к \right) \right) \right]^{1/2} \sin (\omega t'' + \theta_R) \quad (t \geqslant t_к),$$

$$t' = t - t_н; \quad t'' = t - t_к; \quad T = 2\pi/\omega; \quad t_2 = t_к - t_н;$$

$$\theta' = \operatorname{arctg} [\sin \omega t_н / (\cos \omega t_н - t_к/t_2)];$$

$$\theta_к = \operatorname{arctg} \frac{(t_н/t_2) \sin \omega t_2 - \sin \omega t_к}{(t_к/t_2) \cos \omega t_2 - \cos \omega t_к - t_н/t_2}.$$

Спектр смещения для данной нагрузки приведен на рис. 10.8. В случаях $\Phi \neq 0$, $t_к \to \infty$ спектры смещений показаны на рис. 10.9.

Для нагрузки рис. 10.2, з, возрастающей экспоненциально, а затем остающейся постоянной

$$P = [1 - \exp(at/t_н)]/(1 - \exp a) \quad (0 < t \leqslant t_н), \quad P = 1 \quad (t \geqslant t_н)$$

$$K_д = 1 + \left| \frac{a}{1 - \exp a} \left(\frac{1 - 2\exp a \cos \omega t_н + \exp(2a)}{a^2 + \omega^2 t_н^2} \right)^{1/2} \right|.$$

Спектр смещений рис. 10.10 включает особые случаи: вертикальную ступень $a \to \pm\infty$ и линейный наклон $a = 0$.

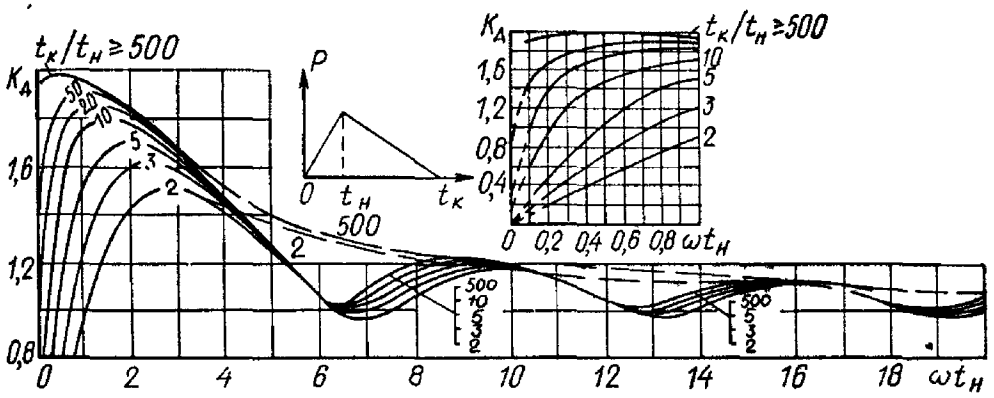


Рис. 10.8. Спектр смещений для треугольного импульса с линейным нарастанием нагрузки по рис. 10.2 ж при $\Phi = 0$. Штриховые линии — огибающие для $t_к/t_н = 2$ и 500

От кратковременной нагрузки $q(t) = \text{const}$ длительностью $\tau < T/2 = \pi/\omega$ (T — период собственных колебаний) максимум смещения достигается после прекращения ее действия, а при $\tau = T/2$ — в момент времени $t = T$. Движение при $t > \tau$ определяется формулой $D = 2\sin\frac{\omega\tau}{2}\sin\omega\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$ и коэффициент динамичности $K_д = 2\sin\frac{\omega\tau}{2} = 2\sin\frac{\pi\tau}{T}$. Как видно из графика этой функции (рис. 10.11), значение $K_д < 1$ при $\tau/T \equiv \omega\tau/(2\pi) < 0{,}167$, т. е. конструкция при коротких импульсах может выдерживать значительные перегрузки в сравнении со статической нагрузкой, имеющей ту же величину.

Для кратковременных импульсных нагрузок с $\tau \ll T$ форма нагрузки $q(t)$ слабо влияет на движение упругой

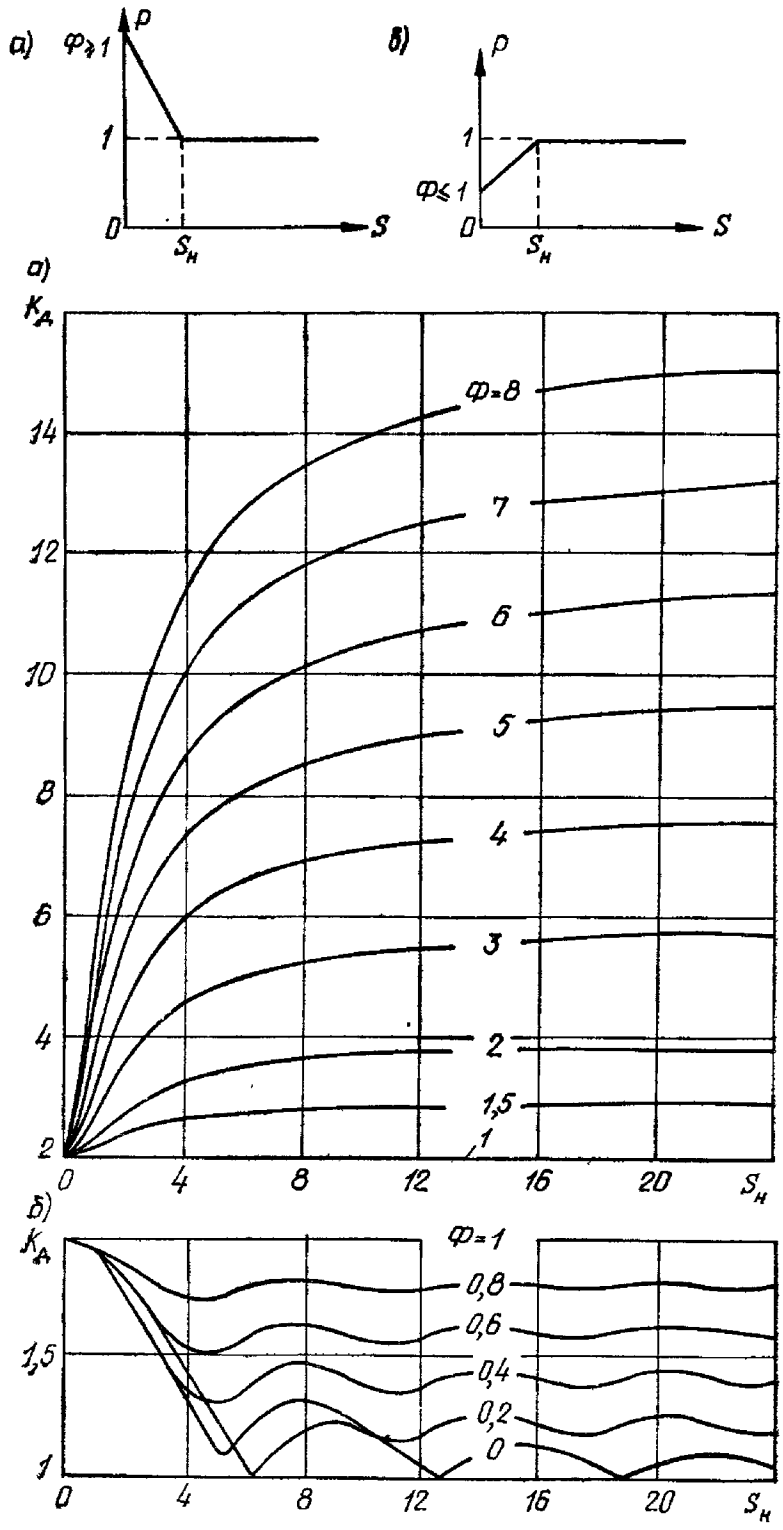


Рис. 10.9. Спектр смещений для нагрузок по рис. 10.2 *ж* при $S_н \to \infty$

системы и расчет может быть заменен определением реакции на импульс

$$I = \int_0^\tau q(t)\,dt,$$

приложенный при $t=0$ (т. е. на «мгновенный» импульс). При действии такого импульса перемещение системы при $\varepsilon=0$, $y_0=0$ и с учетом равенства $v_0=I/m$ определяется по формуле

$$y(t) = \frac{I}{\omega m}\sin\omega t.$$

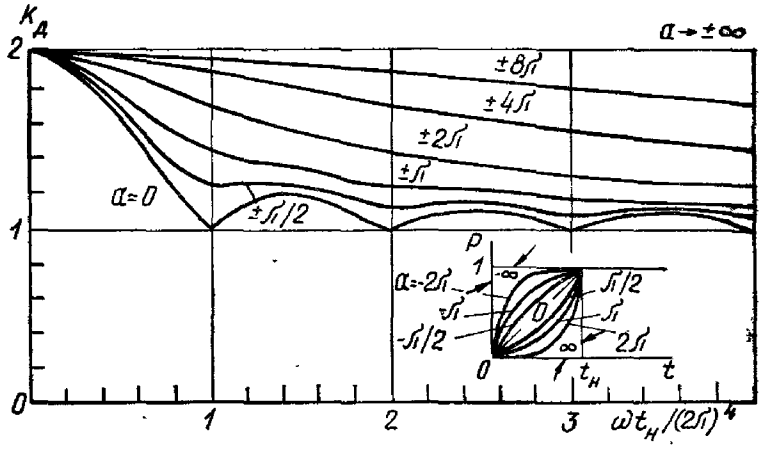


Рис. 10.10. Спектр смещений для ступенчатой нагрузки с экспоненциальным нарастанием по рис. 10.2, з

Максимум перемещения $y_m=I/(\omega m)=I\omega/C$, где $C=\omega^2 m$ — жесткость упругой связи. Величина $I\omega=Cy_m$ представляет собой сопротивление деформации связи при максимуме смещения, т. е. может рассматриваться как статическая нагрузка, эквивалентная мгновенному импульсу, $q_{эк}=I\omega$.

Эквивалентная статическая нагрузка кратковременного импульса длительностью τ

$$q_{эк} = I\omega\sin\frac{\omega\tau}{2}\Big/\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) = I\omega\xi \quad (\xi \ll 1).$$

Поскольку отношение $\sin x/x<1$ стремится к единице при $x\to 0$, то ясно, что при равных импульсах более опасным является более короткий импульс. Таким образом, расчет на «мгновенный» импульс содержит известный запас.

Движение под действием мгновенного импульса I слабодемпфированной системы определяют выражением

$$y(t) = \frac{I}{\omega_\varepsilon m} \exp(-\varepsilon t) \sin \omega_\varepsilon t,$$

а максимум смещения

$$y_m = \frac{I}{\omega_\varepsilon m} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\omega_\varepsilon} \operatorname{arctg} \frac{\omega_\varepsilon}{\varepsilon}\right).$$

Рассмотрим нагрузку в виде мгновенного импульса I, приложенного в момент времени $t=0$, в комбинации со скачком $q(t)=Q_0=\text{const}$ при $t>0$. Такое нагружение

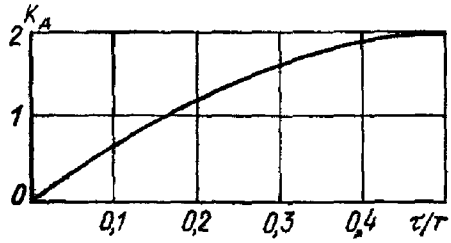


Рис. 10.11. Спектр смещений для короткого прямоугольного импульса

соответствует двум фазам взаимодействия ударной волны с объектами: дифракции и квазистационарного обтекания, причем $q_н$, I — нагрузки, сформировавшиеся в процессе взаимодействия.

Импульс I вызывает начальную скорость $v_0=I/m$ и для случая недемпфированного осциллятора имеем $(S=\omega t)$

$$y = \frac{v_0}{\omega} \sin S + \frac{Q_0}{\omega^2 m} (1 - \cos S);$$

$$v_0 = -\frac{Q_0}{\omega m} \operatorname{tg} S_m,\ y^{\cdot}(S_m) = 0,$$

где $S_m = \omega t_m$ — время, соответствующее максимуму смещения y_m.

Отметим возможность нахождения нагрузок Q_0 и I по параметрам реакции осциллятора

$$Q_0 = \frac{C y_m}{1 - \sec S_m}, \quad I = \frac{C}{\omega} y_m \operatorname{ctg} \frac{S_m}{2}, \quad y_m = y(S_m).$$

Если осциллятор нагружен ударной волной с известными характеристиками, то измеряя величины y_m, S_m, легко найти аэродинамические параметры инерционного элемента осциллятора, воспринимающего нагрузку. При этом предполагается, что колебания осциллятора являются малыми в том смысле, что они не вызывают замет-

ных искажений естественной дифракционной картины взаимодействия волны с элементом. Опыты такого типа обычно проводят, используя в качестве массы осциллятора модель конструкции (см. п. 2.2).

Для воздушных ударных волн квазистационарная часть нагрузки аппроксимируется треугольным импульсом $P=q/q_н=1-S/S_к$, $q_н=q(0)$, $S_к=\omega t_к$ (см. рис. 10.2, *е*). На рис. 10.12 даны ударные спектры осциллятора для нагрузки в виде комбинации мгновенного импульса с треугольным импульсом в форме зависимостей безразмерных величин

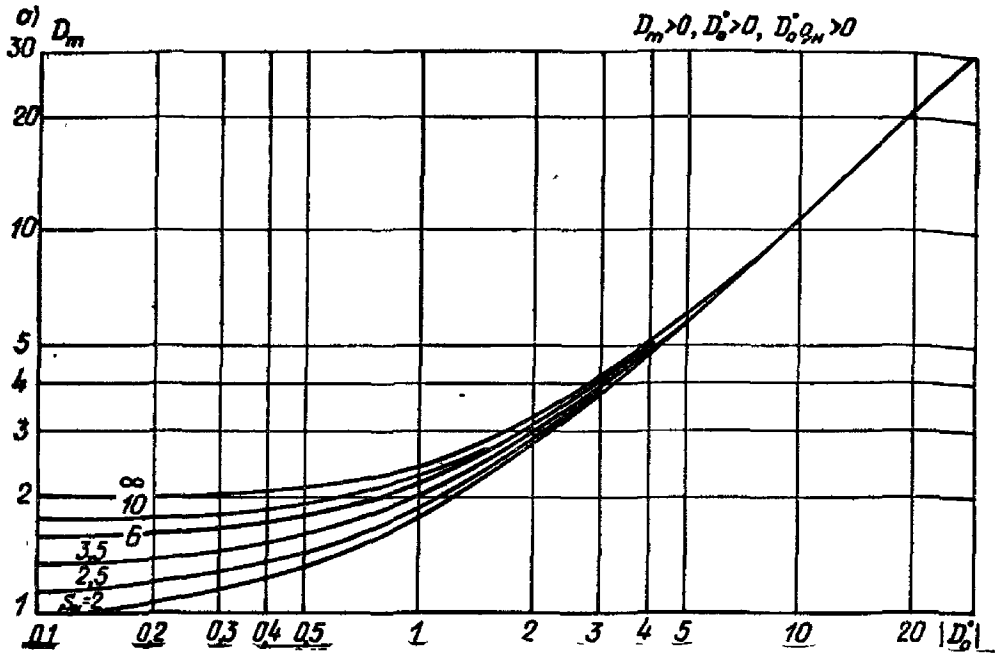
$$K_д \equiv y_m/y_q = D_m\left(\dot{D_0}, S_к\right), \quad S_m = S_m\left(D_m, S_к\right), \; D^{\cdot}\left(S_m\right)=0,$$

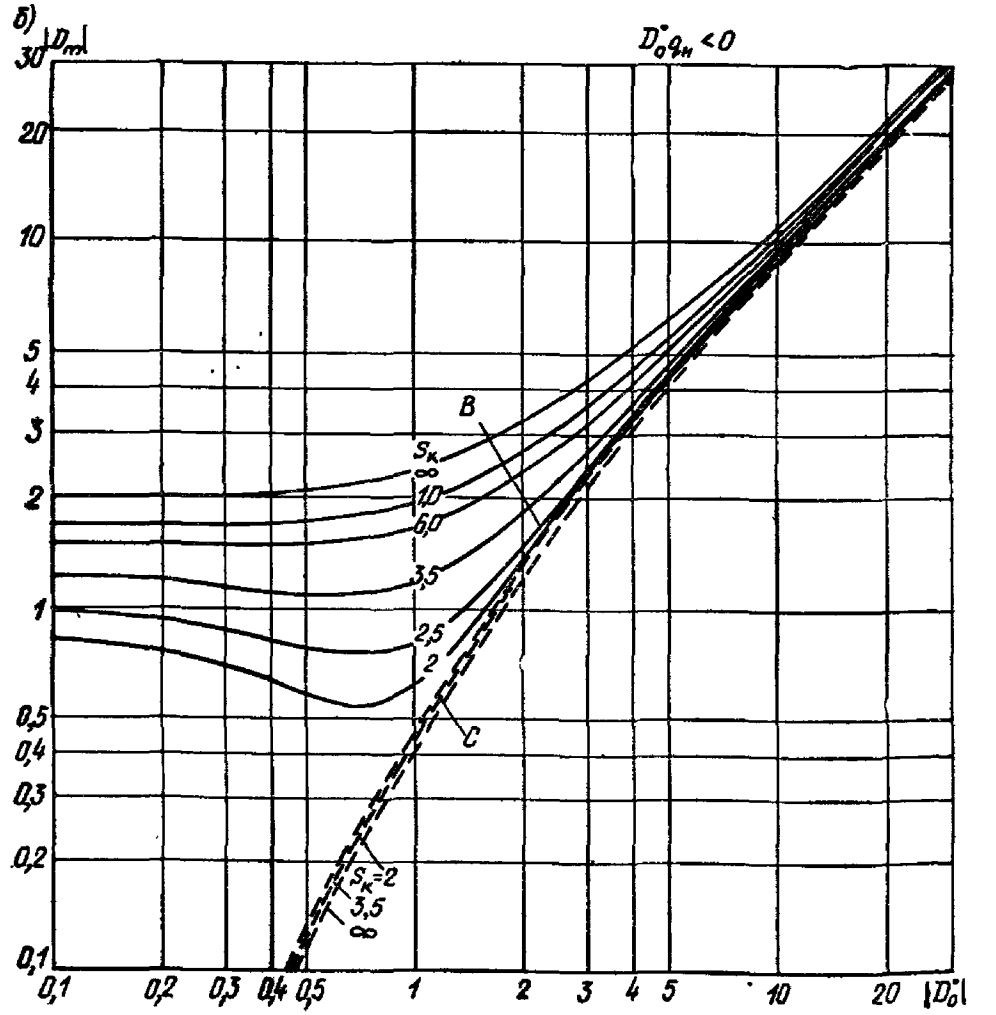
$$\text{где } y_q = q_н/C, \quad \dot{D_0} = \omega I/q_н.$$

В общем случае векторы $q_н$ и $\dot{D_0}$ могут иметь различные направления (например, в плоскости колебаний, ортогональной направлению распространения ударной волны). Поэтому следует различать положительные и отрицательные значения коэффициентов $K_д$. На графиках учтены оба случая $D^{\cdot} q_н>0$ и $D^{\cdot} q_н<0$, причем для второго случая противоположных направлений импульса и нагрузки следует оценивать положительную ($K_д>0$) и отрицательную ($K_д<0$) амплитуды колебаний. Если считать, что $q_н>0$, то при $\dot{D_0} q_н<0$ положительная амплитуда определяется серией кривых B, а отрицательная амплитуда — серией кривых C. Случаю $\dot{D_0} q_н>0$ соответствует серия кривых A, ограниченных слева линией n—n; случаю $\dot{D_0} q_н<0$ соответствует серия кривых B для $K_д>0$ и серия C для $K_д<0$. Графики могут служить для расчета упругих систем на эквивалентные статические нагрузки по известным параметрам $q_н$, I, $t_к$. Для решения обратной задачи (нахождения нагрузок по параметрам реакции осциллятора) по значениям S_m, $S_к$ находят D_m, а затем $\dot{D_0}$, что позволяет перейти к размерным величинам $q_н$ и I.

Наличие зазоров между динамически нагруженной конструкцией и опорами (основанием) может приводить к повышению деформаций. Влияние зазоров особенно велико при продолжительных импульсивных нагрузках, слабо уменьшающихся за время исчерпания зазора.

Пусть на осциллятор действует нагрузка $P=P_1 (0<t\leqslant\tau)$, $P=P_2 (\tau<t)$, $P_1=2P_2=\text{const}$. Деформирова-


а)
D_m
$D_m>0, D_0^*>0, D_0^* q_н>0$
30
20
10
5
4
3
2
1
∞
10
6
3,5
2,5
$S_к$=2
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
1
2
3
4
5
10
20
$|D_0^*|$


б)
$|D_m|$
$D_0^* q_н<0$
30
20
10
5
4
3
2
1
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
B
C
$S_к$
∞
10
6,0
3,5
2,5
2
$S_к$=2
3,5
∞
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
1
2
3
4
5
10
20
$|D_0^*|$

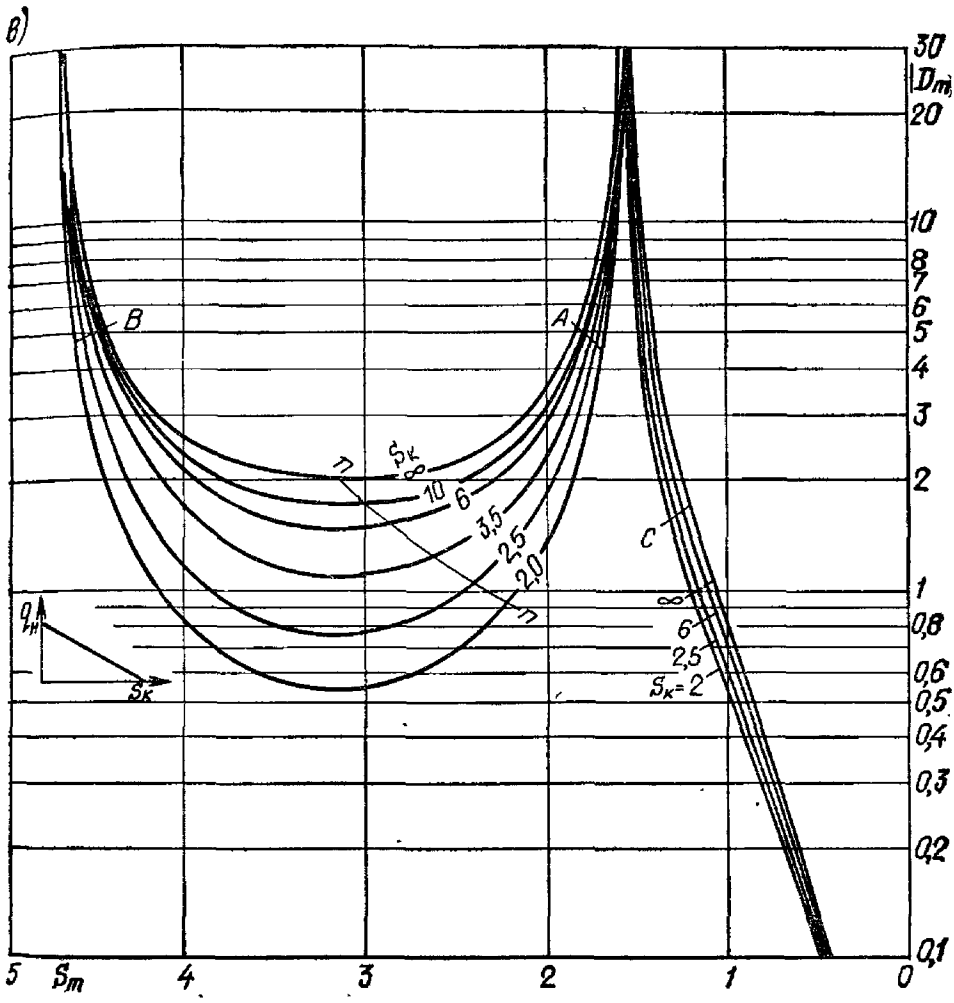


Рис. 10.12. Спектр смещений и времена S_m для треугольной нагрузки по рис. 10.2, *е* в комбинации с мгновенным импульсом, приложенным в начале воздействия

ние конструкции начинается при $t>0$ после того, как она сместится на расстояние, равное зазору.

Введем характерный статический прогиб $w=\delta_{22}P_2$ и предположим, что для периода собственных колебаний $T=2\pi/\omega$ (частота $\omega=(\delta_{11}m)^{-1/2}$) выполняется условие $\tau\geqslant\frac{1}{2}T$. Тогда прогиб в интервале $0<t<\tau$ будет $y=$ $=2w(1-\cos\omega t)$, $y_{max}=4w$.

Если ввести коэффициент динамичности по формуле $K_{д1}=y_{max}/w$, то получим для рассмотренного случая $K_{д1}=4$. Если бы w было взято для нагрузки P_1, то коэффициент динамичности был бы равен 2. Однако нас интересуют не абсолютные значения коэффициентов дина-

мичности, а относительные, поэтому форма определения этого коэффициента не может изменить окончательный результат.

Теперь рассмотрим упругую систему с зазором от опоры, равным a. Очевидно, до того, как будет выбран зазор, система остается недеформированной.

Пусть зазор выбирается за время τ (без трения). Скорость массы осциллятора в момент $t=\tau$ соударения равна: $v(\tau)=2P_2\tau/m=2w\omega^2\tau$, а смещение $a=P_2\tau^2/m$.

Введем шкалу времени $t'=t-\tau$, тогда деформация системы с момента удара будет $y/w=2\omega\tau\sin\omega t'+1-\cos\omega t'$.

Первый максимум этой функции (во втором квадранте ωt) будет при

$$\operatorname{tg}\omega t'_m=-2\omega\tau, \tag{10.29}$$

$$\sin\omega t'_m=\frac{\operatorname{tg}\omega t'_m}{-\sqrt{1+(\operatorname{tg}\omega t_m)^2}}=\frac{2\omega\tau}{+\sqrt{1+4\omega^2\tau^2}},$$

$$\cos\omega t'_m=\frac{1}{-\sqrt{1+(\operatorname{tg}\omega t'_m)^2}}=\frac{1}{-\sqrt{1+4\omega^2\tau^2}}.$$

Подставив $t'=t_m$ в (10.29), найдем коэффициент динамичности с ударом

$$K_{д2}=\frac{4\omega^2\tau^2}{\sqrt{1+4\omega^2\tau^2}}+1+\frac{1}{\sqrt{1+4\omega^2\tau^2}}=1+\sqrt{1+4\omega^2\tau^2}$$

$$(\omega\tau\geqslant\pi).$$

Пусть, например, $\tau=\frac{1}{2}T=\frac{1}{2}2\pi/\omega$, т. е. $\omega\tau=\pi$ тогда

$$K_{д2}=1+\sqrt{1+4\pi^2}=7{,}35,\quad \gamma=K_{д2}/K_{д1}=7{,}35/4=1{,}84.$$

при $\tau=T$, $\omega\tau=2\pi$, $K_{д2}=13{,}6$, $\gamma=3{,}4$,

т. е. $\gamma>1$, если $\omega\tau\geqslant\pi$. При $\omega\tau\geqslant\pi$ имеем $1\ll(2\omega\tau)^2$, и можно записать приближенную формулу для коэффициента динамичности с ударом $K_{д2}\cong1+2\omega\tau$.

При кинематическом возмущении конструкции, вызванном смещением опор, достаточно в правой части уравнения (10.21) видоизменить выражение для нагрузки. Рассмотрим возможные схемы нагружения упругого осциллятора, изображенного на рис. 10.13, за счет сжатия или изгиба упругой связи. Пусть масса m при

$t>0$ нагружена силой $q(t)$, а основание движется по закону $z(t)$. Начальное положение массы вдоль инерциальной оси Y равно $Y_0 \neq 0$ (схема *а*) и $Y_0 = 0$ (*б*). При $Z(t) \equiv \equiv 0$ деформация пружины $y = Y - Y_0$, а при $Z(t) \neq 0$ $y = = Y - Y_0 - Z$, и уравнение движения можно записать в двух эквивалентных формах (C — жесткость пружины)

$$mY'' + CY = q + C(Z + Y_0);$$

или

$$my'' + Cy = q - mZ'',$$

откуда видно, как нужно брать суммарную нагрузку.

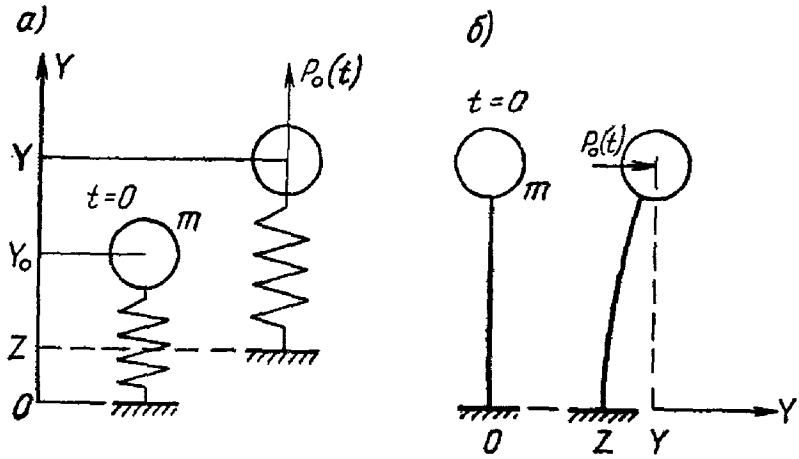


Рис. 10.13. Расчетные схемы конструкции как системы с одной степенью свободы, загруженной ударным и кинематическим воздействиями

а — продольная деформация; *б* — изгибная деформация

Использование последнего уравнения удобно, когда задана акселерограмма $Z''(t)$, и при его решении получают деформацию $y(t)$. Если в расчет вводят скорость $Z'(t)$ или перемещение $Z(t)$, то предпочтительней пользоваться уравнением для координаты Y, чтобы избежать дифференцирования функции Z.

Метод приведения

Для приближенных динамических расчетов применяют методы приведения реальной системы к схеме с конечным числом степеней свободы. В инженерных расчетах широко используют приведение к схеме осциллятора, т. е. к системе с одной степенью свободы. Известны различ-

ные методы приведения, среди которых назовем энергетический (Релея) и Бубнова-Галеркина [22, 108, 117].

Для получения системы из n^0 уравнений движения приведенной системы можно использовать уравнение Лагранжа второго рода ($j=1, 2, ..., n^0$)

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial K}{\partial \dot{y}_j} - \frac{\partial}{\partial y_j}(K-U) = Q_j - \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_j}, \qquad (10.30)$$

где y_j — обобщенные координаты системы; K, U — кинетическая и потенциальная энергии; Q_j — обобщенная нагрузка; F — диссипативная функция Релея, учитывающая рассеяние энергии.

Ниже рассмотрено приведение к схеме осциллятора (без диссипации), когда движение системы определяется единственной обобщенной координатой, т. е. функциями y_1, $\dot{y}_1$ ($n^0=1$). Метод приведения к схеме осциллятора основан на использовании заданной формы колебаний $X(x)$ (базисной функции), близкой к ожидаемой и удовлетворяющей граничным условиям колеблющейся системы, перемещения которой представляют в виде ($X(x)$ — перемещения конструкции при $y_0=1$)

$$y=(x, t)=y_0(t)\,X(x).$$

Здесь и далее индекс $j=1$ заменен на $j=0$.

Составим уравнения Лагранжа для конструктивной схемы из n сосредоточенных масс $\bar{m}_i$ и распределенной вдоль l массы m. Кинетическая энергия запишется в виде

$$K=\frac{1}{2}\dot{y}_0^2\left(\sum_{i=1}^{n}\bar{m}_i X^2(x_i)+\int_l mX^2(x)\,dx\right).$$

Потенциальная энергия упругих деформаций стержня (с площадью сечения F, моментом инерции I, модулями Юнга E и сдвига G) при действии продольной силы $\bar{N}$, изгибающего момента $\bar{M}$ и поперечной силы $\bar{Q}$ представим в виде суммы

$$U=\int_l\frac{[\bar{N}(x)]^2}{2EF}dx+\int_l\frac{[\bar{M}(x)]^2}{2EI}dx+\int_l\frac{[\bar{Q}(x)]^2}{2\lambda GF}dx,$$

а в компонентах продольных w_1, поперечных w_2 и сдвиговых w_3 деформаций

$$U=y_0^2\left(\int_l\frac{EF}{2}(w_1'')^2\,dx+\int_l\frac{EI}{2}(w_2'')^2\,dx+\int_l\frac{\lambda GF}{2}(w_3'')^2\,dx\right),$$

где штрихом обозначена производная по координате, λ — постоянная формы сечения, а ω_i $(i=1, 2, 3)$ соответствуют базисной функции.

Обобщенная нагрузка Q для произвольной системы k сосредоточенных $\bar{P}_i$ и распределенной P нагрузок определяется как их виртуальная работа при $y_0=1$ на перемещениях $X(x)$

$$Q=\sum_{i=1}^{k}\bar{P}_i X(x_i)+\int_l PX(x)\,dx.$$

Определим значения производных в (10.30): $\partial K/\partial y_0=0$,

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial K}{\partial \dot{y}_0}=M\ddot{y}_0,\qquad M\equiv\sum_{i=1}^{n}\bar{m}_i X_i^2(x_i)+\int_l mX^2(x)\,dx,$$

$$\frac{\partial U}{\partial y_0}=ry_0,\qquad r\equiv\int_l EF\left(\omega_1''\right)^2 dx+\int_l EI\left(\omega_2''\right)^2 dx+\int_l \lambda GF\left(\omega_3'\right)^2 dx.$$

Подставив в уравнение Лагранжа (10.30), получим уравнение осциллятора

$$M\ddot{y}_0+ry_0=Q, \tag{10.31}$$

где M, r и Q — приведенные масса, жесткость и нагрузка. Частоту ω определяют по формуле Релея

$$\omega=\sqrt{r/M}. \tag{10.32}$$

Рассмотрим простой пример с шарнирно опертой балкой пролетом l, нагруженной распределенной динамической нагрузкой $P(x,\ t)=P_0 f(t)$. Примем $X(x)=\sin(\pi x/l)$,

$$M=\int_0^l mX''(x)\,dx=m\int_0^l \sin^2\left(\frac{\pi x}{l}\right)dx=\frac{1}{2}ml,$$

$$r=\int_0^l EI\left[X''(x)\right]^2 dx=EI\int_0^l\left[\sin''\left(\frac{\pi x}{l}\right)\right]^2 dx=\frac{\pi^4 EI}{2l^3},$$

$$Q=\int_0^l P_0 f(t)\,X(x)\,dx=P_0 f(t)\int_0^l \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)dx=P_0 f(t)\frac{2l}{\pi}.$$

Уравнение движения приобретает вид

$$\frac{1}{2} m l \ddot{y}_0 + \frac{\pi^4 EI}{2l^3} y_0 = \frac{2l}{\pi} P_0 f(t).$$

Поскольку полная масса балки $M_н = ml$, жесткость $r_н = 384\ EI/(5l^3)$, нагрузка $Q_н = P_0 l f(t)$, можно ввести коэффициенты приведения массы, жесткости и нагрузки $K_m = M/M_н = 0{,}5$; $K_r = 5\ \pi^4/(2 \cdot 384) = 0{,}63417$; $K_р = Q/Q_н = 2/\pi = 0{,}63662$. Частота $\omega = \sqrt{K/M} = \frac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}$.

Если в качестве базисной функции принять упругую линию от равномерной нагрузки, т. е. $X(x) = \frac{16}{5}(\alpha - 2\alpha^3 + \alpha^4)$, где $\alpha \equiv x/l$, то будут близкие значения $K_m = 0{,}503$; $K_r = K_р = 0{,}64$.

Перепишем уравнение движения так:

$$K_m M_н \ddot{y}_0 + K_р r_н y_0 = K_р Q_н, \quad K_1 M_н \ddot{y}_0 + r_н q = Q_н, \qquad (10.33)$$

где $K_1 = K_m/K_р$ — коэффициент нагрузки-массы. Для нашего примера $K_1 = 0{,}781$.

Уравнение (10.33) можно привести к безразмерному виду (10.42), что позволяет использовать данные по коэффициентам динамичности, приведенным выше, и вести расчет на эквивалентные статические нагрузки. Для сложных конструкций и функций $f(t)$ динамический расчет проводят интегрированием уравнения (10.31) численным методом.

В задачах динамики широко используют также метод Бубнова-Галеркина, согласно которому решение дифференциального уравнения в частных производных

$$L(v) = f \qquad (10.34)$$

разыскивается в виде линейной комбинации

$$v(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} T_i X_i, \qquad (10.35)$$

где L — дифференциальный оператор; X_i — некоторые функции, принадлежащие полной системе и удовлетворяющие граничным условиям задачи.

Подставив (10.35) в уравнение (10.34) $L\left(\sum_{i=1}^{\infty} T_i X_i\right) - f = 0$, можно записать систему равенств, удовлетворя-

ющих исходному уравнению, благодаря полноте системы функций X_i,

$$\int_0^l \left[L\left(\sum_{i=1}^{\infty} T_i X_i\right) - f\right] X_j \, dz = 0. \qquad (10.36)$$

На практике используют ограниченное число членов ряда или один член, в чем и состоит приближенность метода. Формула метода Бубнова-Галеркина (10.36) дает систему обыкновенных дифференциальных уравнений конечного порядка.

Получим одночленное приближение для однопролетной балки, используя уравнение (10.1) технической теории изгиба

$$\Pi [y(x, t)] \equiv EIy^{IV} + m\ddot{y} - q(t) = 0, \qquad (10.37)$$

по методу Бубнова-Галеркина, положив

$$y(x, t) = y_0(t) X(x), \quad X(x) = X_q(x)/X_q(x_0), \qquad (10.38)$$

где m — погонная масса; x_0 — координата точки приведения (к системе с одной степенью свободы), совмещенная с центром пролета; $X_q(x)$ — базисная функция, которую принимают по статической форме изгиба балки, загружеиной равномерной нагрузкой некоторой интенсивности $q_н$, т. е. $X_q(x)$ — есть решение уравнения статического изгиба

$$EI X_q^{IV} = q_н. \qquad (10.39)$$

Так как $X(x_0) = 1$, то $y_0(t)$ — динамический прогиб балки в точке приведения. Статический прогиб в этой точке от нагрузки $q_н$ определяют из (10.39) $X_q(x_0) = y_{q1}$. Подставив (10.38) в (10.37), умножив на $X(x)$ и проинтегрировав по пролету

$$\int_0^l \Pi [y(x, t)] X(x) \, dx = 0, \qquad (10.40)$$

получим уравнение

$$\ddot{y_0} + \omega^2 y_0 = \frac{\omega^2 q(t)}{q_н/y_{q1}}; \qquad (10.41)$$

$$\omega^2 = \frac{q_н/y_{q1}}{K_1 m}, \quad K_1 = \int_0^l [X(x)]^2 dx \Big/ \int_0^l X(x) \, dx.$$

Здесь ω — аналог основной частоты собственных колебаний, а величины $q_н/y_{q1}$ и K_1 имеют смысл жесткости упругой системы и коэффициента приведения нагрузки-мас-

сы. Параметр ω весьма близок к значению частоты балки по первой форме собственных колебаний.

Вводя безразмерные переменные

$$D = y_0(t)/y_{q1}, \quad S = \omega t,$$

получим безразмерную форму уравнения (10.41), в котором $D' = dD/dS$,

$$D'' + D = P(S), \quad P = q/q_{\text{н}}, \tag{10.42}$$

с начальными условиями: при $S=0$ $D(0)=0$, $D(0)=D_0'$.

Параметр D_0' — безразмерная начальная скорость. Этой величиной приближенно можно учесть влияние интенсивной начальной фазы нагрузки, аппроксимируемой в виде мгновенного импульса $i(x)$, приложенного при $t=0$, если длительность τ этой фазы весьма мала в сравнении с периодом T собственных колебаний конструкции ($\tau \ll T$). Начальные скорости $v_0(x)$ точек оси балки, вызванные мгновенным распределенным импульсом $i(x)$, применительно к уравнению (10.37) могут быть подсчитаны при некоторых ограничениях на вид функций $i(x)$, при которых не возникают разрывы в распределении $v_0(x)$. Можно, например, принять $i(x)/i(x_0) = X(x)$. В этом случае начальные скорости будут распределяться непрерывно, подобно линии прогибов $v_0(x) = \frac{i(x)}{m} = \frac{i(x_0)}{m} X(x)$, и для точки $x = x_0$ после приведения к безразмерному виду $D_0' = \frac{v_0(x_0)}{\omega y_q} = \frac{\omega i(x_0)}{q_{\text{н}}}$. Если импульс $i(x)$ аппроксимирована вся нагрузка, можно принять $q_{\text{н}} = \omega i(x_0)$ и $D_0' = 1$.

Для упругих конструкций как приведенных систем с одной степенью свободы внутренние усилия (моменты M, поперечные силы Q), компоненты тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} представимы в виде произведения двух функций, одна из которых зависит от времени, а вторая от координаты. Поэтому в силу известных дифференциальных соотношений между прогибами и внутренними усилиями и, следовательно, напряжениями и упругими деформациями, имеют место соотношения

$$D = \frac{y_0}{y_{q1}} = \frac{M}{M_q} = \frac{Q}{Q_q} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{qij}} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{qij}},$$

в которых индексом q помечены значения величин от ста-

тического действия нагрузки $q_н$. Таким образом, функция динамичности $D(s)$ характеризует отношение любого динамического параметра упругой системы в момент времени s к соответствующему известному статическому значению. Если для заданной функции $P(s)$ максимум прогиба $D_m = D(s_m)\,(D'(s_m) = 0)$ будет достигнут при упругой работе конструкции, то D_m будет коэффициентом динамичности по всем параметрам конструкции.

Методы Релея, Ритца и Бубнова-Галеркина в последующий период обобщены в методе конечного элемента, в котором в качестве пробных фигурируют кусочно-полиномиальные функции.

В приближенных динамических расчетах балок как систем с одной степенью свободы с помощью уравнения (10.14) (после некоторых упрощений) можно получить приведенные параметры осциллятора с учетом поправок на деформацию сдвига и инерцию вращения.

Из соотношений (10.13) с учетом граничных условий, обусловленных схемой опорных закреплений, можно получить линию прогибов от изгиба $y_1(x)$ и от сдвига $y_2(x)$ при статической нагрузке $q_н$

$$y_1(x) = y_{q1} X_1(x), \quad y_2(x) = y_{q2} X_2(x), \tag{10.43}$$

где y_{q1}, y_{q2} — соответствующие прогибы в центре пролета ($x = x_0$), $X_1(x_0) = X_2(x_0) = 1$.

Для приведенной динамической системы примем аналогично (10.43) выражения для составляющих линии прогибов

$$y_1(x, t) = y_{01}(t) X_1(x); \quad y_2(x, t) = y_{02}(t) X_2(x)$$

при постоянных отношениях между динамическими прогибами в центре пролета: полного y_0 и от изгиба y_{01} и сдвига y_{02}

$$y_0(t)/y_{01}(t) = (y_{q1} + y_{q2})/y_{q1} \equiv \alpha_1, \; y_{02}(t)\, y_{01}(t) = \alpha_1 - 1.$$

Это дает приближение для линии прогибов динамически нагруженной балки $[X(x_0) = 1]$

$$y(x,t) = y_0(t) X(x), \quad X(x) = [X_1(x) + (\alpha_1 - 1) X_2(x)]/\alpha_1. \tag{10.44}$$

Далее будем пренебрегать в (10.14) малыми величинами высшего порядка и рассматривать равномерно распределенную динамическую нагрузку, для которой исче-

зает вторая производная по времени. Эти предпосылки приводят к уравнению

$$\Pi = EIy^{IV} + \rho F y^{\cdot\cdot} - \rho I\left(1 + \frac{E}{\lambda G}\right) y^{\cdot\cdot\cdot\cdot} - q(t) = 0, \qquad (10.45)$$

в котором членом $\rho I y^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$ учитывается влияние инерции вращения, а величиной $\rho IE/(\lambda G)$ — деформации сдвига и депланации сечений (при замене λ на λ_c).

Приведем (10.45) к обыкновенному дифференциальному уравнению методом Бубнова-Галеркина. Подставив (10.45) с учетом (10.44) в (10.40), получим уравнение (10.42) в безразмерных переменных $D = y_0/y_q$, $s = \omega_* t$, причем параметр y_q содержит поправку на сдвиг, а ω_* — на сдвиг, инерцию вращения и депланацию

$$y_q = \alpha_1 y_{q1}, \quad \omega_* = \gamma\omega, \qquad (10.46)$$

где ω — частота, определяемая без учета указанных факторов по формуле (10.41).

Выражения для динамических внутренних усилий имеют вид

$$M = -EIy_0(t) X_1''(x)/\alpha_1, \quad Q_1 = \lambda FG(\alpha_1 - 1) y_0(t) X_2'(x)/\alpha_1. \qquad (10.47)$$

Параметры α_1 и γ зависят от граничных условий, определяемых схемой опорных закреплений.

Для шарнирно опертой балки имеем ($\alpha_0 \equiv x/l$)

$$X(\alpha_0) = \frac{16}{5}\left[(1 + 4\varphi)\alpha_0 - 4\varphi\alpha_0^2 - 2\alpha_0^3 + \alpha_0^4\right]/\alpha_1;$$

$$y_{q1} = \frac{5q_н l^4}{384EI}, \quad \alpha_1 = 1 + \frac{16}{5}\varphi;$$

$$\gamma^2 = \left(1 + \frac{10}{3}\varphi\right)\left[1 + \frac{204}{31}\varphi + \frac{336}{31}\varphi^2 + \frac{51}{62}\left(1 + \frac{112}{17}\varphi + \frac{560}{51}\varphi^2\right)(4\varphi + 12I(Fl^2)^{-1}\right]^{-1}. \qquad (10.48)$$

Для балки с защемленными концами

$$X(\alpha_0) = 16\left[4\varphi\alpha_0 + (1 - 4\varphi)\alpha_0^2 - 2\alpha_0^3 + \alpha_0^4\right]/\alpha_1,$$

$$y_{q1} = \frac{q_н l^4}{384EI}, \quad \alpha_1 = 1 + 16\varphi,$$

$$\gamma^2 = (1 + 20\varphi)\left[1 + 36\varphi + 336\varphi^2 + (1 + 28\varphi + 280\varphi^2)(4\varphi + 12I(Fl^2)^{-1})\right]^{-1}. \qquad (10.49)$$

Выше обозначено

$$\varphi \equiv \frac{3EI}{\lambda_c FGl^2} = \frac{6I(1+\nu)}{\lambda_c Fl^2}. \qquad (10.50)$$

Для балок прямоугольного поперечного сечения $I/F = h^2/12$ и с учетом (10.16) выражения для γ будут содержать h/l и коэффициент Пуассона $\nu = \frac{1}{2}E/G - 1$, так как в данном случае

$$\varphi = \frac{1+\nu}{2\lambda_c}\left(\frac{h}{l}\right)^2 = \frac{3}{5}\left(1+\frac{11}{12}\nu\right)\left(\frac{h}{l}\right)^2,$$

$$\frac{12I}{Fl^2} = \left(\frac{h}{l}\right)^2.$$

Заметим, что выражение (10.48), которое может быть представлено в виде

$$\gamma = \delta_0\left(1+\frac{51}{62}\left[4\varphi+\left(\frac{h}{l}\right)^2\right]\right)^{-1/2},$$

$$\delta_0^2 = \left(1+\frac{10}{3}\varphi\right)\Big/\left(1+\frac{204}{31}\varphi+\frac{336}{31}\varphi^2\right),$$

соответствует аналогичной формуле С. П. Тимошенко [124] с точностью до множителя δ_0 (для двутаврового сечения $\delta_0 = 0{,}954$).

Приведенные соотношения для балок (плоское напряженное состояние) можно обобщить на балочные плиты (плоская деформация), если E заменить на E_0, коэффициент Пуассона ν — на коэффициент бокового давления ν_0

$$E_0 = E/(1-\nu^2), \quad \nu_0 = \nu/(1-\nu) \qquad (10.51)$$

и параметры F, I, q отнести к единице поперечного размера, т. е. заменить их соответственно величинами h, $\frac{1}{12}h^3$ и поперечным динамическим давлением. Параметр λ_c в данном случае определяют по формуле

$$\lambda_c = 10/(12-\nu). \qquad (10.52)$$

Влияние деформаций сдвига и инерции вращения сказывается в отклонении от единицы величин γ и α_1. На рис. 10.14 приведены графики зависимостей $\gamma(h/l)$, $\alpha_1(h/l)$ для балок прямоугольного сечения шарнирно опертой (сплошные линии) и защемленной по концам (штриховые) при $\nu = 0{,}25$ (кривые *1*) и $\nu = 0{,}46$ (*2*). Для

условий плоской деформации эти графики относятся соответственно к $\nu=0{,}2$ и 0,315.

Графики для коэффициентов динамичности (ударные спектры) могут быть использованы для приближенных расчетов балок с поправками на сдвиг и инерцию вращения, если брать частоту и характерный статический прогиб по формулам (10.46).

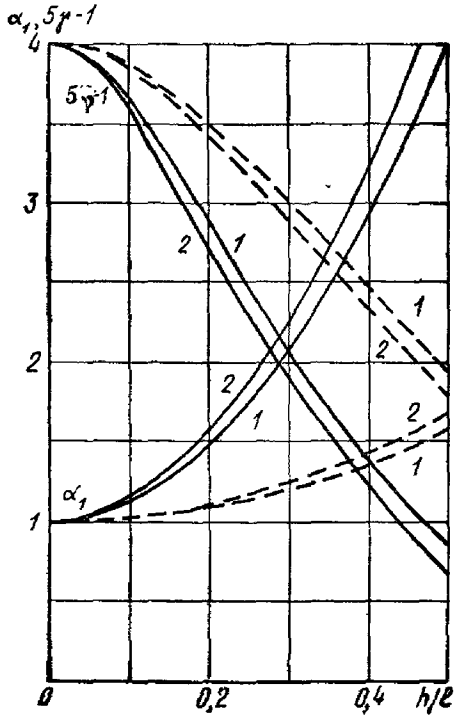


Рис. 10.14. Поправки на деформацию сдвига и инерцию вращения в расчете балок

Для оценки точности приближенного расчета можно сравнить его с численным решением уравнений динамической теории упругости на примере расчета однопролетной балочной плиты с защемленными краями на действие поперечной импульсной нагрузки. Удельный импульс $S_0=2{,}205\cdot10^{-2}$ МПа·с аппроксимируем треугольной нагрузкой (см. рис. 10.2, е), с амплитудой $q_в=147$ МПа, длительностью $\theta=0{,}3\cdot10^{-3}$ с. Параметры плиты: пролет $l=2{,}17$ м; высота $h=0{,}49$ м ($h/l=0{,}226$); плотность $\rho=7{,}85\cdot10^3$ кг/м^3; модуль $E=2{,}1\cdot10^5$ МПа; $\nu=0{,}277$; $\nu_0=\nu/(1-\nu)=0{,}383$; $L_{pш}=1{,}31$; $\lambda_c=0{,}853$; цилиндрическая жесткость $D=2{,}23\cdot10^9$ Н·м. При $h/l>0{,}1$ следует учитывать поправки на деформацию сдвига и инерцию вращения.

Основная частота ω без учета сдвига и инерции вращения

$$\omega^2 = 384DL_{pm}/(l^4\rho h) = 1{,}32\cdot10^7 \text{ с}^{-2},$$

$$\omega = 3{,}63\cdot10^3 \text{ рад/с}, \quad \varphi = \frac{1}{2\lambda_c(1-\nu)}\left(\frac{h}{l}\right)^2 = 0{,}0414,$$

$$\gamma = 0{,}709.$$

Частота с учетом сдвига и инерции вращения

$$\omega_* = \gamma\omega = 0{,}709 \cdot 3{,}63 \cdot 10^3 = 2{,}57 \cdot 10^3 \text{ рад/с}.$$

Статический прогиб плиты y_q от равномерной нагрузки

$$y_q/q_н = \alpha_1 l^4/(384D) = 2{,}59 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}66 = 4{,}30 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Н},$$

$$y_q = 0{,}632 \text{ см}.$$

Без учета поправки $\alpha_1 = 1 + 16\ \varphi = 1{,}66$ эта величина составила бы $y_{q1}/q_н = 2{,}59 \cdot 10^{-11}$ м^3/Н, т. е. расчетная жесткость плиты оказалась ниже на 40, а частота — на 29 %.

Для нагрузки $q = q_н(1 - t/\theta)$ решение (10.25) имеет вид

$$y(t) = \begin{cases} y_q\left(1 - \dfrac{t}{\theta} - \cos\omega_*\theta + \dfrac{1}{\omega_*\theta}\sin\omega_*\theta\right) & (0 < t \leqslant \theta) \\ y(\theta)\cos\omega(t-\theta) + y^*(\theta)\,\omega_*^{-1}\sin\omega(t-\theta), & (t \geqslant \theta) \end{cases} \tag{10.53}$$

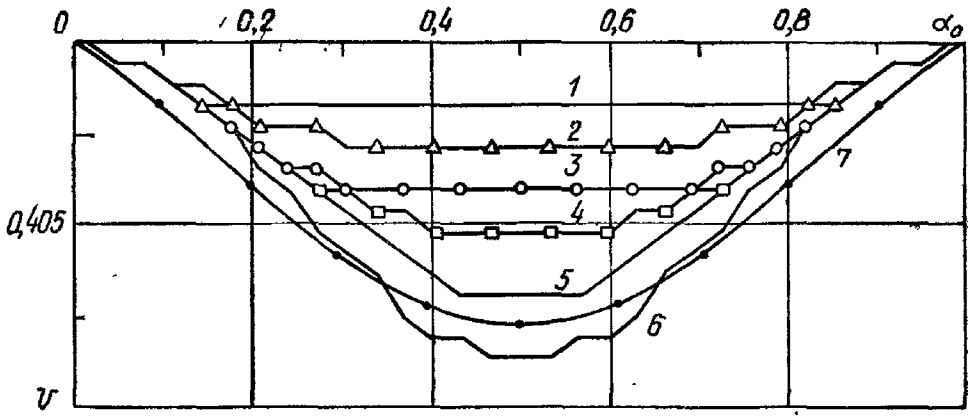


Рис. 10.15. Прогибы упругой плиты с защемленными краями от короткого импульса из численного решения уравнений динамической теории упругости для $s' = \omega_* t/(2\pi\gamma) = 0{,}113$ (кривая *1*); 0,139 (кривая *2*); 0,185 (кривая *3*); 0,208 (кривая *4*); 0,254 (кривая *5*); 0,347 (кривая *6*) и из приближенного решения с учетом деформаций сдвига и инерции вращения для $s' = 0{,}41$ (или $s_m = \omega_* t_m = 1{,}825$, кривая *7*)

где $y(\theta)$, $y^*(\theta)$ — переходные параметры;

$$y(\theta) = y_q(-\cos\omega_*\theta + (\omega_*\theta)^{-1}\sin\omega_*\theta), \quad y^*(\theta) = y_q(-1 + \omega_*\theta\sin\omega_*\theta + \cos\omega_*\theta)/\theta. \tag{10.54}$$

Время t_m достижения максимума прогиба

$$\omega_* t_m = \begin{cases} 2\operatorname{arctg}\omega_*\theta \leqslant \omega_*\theta & (\omega_*\theta \geqslant 2\pi \cdot 0{,}371 = 2{,}331) \\ \omega_*\theta + \operatorname{arctg}(y^*(\theta)/(\omega_* y(\theta))) > \omega_*\theta & (\omega_*\theta < 2.331). \end{cases} \tag{10.55}$$

Максимум прогиба $y_m=y(t_m)$ и коэффициент динамичности $K_д=y(t_m)/y_q$ определяют по формулам

$$K_д=\begin{cases}2\,(1-\operatorname{arctg}\omega_*\,\theta/(\omega_*\,\theta)) & (\omega_*\,\theta\geqslant 2{,}331)\\ (1-2\sin\omega_*\,\theta/(\omega_*\,\theta)+2\,(1-\cos\omega_*\,\theta)/(\omega_*\,\theta)^2)^{1/2} & (\omega_*\,\theta<2{,}331).\end{cases} \quad (10.56)$$

При $\omega_*\theta=2{,}331$ $t_m=\theta$ и коэффициент $K_д=1$, прн $\omega_*\theta<2{,}331$ $K_д=y(t_m)/y_q$ определяют по формулам

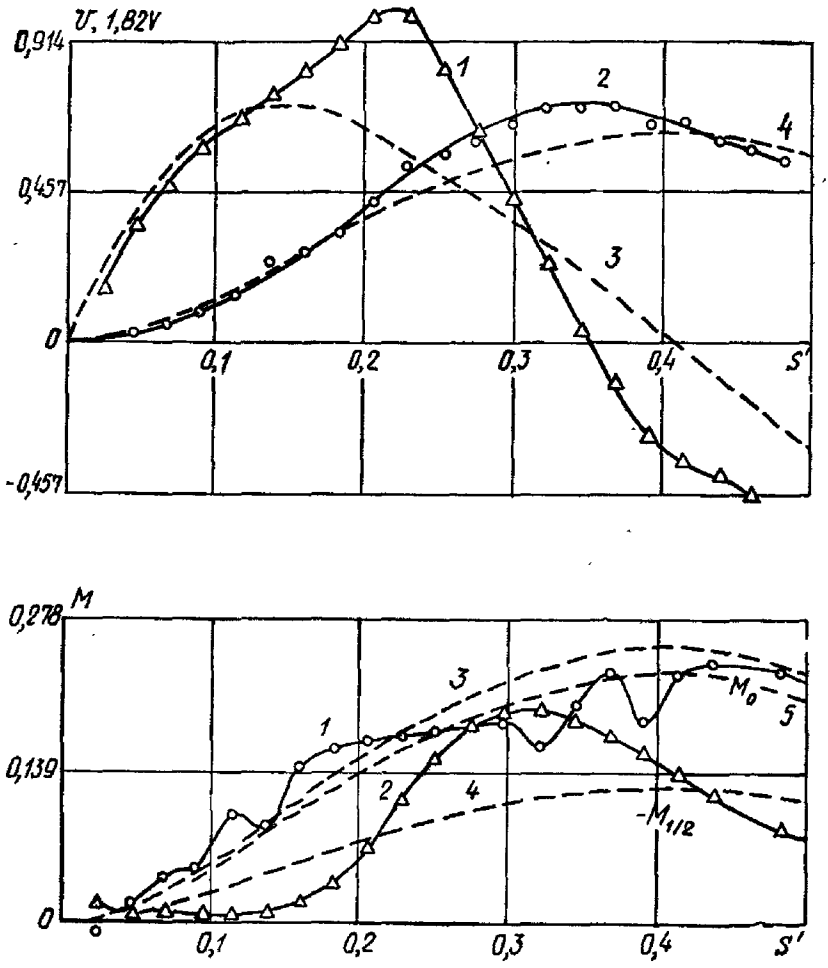


Рис. 10.16. Функцин диамичности скоростн $V(s)$ (кривые *1*, *3*), прогнба $U(s)$ (крнвые *2*, *4*), нзгнбающего момента у опор $M_0(s)$ (кривые *1*, *3*, *5*) н в центре $M_{1/2}(s)$ (крнвые *2*, *4*) плиты от короткого импульса из чнсленного (сплошные линии) н прнблнженного (штрнховые) решений. Крнвая *5* соответствует цеитрам прнопорных ячеек расчетной сетки

Для плиты с защемленными краями, заменив в (10.45) EI на D и F на h, получнм приближенные формулы для изгибающих моментов н поперечных сил

$$M(\alpha, S)=-Dy_1''=-\frac{32D}{(1+16\varphi)\,l^2}(1-6\alpha+6\alpha^2)\,y_0(S), \quad (10.57)$$

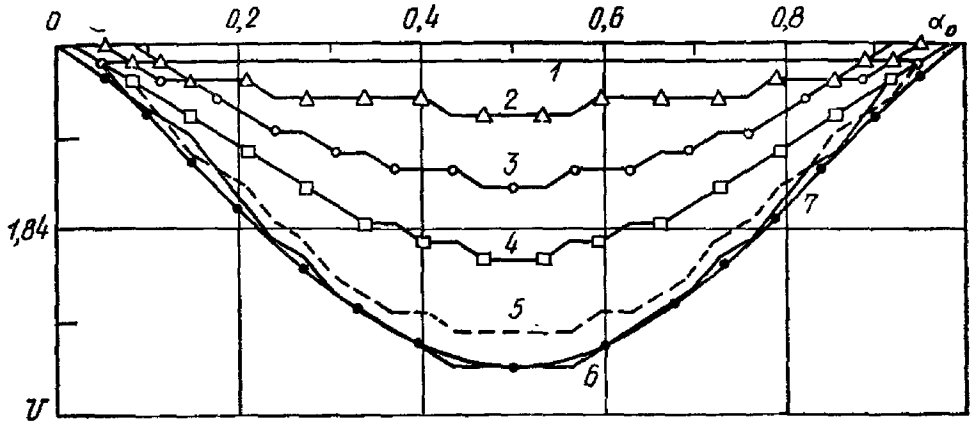


Рис. 10.17. Прогибы плиты от скачка давления ($\omega^*\theta\to\infty$) из численного решения для $s'=0{,}108$ (кривая *1*); 0,199 (кривая *2*); 0,290 (*3*); 0,381 (кривая *4*); 0,524 (*5*); 0,666 (кривая *6*) и из приближенного для $s'=0{,}698$ (или $s_m=\omega_* t_m=3{,}14$, кривая *7*)

$$Q(\alpha,S)=\lambda_c Ghy_2'=\frac{64\varphi\lambda_c Gh}{(1+16\varphi)\,l}(1-2\alpha)\,y_0(S). \qquad (10.58)$$

В рассматриваемом примере $\omega_*\theta=0{,}771<2{,}331$, $y(\theta)=0{,}118$ см, $y^{\cdot}(\theta)=5{,}35$ м/с, $\omega_* t_m=1{,}825$, $K_д=0{,}379$ (см. также график на рис. 10.7). Упругая линия плиты при ее максимальном прогибе показаиа на рис. 10.15 (кривая 7), где $U=\alpha_1 y(t_m)X(\alpha_0)/y_q$ — безразмерная функция.

Для сравнения приведено решение на основе уравнений динамической теории упругости по программе EFFECT. В приближенном аналитическом решении прогиб на 10,6 % меньше, чем в численном. Сравнеиие функций динамичности для параметров движения центра плиты и изгибающих моментов даио на рис. 10.16 в безразмерном виде

$$V\equiv\gamma\alpha_1 y_0/(y_q\,\omega_*);\quad M_0\equiv M^{оп}/(q_н\,l^2/8);$$

$$M_{1/2}\equiv M^{пр}/(q_н\,l^2/8);\quad S'=\omega_* t/(2\pi\gamma),$$

где $M^{оп}$, $M^{пр}$ — изгибающие моменты у опор и в пролете

С увеличением параметра $\omega_*\theta$ сходимость решений улучшается. Приведем сопоставление расчетов для аналогичной балочной плиты, нагруженной скачком давления ($\omega_*\theta\to\infty$). Принято $h/l=0{,}226$, $\rho=2{,}4\cdot10^3$ кг/м^3, $E=0{,}4\cdot10^5$ МПа, $\nu=0{,}25$. На рис. 10.17—10.19 дано сравнение решений (в безразмерных переменных), откуда видна высокая степень сходимости по амплитудным значениям перемещений и внутренних усилий. На рис. 10.18 также показано ступенчатое нарастание скорости нижней поверхности плиты (точное решение), а на рис. 10.19 изменение поперечной и продольной (распор) сил в опорном сечении, отнесенных к величине $q_н l/2$.

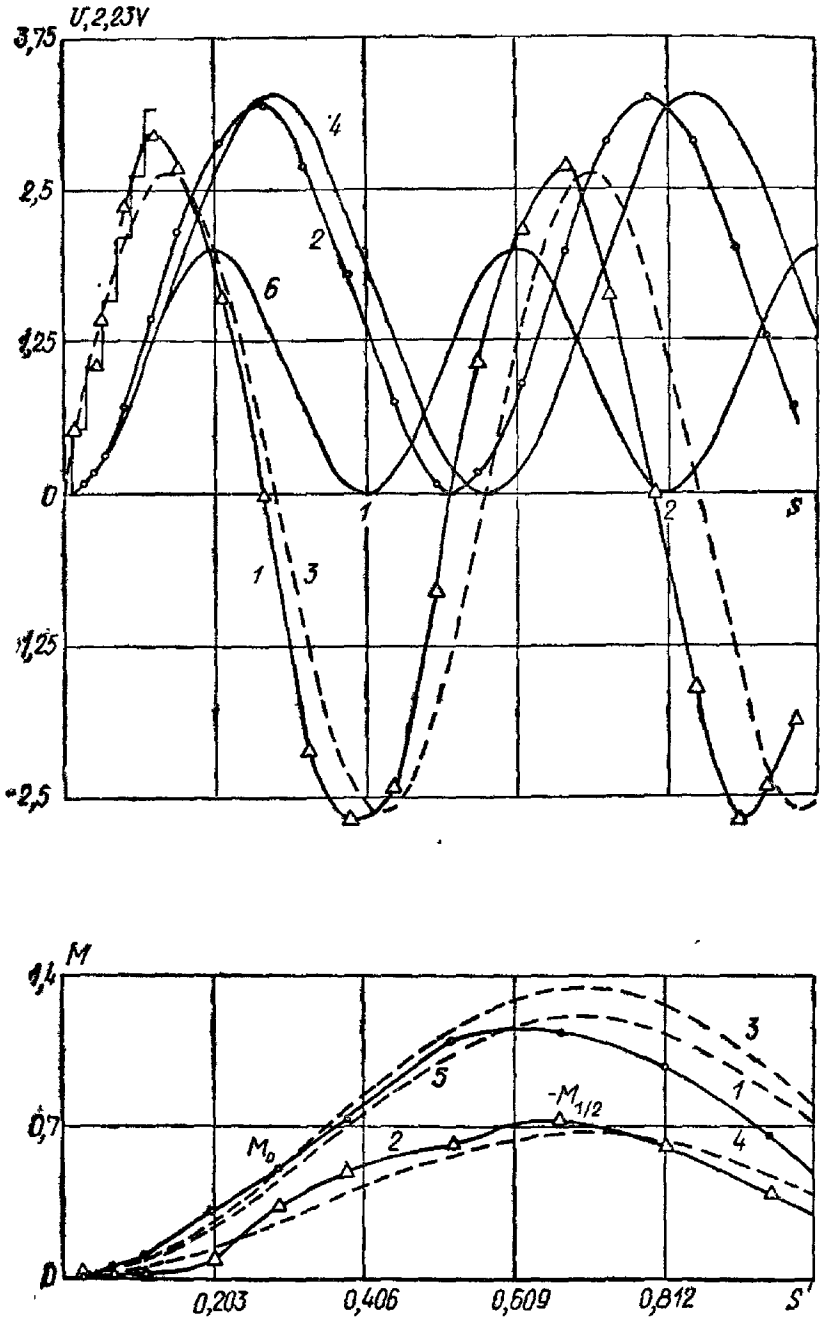


Рис. 10.18. Функции динамичности для плиты от скачка давления (обозначения см. подпись к рис. 10.13). Кривой *6* дано решение без учета деформаций сдвига и инерции вращения

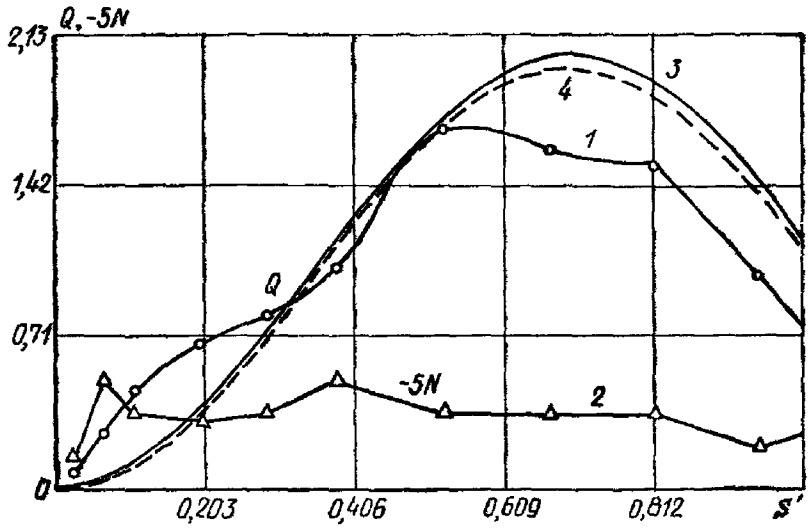


Рис. 10.19. Функции динамичности поперечной силы $\theta(s)$ (кривые *1*, *3*, *4*) и распора N (*2*) в опорных сечениях плиты от скачка давления из численного (кривые *1*, *2*) и приближенного (кривые *3*, *4*) решений

10.2. Исчерпание упругого ресурса конструкций

Исчерпание упругого ресурса элементов динамически нагруженных конструкций (появление пластических деформаций в стальных конструкциях и в арматуре железобетонных элементов или хрупкое разрушение сжатой зоны бетона) лимитирует их несущую способность. Ниже рассмотрены условия исчерпания упругости конструкций с учетом временных эффектов, характерных для углеродистых сталей.

При интенсивном динамическом нагружении конструкции в ее различных точках возникает сложное напряженно-деформированное состояние, причем компоненты тензора напряжений изменяются со временем. Обычно динамические характеристики материалов получают в экспериментах при одноосном нагружении образцов в режиме постоянной скорости средней деформации. Согласно экспериментальным данным [132], для твердости, предела текучести и временного сопротивления углеродистых сталей характерна степенная зависимость от скорости деформации $\dot{\varepsilon}$, т. е. линейная связь между логарифмами каждого из указанных параметров A и скорости $\dot{\varepsilon}$

$$A(\dot{\varepsilon}_2)/A(\dot{\varepsilon}_1) = (\dot{\varepsilon}_2/\dot{\varepsilon}_1)^n; \quad \lg A(\dot{\varepsilon}) = a + n \lg \dot{\varepsilon};$$
$$a = \lg [A(\dot{\varepsilon}_1)/(\dot{\varepsilon}_1)^n]. \qquad (10.59)$$

Особенностью таких связей является перелом при весьма малой скорости $\dot{\varepsilon}_-$, т. е. корреляционная зависимость $\lg A \sim \lg \dot{\varepsilon}$ представляет ломаную из двух прямых, причем динамический параметр A слабо зависит от скорости деформации в диапазоне $\dot{\varepsilon} < \dot{\varepsilon}_-$. Существует и верхняя граница чувствительности к скорости, за пределами которой в связи с температурной компенсацией (адиабатический разогрев образца при быстром нагружении) влияние скорости становится несущественным. Скорость деформации на верхней границе чувствительности составляет $\dot{\varepsilon}_+ \sim 10^2 — 10^4$ с$^{-1}$ [128].

Соотношение (10.59), как и любая другая эмпирическая зависимость, полученная из опытов при $\dot{\varepsilon} = \text{const}$, строго не может быть непосредственно использовано в динамических расчетах конструкций, где скорости $\dot{\varepsilon}$ меняются. Поэтому необходимо располагать методикой перехода от опытных данных, добытых в лаборатории при простом стандартном режиме, к произвольно меняющимся во времени условиям работы материала в импульсивно нагруженной конструкции.

Рассмотрим верхний динамический предел текучести $\sigma(\tau)$. Наличие диапазона чувствительности для $\sigma(\tau)$ с нижней границей $\dot{\varepsilon}_-$, которой можно сопоставить статический предел текучести σ_T, объясняется на атомном уровне различием дислокационных механизмов деформации ниже и выше точки $\dot{\varepsilon}_-$. Для произвольного режима осевого напряжения $\sigma(t)$ Кемпбеллом [137] на основании теории дислокаций предложен критерий динамической текучести малоуглеродистой стали (9.57), основанный на представлении о механизме освобождения дислокаций из атмосферы углерода, который хорошо согласуется с экспериментальными данными. Однако указанный дислокационный механизм не является единственным, и до настоящего времени нет единого мнения о процессе, контролирующем динамический предел текучести. Очевидно, согласие с опытом объясняется тем, что формально критерий (9.57) соответствует кинетической природе накопления микроповреждений в материалах.

Воспользуемся феноменологическим подходом Н. С. Журкова в предположении, что в области чувствительности к скорости переходный процесс является единично активируемым, т. е. при постоянных осевом напряжении σ и температуре T идет с фиксированной ско-

ростью, предписываемой кинетическим уравнением типа Аррениуса

$$\tau_c = t_0 \exp\left[\Omega_0(\sigma)/(K_0 T)\right], \qquad (10.60)$$

где τ_c — время перехода материала в новое реологическое состояние по некоторому одиночному деформационному механизму с энергией активации Ω_0; t_0 — предэкспоненциальный параметр; K_0 — постоянная Больцмана.

Обобщив (10.60) по принципу суммирования на произвольный режим $\sigma(t)$, приходим к выражению для переходного времени τ

$$1 = \int_0^{\tau} \frac{dt}{\tau_c[\sigma(t)\,T]} = \frac{1}{t_0}\int_0^{\tau} \exp\left[-\Omega_0[\sigma(t)]/(K_0 T)\right] dt.$$

Функция энергии активации может быть аппроксимирована различным образом, и ее выбор определяется соображениями удобства вычислений. Приняв Ω_0 в виде $\Omega_0 = nln(\sigma/\sigma_0)$ [42] и введя температурную зависимость статического предела текучести $\gamma = \sigma_T(T)/\sigma_0$ [59] (σ_0 — его значение при температуре абсолютного нуля, n — константа), получим критерий перехода для произвольной температуры ($\alpha \equiv -n/(K_0 T)$)

$$J(\tau) = \frac{t_0}{\gamma^{\alpha}(T)} \equiv t_*(T), \qquad J(t) \equiv \int_0^{t} \left[\frac{\sigma(\xi)}{\sigma_T(T)}\right]^{\alpha} d\xi \left(\frac{\sigma(\tau)}{\sigma_T(T)} \geqslant 1\right). \qquad (10.61)$$

Величина τ, называемая временем запаздывания текучести, определяет динамический предел текучести $\sigma(\tau)$ при условии, что $\sigma(\tau) > \sigma_T$.

Таким образом, выражение (10.61) является следствием весьма общих принципов. Зависящие от температуры константы α, t_* находят из экспериментов при постоянной скорости напряжения (и деформации)

$$\dot{\sigma}(t) = E\dot{\varepsilon}(t) = \text{const} \quad (\sigma(\tau) \geqslant \sigma_T)$$

или при ступенчатом нагружении образца материала

$$\sigma(t) \equiv \text{const} \geqslant \sigma_T.$$

Для режима постоянной скорости $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ напряжение изменяется по линейному закону $\sigma(t) = \dot{\sigma} t = E\dot{\varepsilon} t$ ($t \leqslant \tau$). Подставив $\sigma(t)$ в (10.61), получим

$$\sigma(\tau) = \left(E C \dot{\varepsilon}^{n} n^{-1}\right)^{n} \quad \left(\dot{\varepsilon} > \dot{\varepsilon}_{-} = \sigma_T n \left(E t_*\right)^{-1}\right),$$

$$n = (\alpha + 1)^{-1}, \qquad C = t_* \sigma_T^{\alpha}. \qquad (10.62)$$

Эта формула эквивалентна выражению (10.59) при $a = n \lg(EC/n)$. Таким образом, формулы (10.59), (10.62) представляют частный случай критерия (10.61) для режима $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ и могут служить для отыскания материальных констант α, t_*, так как модуль упругости E известен (его значения в динамике и статике практически неразличимы).

Если в опытах при постоянной скорости экспериментальные точки зависимости $\lg \sigma(\tau) \sim \lg \dot{\varepsilon}$ идеально лежат на прямой, то константы n и a определяют по двум парам значений σ_1, σ_2 и $\dot{\varepsilon}_1$, $\dot{\varepsilon}_2$

$$n = \lg\left(\sigma_2/\sigma_1\right)/\lg\left(\dot{\varepsilon}_2/\dot{\varepsilon}_1\right), \quad a = \lg\left(\sigma_1/\dot{\varepsilon}_1^{n}\right),$$

$$\lg C = \frac{a}{n} - \lg\frac{E}{n}, \qquad \alpha = \frac{1}{n} - 1, \qquad t_* = C\sigma_T^{\alpha}.$$

На практике в связи с разбросом экспериментальных данных константы n и a определяют корреляционным анализом — построением прямой регрессии.

В опытах со ступенчатым нагружением, подставляя $\sigma = \text{const}$ в (10.61), получим формулы для нахождения констант $\alpha = -\lg(\tau/t_*)/\lg(\sigma/\sigma_T)$, $t_* = \tau \,|\, \sigma \to \sigma_T$.

Параметр σ_T, соответствующий статическим условиям нагружения, невозможно установить точно в связи с его (слабой) чувствительностью к скорости деформации $\dot{\varepsilon}$ даже при весьма малых значениях $\dot{\varepsilon} \sim 10^{-6}$ с$^{-1}$. Ниже под σ_T понимают значение статического предела текучести, полученное при стандартных испытаниях образцов стали согласно ГОСТ 1497—73 и ГОСТ 12004—66.

Для определения переходных параметров τ и $\sigma(\tau)$ из (10.61) получены формулы при аппроксимации режима нагружения $\sigma(t)$ тремя отрезками прямых [59]

$$\sigma = \dot{\sigma}_1 t \qquad (0 < t < t_1); \tag{10.63}$$

$$\sigma = \dot{\sigma}_2 (t - t_1) + \sigma_1 \qquad (t_1 < t < t_2); \tag{10.64}$$

$$\sigma = \dot{\sigma}_2 (t_2 - t_1) + \sigma_1 = \sigma(\tau) \qquad (t_2 < t < \tau).$$

Из критерия (10.61) получаем

$$\tau = t_2 + t_* \left[\frac{\sigma_T}{\sigma(\tau)}\right]^{\alpha} + \frac{t_1}{\alpha + 1}\left\{\left[\frac{\sigma_1}{\sigma(\tau)}\right]^{\alpha}\left(\frac{\dot{\sigma}_1}{\dot{\sigma}_2}\right)^{2}\left(\frac{\dot{\sigma}_1}{\dot{\sigma}_2} - 1\right) - \frac{\sigma(\tau)}{\dot{\sigma}_2 t_1}\right\},$$

где $\dot{\sigma}_1$, $\dot{\sigma}_2$ — скорости напряжения соответственно на первом и втором участках.

При аппроксимации двумя прямыми (10.63), (10.64) возможны следующие варианты:

$$\tau = (\dot{\sigma}_2)^{-1}\left\{\sigma_1^{\alpha+1} + \dot{\sigma}_2\left[t_*\sigma_T^{\alpha}(\alpha+1) - t_1\sigma_1^{\alpha}\right]\right\}^{1/\alpha+1} + \\ + \frac{\sigma_2 t_1 - \sigma_1 t_2}{\sigma_2 - \sigma_1} \quad (t_1 < \tau < t_2);$$

$$\tau = t_1 + \frac{\left[\sigma_1^{\alpha} t_1 - \sigma_T^{\alpha} t_*(\alpha+1)\right](\sigma(\tau) - \sigma_1)}{\sigma_1^{\alpha+1} + [\sigma(\tau)]^{\alpha+1}}; \quad (\tau = t_2);$$

$$\tau_{(1)} = t_*\left[\frac{\sigma(\tau)}{\sigma_T}\right]^{-\alpha} + \frac{\alpha t_1}{\alpha+1};$$

$$\sigma(\tau_{(1)}) = \sigma_T\left[\frac{t_*(\alpha+1)}{(\alpha+1)\tau_{(1)} - \alpha t_1}\right]^{1/\alpha} \quad (\dot{\sigma}_2 = 0, \quad \tau_{(1)} > t_1).$$

Для режима постоянных скоростей напряжения и деформации

$$\sigma^{\cdot} = \text{const}, \quad \varepsilon^{\cdot} = \text{const};$$

$$\tau_{(2)} = t_*(\alpha+1)\left[\frac{\sigma(\tau_2)}{\sigma_T}\right]^{-\alpha}; \quad \sigma(\tau_{(2)}) = \sigma_T[t_*(\alpha+1)/\tau_{(2)}]^{1/2} \tag{10.65}$$

и для мгновенно приложенного постоянного напряжения $\sigma(\tau_{(3)})$

$$\tau_{(3)} = t_*\left[\frac{\sigma(\tau_{(3)})}{\sigma_T}\right]^{-\alpha}; \quad \sigma(\tau_{(3)}) = \sigma_T[t_*/\tau_{(3)}]^{1/\alpha}, \tag{10.66}$$

причем индексы (1), (2), (3) введены для обозначения режима. На рис. 10.20 приведены графики зависимости $\sigma(\tau_{(i)})$ для трех режимов ($i = 1, 2, 3$) при $\alpha = 17$, $t_* = 0{,}895$ с [59]. Справа показаны соответствующие изменения функций $\sigma^{\cdot} \equiv \sigma(t)/\sigma_T$ и $\varepsilon^{\cdot} \equiv E\varepsilon(t)/\sigma_T$ для $\sigma(\tau_{(i)})/\sigma_T = 1{,}5$.

Для режима $\sigma^{\cdot} = \text{const}$ имеем $\sigma(t) = \sigma^{\cdot} t$, причем скорость напряжения $\sigma^{\cdot} = \sigma(\tau)/\tau$. Из (10.65) получаем выражения для τ и $\sigma(\tau)$ в зависимости от скоростей напряжения $\sigma^{\cdot}$ и деформации $\varepsilon^{\cdot}$ (индекс опущен)

$$\tau = \left[t_*\sigma_T^{\alpha}(\alpha+1)/(\sigma^{\cdot})^{\alpha}\right]^{1/(\alpha+1)};$$

$$\sigma(\tau) = \left[t_*\sigma_T^{\alpha}(\alpha+1)\sigma^{\cdot}\right]^{1/(\alpha+1)} = \left[Et_*\sigma_T^{\alpha}(\alpha+1)\varepsilon^{\cdot}\right]^{1/(\alpha+1)} \tag{10.67}$$

или аналогично (10.59)

$$\sigma(\tau)/\sigma_T = \left(\dot{\sigma}/\dot{\sigma}_*\right)^n = \left(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_*\right)^n; \quad \dot{\sigma}_* = E\dot{\varepsilon}_* = n\sigma_T/t_*; \quad n = 1/(\alpha+1)$$

Приведенные соотношения можно использовать для приближенной оценки исчерпания упругости конструкции при соответствующей аппроксимации реального режима. Движение упругой конструкции как приведенной системы описывается уравнением (10.42) в безразмерных переменных $D = Y/Y_q$, $S = \omega t$

$$D'' + D = P(s); \quad P = q(s)/q_н \quad (0 < s < s_1 \equiv \omega\tau), \qquad (10.68)$$

где $q_{(s)}$ — нагрузка; $q_н$ — ее характерное (например, амплитудное) значение; ω — собственная частота; Y — прогиб; Y_q — прогиб в точке приведения от статической нагрузки $q_н$.

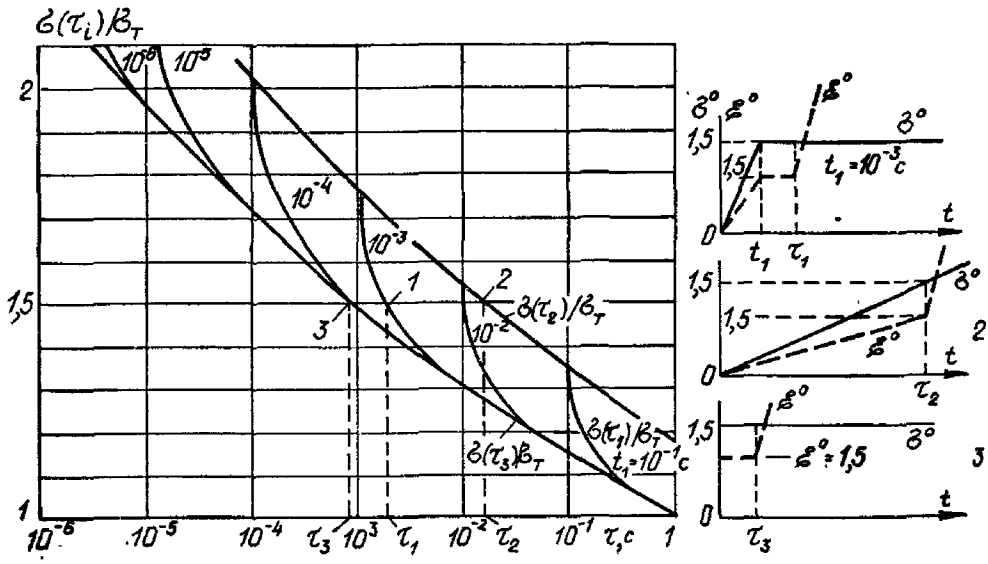


Рис. 10.20. Зависимость динамического предела текучести стали $\alpha = 17$ от времени запаздывания для трех режимов нагружения

Для упругоработающей конструкции имеем соотношение

$$D = Y(s)/Y_q = \sigma_{ij}(s)/\sigma_{ijq}, \qquad (10.69)$$

где σ_{ij} — тензор динамических напряжений в опасной точке; σ_{ijq} — тензор статических напряжений в этой точке от нагрузки $q_н$.

Предположим, что исчерпание упругости контролируется одним из компонентов σ_{ij}, когда в опасной точке реализуется простое напряженное состояние. Тогда (10.61) с учетом (10.69) запишется в безразмерном виде

$$\int_0^{s_1} D^\alpha(s)\,ds = \eta; \quad \eta = \omega t_*\,\eta_0^\alpha; \quad \eta_0 = \frac{\sigma_T}{|\sigma_{qij}|} \quad (D(s_1) \geqslant \eta_0). \qquad (10.70)$$

В случае сложного напряженного состояния и при использовании условия текучести Мизеса функция $D(s)$ в (10.70) будет иметь смысл отношения интенсивности напряжений в опасной точке, а σ_{ijq} — интенсивности напряжений в опасной точке от статического действия нагрузки $q_н$.

Заметим, что уравнение (10.68) описывает упругую работу конструкции как без учета, так и с учетом инерции вращения, деформаций сдвига и депланации сечений, причем во втором случае используют значение частоты ω, вычисленное с учетом указанных факторов, а статический прогиб — с учетом деформаций сдвига. Таким образом, для конструкций как систем с одной степенью свободы исчерпание упругости определяет совместное решение двух уравнений (10.68) и (10.70), содержащих три инварианта η, α, η_0, характеризующих свойства материала и конструкции (а также параметры нагрузки P), причем функция $D(s)$ не зависит от η_0 при $D(s_1)\geqslant\eta_0$ (см. п. 10.4).

Отношение динамического предела текучести $\sigma(s_1)$ к статическому для простого напряженного состояния (например, для условий работы растянутой арматуры железобетонных балок) определяют по формуле

$$\frac{\sigma(s_1)}{\sigma_T}=\frac{D_1}{\eta_0}\equiv D_1\left(\frac{\omega t_*}{\eta}\right)^{1/\alpha}\geqslant 1;\qquad \frac{\sigma(s_1)}{\sigma_q}=D_1\equiv D(s_1). \tag{10.71}$$

При сравнительно низкой интенсивности нагрузки конструкция может сохранять упругость вплоть до достижения максимальных значений прогиба $D_m<D_1$ ($D_m=D(s_m)$, $D^{\cdot}(s_m)=0$). При некоторой интенсивности нагрузки P возможно совпадение времен $s_m=s_1$, т. е. исчерпание упругости в опасной точке произойдет при максимуме прогиба. Такое поведение конструкции является желательным, если опасная точка соответствует упругохрупкому материалу (например, сжатой зоне железобетонной балки). Возможен случай, когда при $s_m<s_1$ упругость будет исчерпана в процессе разгрузки до напряжений σ_T. При этом величина D_m будет коэффициентом динамичности по всем параметрам упругой системы.

При высокой интенсивности нагрузки исчерпание упругости происходит в процессе роста прогиба, $D_m>$

$>D(s_1)$. В этом случае D_m из решения (10.68) не имеет физического смысла, так как при $s>s_1$ конструкция уже не является упругой системой. Получаемые при этом переходные параметры $D(s_1)$, $D^{\cdot}(s_1)$ можно использовать как начальные значения при описании поведения конструкции за пределом упругости.

Для опасных точек в балках (в арматурных стержнях и в зонах крайних фибр) напряженное состояние близко к одноосному и достаточно учесть нормальное напряжение от изгибающего момента. При расчетах плит можно учесть возникающие вследствие стеснения деформации ε_{33} боковые напряжения, определяемые законом Гука (ν — коэффициент Пуассона) $\sigma_{33}=E\varepsilon_{33}=$ $=\nu(\sigma_{11}+\sigma_{22})$.

Для точек, расположенных в крайних волокнах плиты, можно пренебречь напряжениями σ_{22} от граничной динамической нагрузки и сил инерции. При этом интенсивность напряжений σ_k выражается через нормальные напряжения $\sigma_k=\sigma_{11}\sqrt{1-\nu+\nu^2}$ и параметры, входящие в критерий (10.61), имеют вид

$$\eta_*=\omega t_*\,\eta_{0_*}^{\alpha},\qquad \eta_{0_*}=\sigma_T/\left(\sigma_q\sqrt{1-\nu+\nu^2}\right),$$

а отношение напряжений определяют по формуле

$$\frac{\sigma(s_1)}{\sigma_T}=D_1\left(\frac{\omega t_*}{\eta_*}\right)^{1/\alpha}/\sqrt{1-\nu+\nu^2}\geqslant 1.$$

Приведем результаты расчета исчерпания упругости для нескольких видов нагрузок [66]. Расчеты проведены численным методом на ЭВМ с использованием программы FERMA (см. ниже).

На рис. 10.21 даны зависимости $s_1(\eta, \alpha)$, $D_1(\eta, \alpha)$ для ступенчатой нагрузки $P(s)=H(s)$ (H — функция Хевисайда), т. е. $q(t)=H(t)q_{\text{н}}$. Как видно из графиков, s_1 возрастает с η, причем существует характерное значение $\bar{\eta}\approx\pi/10$ такое, что при $\eta<\bar{\eta}$ время s_1 возрастает с α, а при $\eta>\bar{\eta}$ — убывает. В данном случае решение уравнения (10.68) (для упругой системы) имеет вид $D=1-$ $-\cos s$, $s_m=\pi$, $D_m=2$, $D(s_1)=1-\cos s_1$ ($s_1\leqslant\pi$). Прямая $s_1=\pi$ ограничивает сверху область возможного исчерпания упругости конструкций за один цикл колебаний. Динамический предел текучести определяют по формуле (10.71).

Для нагрузок, сложным образом изменяющихся во времени, а также аппроксимируемых кусочно-линейны-

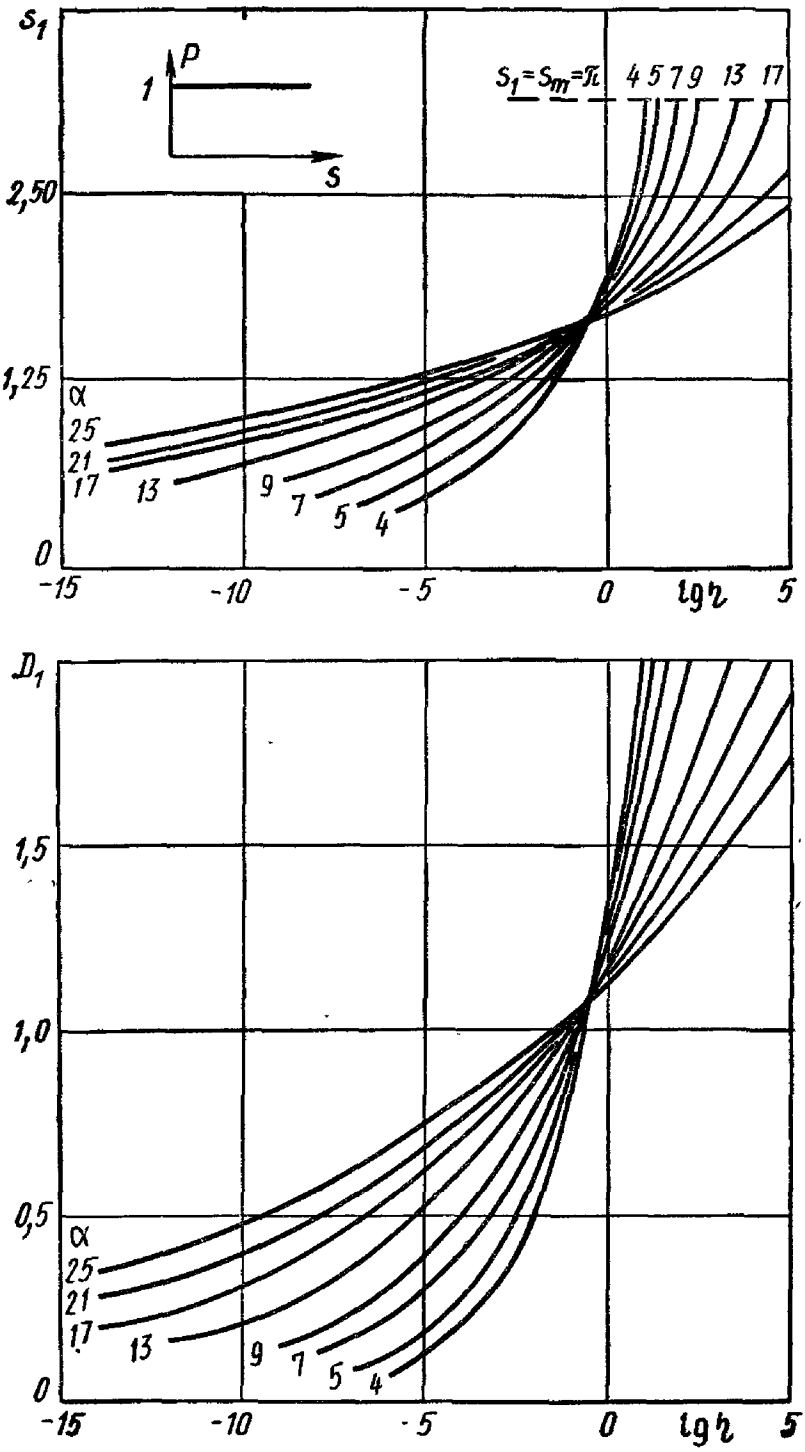


Рис. 10.21. Зависимости $s_1(\eta, \alpha)$, $D_1(\eta, \alpha)$ для конструкций под действием ступенчатой нагрузки

ми функциями, появляются дополнительные параметры (амплитудные и временные). На рис. 10.22, 10.23 приве-

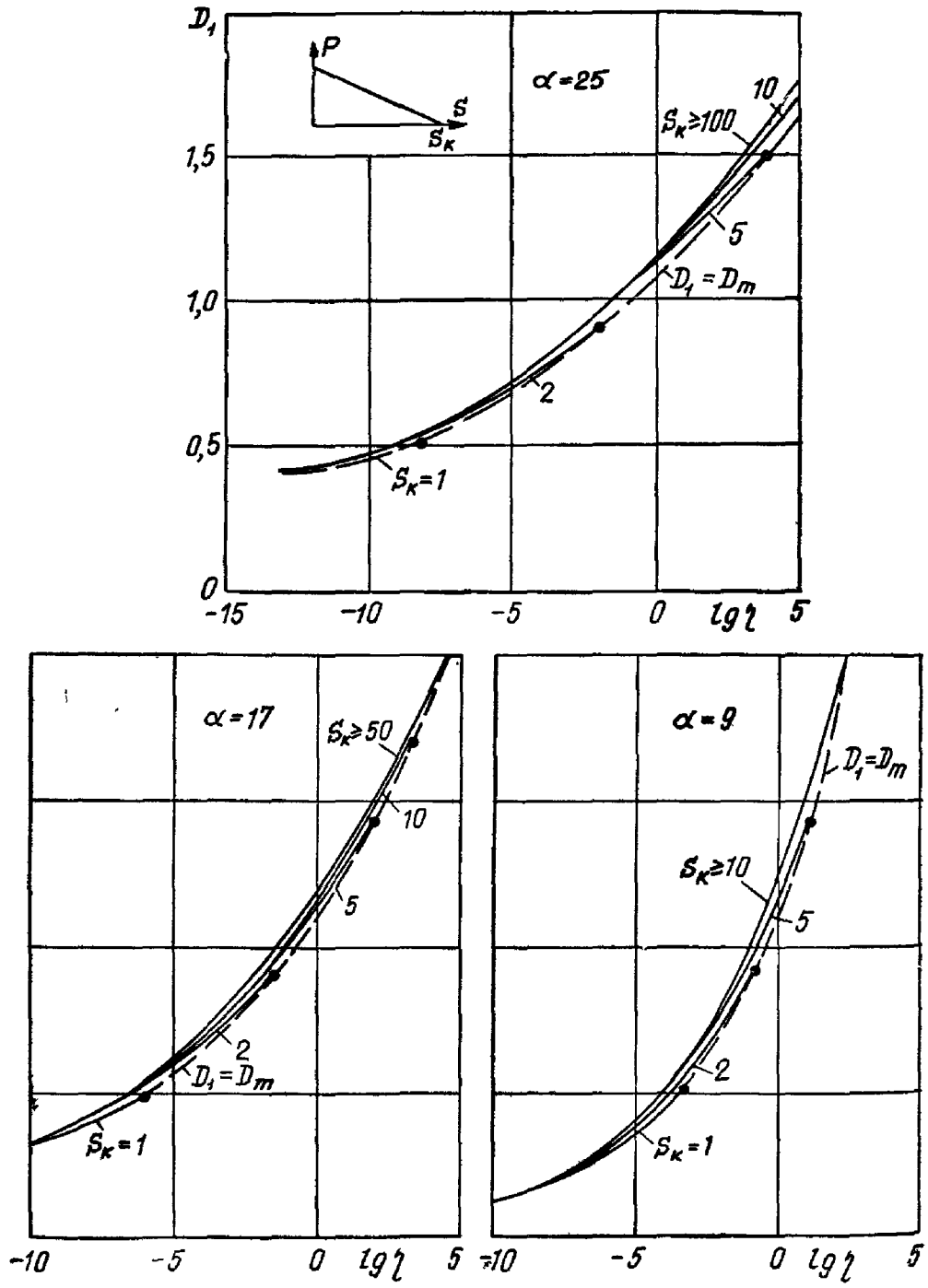
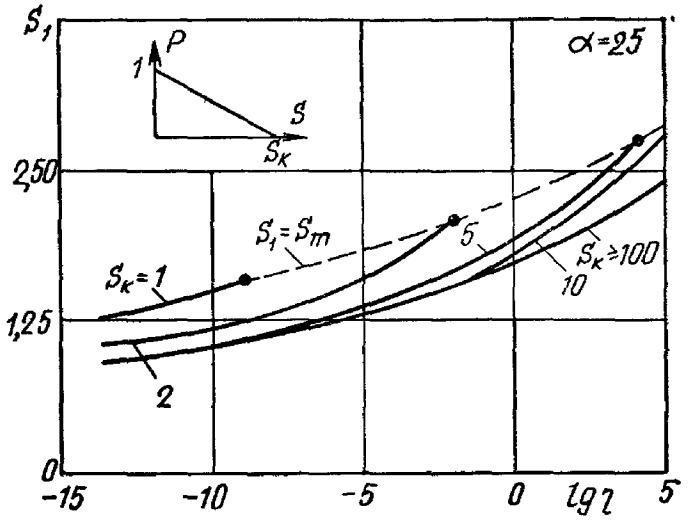
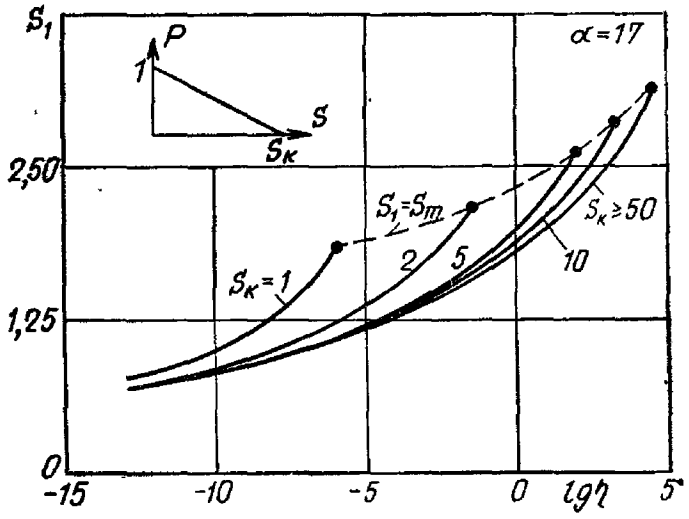
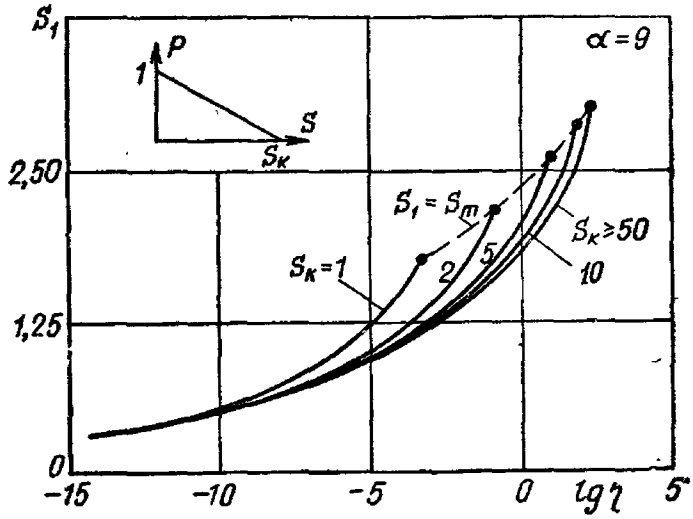


Рис. 10.22. Зависимости $D_1(\eta, s_к)$ для железобетонных балок с арматурой класса А-III ($\alpha=25$), А-I ($\alpha=17$) и стальных балок ($\alpha=9$). График с $\alpha=17$ можно также использовать для определения времени хрупкого разрушения сжатого бетона

Рис. 10.23. Зависимости $s_1(\eta, s_к)$ для балок, указанных на рис. 10.22







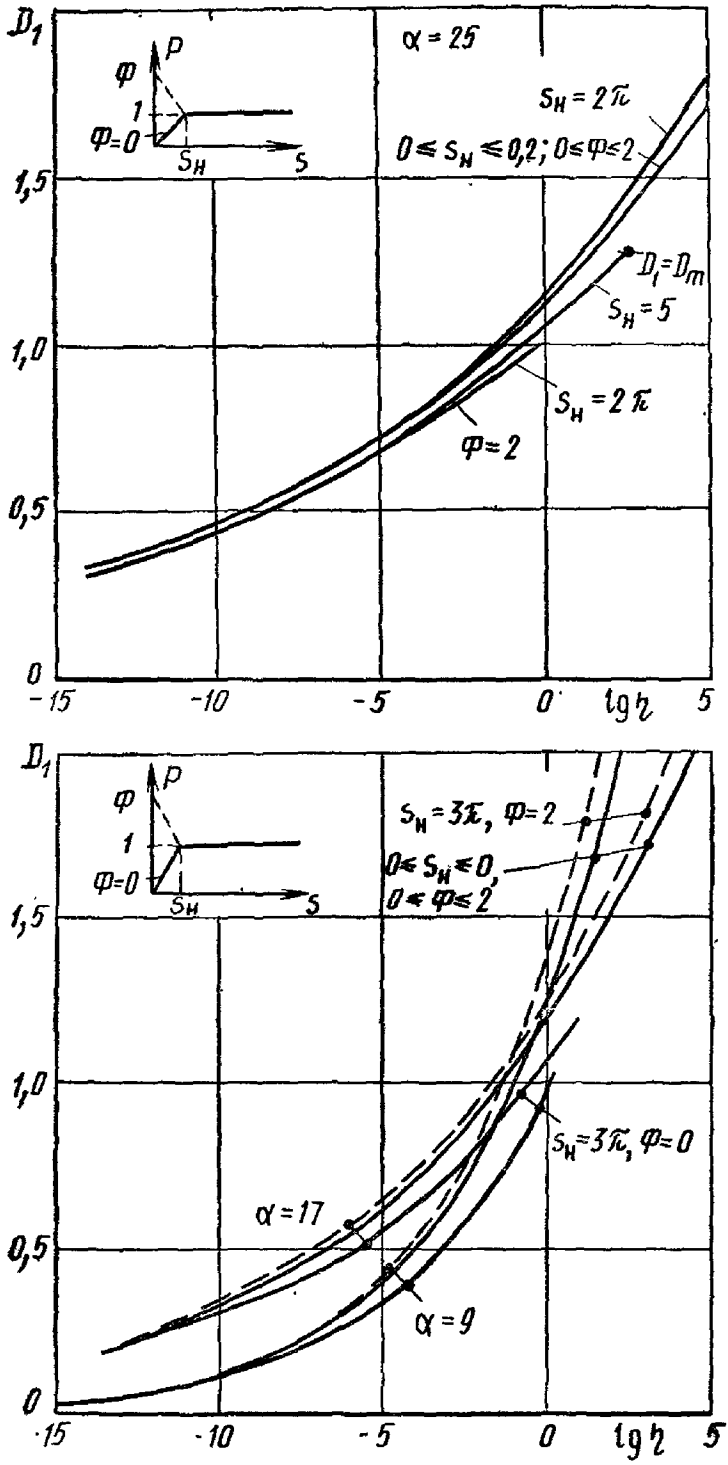


Рис. 10.24. Зависимости $D_1(\eta, s_н, \Phi)$ для балок с $\alpha=25$, 17 и 9. В интервале $0—s_н$ нагрузка при $\Phi=0$ нарастает, а при $\Phi=2$ убывает, а затем остается постоянной

дены зависимости $s_1(\eta, s_k)$ и $D_1(\eta, s_k)$ для треугольной нагрузки $P=1-s/s_k$, $\alpha=25$, 17 и 9. Штриховая линия соответствует границе области исчерпания упругости в процессе возрастания прогиба конструкции. На рис. 10.24, 10.25 приведены графики зависимостей $s_1(\eta, s_H, \Phi)$, $D_1(\eta, s_H, \Phi)$ для нагрузок с линейным нарастанием (или спадом) и с переходом на постоянное значение. Для таких нагрузок вводят безразмерные величины: s_H, соответствующую времени нарастания (спада) и Φ, равную отношению нагрузки при $s=0$ к нагрузке при $s=s_H$. Если $\Phi=2$ и $s_1<s_H$, то D_1 можно брать по графику рис. 10.23 при значении $s_k=2s_H$.

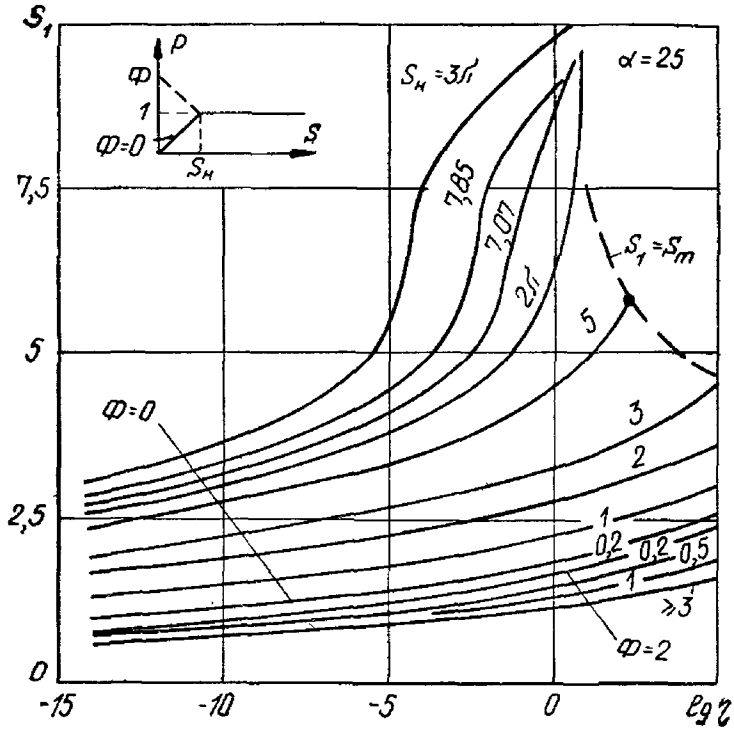
В приведенных примерах для стационарной и треугольной нагрузки принято $q_H=q_0$, т. е. характерная нагрузка являлась амплитудой. При $\Phi=2$ принято $q_H=q(s_H)$, т. е. величина D_1 отнесена не к амплитудному значению нагрузки.

При $\eta_0<D_1$ функция $D(s)$ не зависит от η_0 и параметр D_1, соответствующий конкретной величине η_1, представляет спектр значений $\sigma(\tau_1)/\sigma_T$ для различных η_0 или ωt_*.

Приведем пример использования графиков s_1, D_1 для балок с арматурой класса А-III $\alpha=25$, $t_*=0{,}32$ с, нагруженных треугольным импульсом $s_k=150$. Определим динамический предел текучести $\sigma(\tau_1)$ и время τ_1 его достижения. По графикам рис. 10.22, 10.23, определим s_1 и D_1 и вычислим приведенные в табл. 10.4 искомые величины по формулам $\tau_1=s_1/\omega$ и (10.71) для пяти значений частоты ω при $\eta_0<D_1$.

Таблица 10.4. Динамический предел текучести в балках с арматурой класса А-III при различных η_1 и ω

ω, *рад/с*	$\lg\eta_1$	−13	−9	−5	0	5
	s_1	0,9	1,1	1,3	1,7	2,7
	D_1	0,4	0,51	0,73	1,15	1,75
10	τ_1, мс	90	110	130	170	240
100		9	11	13	17	24
250		3,6	4,4	5,2	6,8	9,6
500		1,8	2,2	2,6	3,4	4,8
1000		0,9	1,1	1,3	1,7	2,4
10	$\sigma(\tau_1)/\sigma_T$	1,39	1,22	1,21	1,20	1,16
100		1,52	1,34	1,33	1,32	1,27
250		1,58	1,39	1,38	1,37	1,32
500		1,62	1,43	1,42	1,41	1,35
1000		1,67	1,47	1,46	1,45	1,39



Если нагрузка столь кратковременна, что ее можно аппроксимировать мгновенным импульсом I (распределенным подобно линии прогибов), то в качестве параметра $q_н$ можно принять эквивалентную нагрузку $q_э = I\omega$. Это дает начальное значение безразмерной начальной скорости системы $D_0 = 1$, т. е. $D = \sin s$. Переходное время s_1 определяется параметрами α и $\eta_э$, $\eta_э = \omega t_* (\sigma_T/\sigma_э)^\alpha$, где $\sigma_э$ — статическое напряжение от нагрузки $q_э$. На рис. 10.26 даны зависимости $s_1(\eta, \alpha)$, где $\eta = \eta_э$. Область исчерпания упругости в процессе возрастания прогибов ограничена сверху значением $s_1 = s_m = \pi/2$.

Заметим, что при сравнении расчетов на мгновенный импульс и на нагрузку в виде функции времени при выборе величины $q_н$, как указано выше, параметры η находятся в отношении $\eta/\eta_э = (I\omega/q_{max})^\alpha$. Очевидно, времена s_1, s_m для ступенчатой нагрузки достигаются в процессе вынужденных, а для мгновенного импульса — собственных колебаний. Для треугольной нагрузки возможен любой из этих вариантов.

В [65, 66] критерий (10.61) предложено также использовать для прогноза начала хрупкого разрушения сжатых зон железобетонных конструкций в связи с тем,

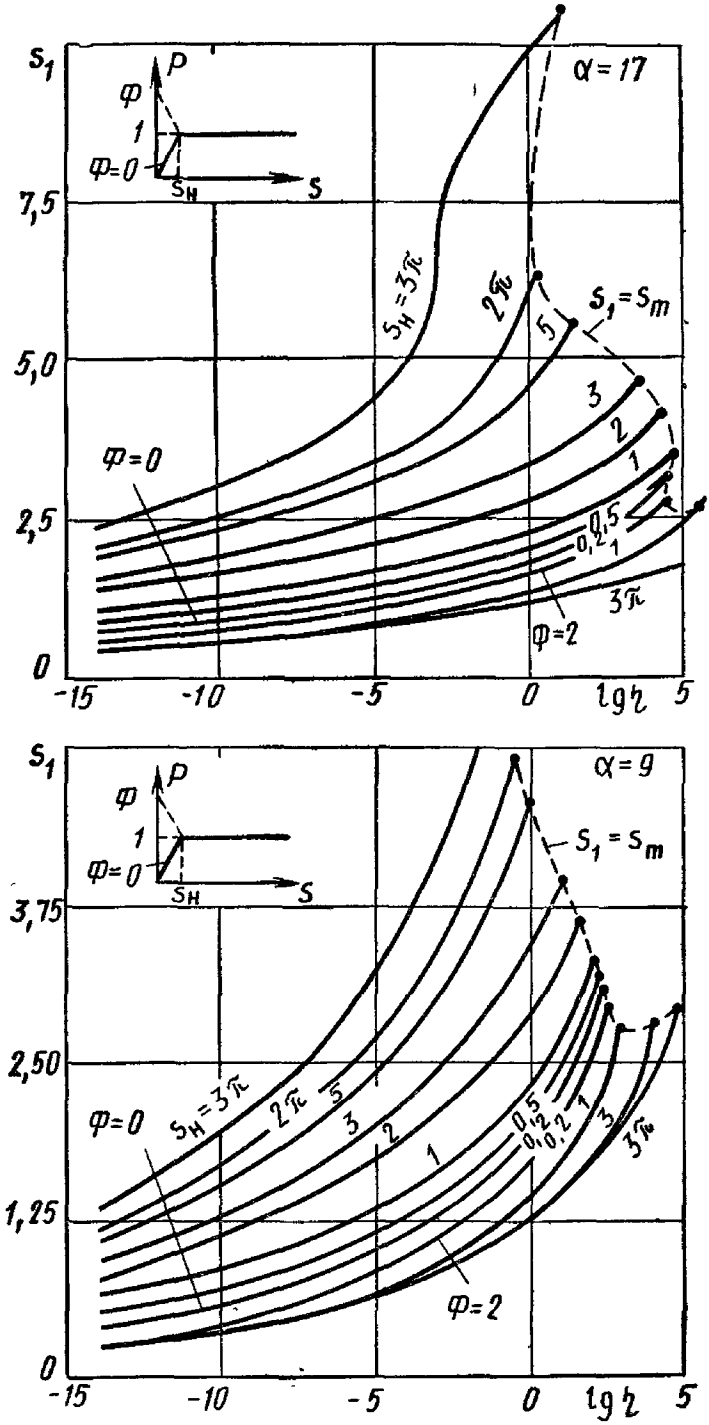


Рис. 10.25. Зависимости $s_1(\eta, s_н, \Phi)$ для балок, указанных на рис. 10.24

что зависимость вида (10.60) наблюдается и для предела прочности бетона. Таким образом, приведенные данные для конструкций из железобетона фиксируют переход в пластическую стадию работы арматуры либо на-

чало хрупкого разрушения бетона в зависимости от того, к какому материалу конструкции относится рассматриваемая опасная точка.

Для упругих железобетонных балок (как линейных систем с одной степенью свободы) компоненты тензора напряжений в любой точке пропорциональны прогибу. Если наметить опасные точки, то можно, выбрав условие пластичности или прочности, найти для каждой точки функцию-аналог $\sigma(t)$ для критерия (10.61). Условия работы растянутой арматуры близки к одноосному напряжению. Начало разрушения бетона на сжатой фибре также зависит главным образом от сжимающего напряжения, действующего вдоль оси балки. Поэтому для оценки времени исчерпания упругости с помощью выра-

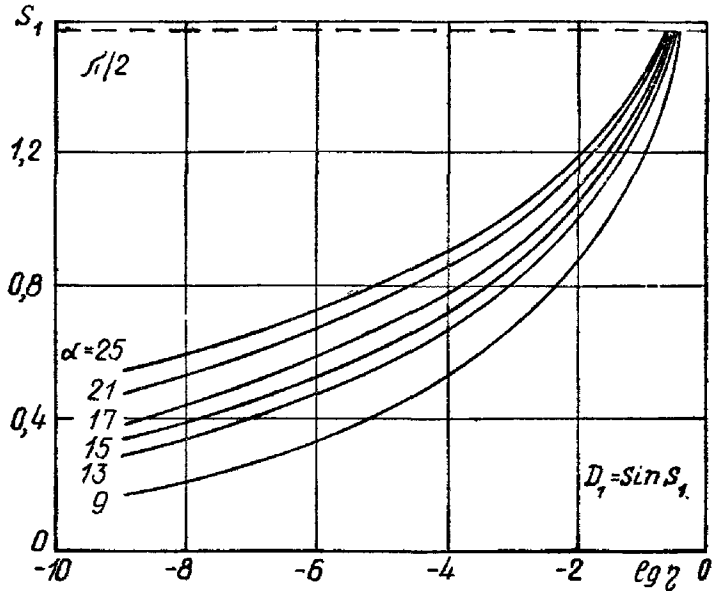


Рис. 10.26. Зависимость $s_1(\eta, \alpha)$ для времени исчерпания упругости в конструкциях, нагруженных мгновенным импульсом

жения (10.61) можно использовать растягивающее напряжение в арматуре $\sigma^{(1)}$ и сжимающее нормальное напряжение в бетоне $\sigma^{(2)}$. Следовательно, имеем два критерия ($j=1, 2$)

$$\int_0^{s(j)} D^{\alpha j}(s)\, ds = \eta_j; \quad \eta_j = \omega t_{*j}\, \eta_{0j}^{\alpha j} \left(D\left(s^{(j)}\right) > \eta_{0j}\right) \qquad (10.72)$$

совместно с уравнениями (10.68), дающими два значения $s^{(j)}$. Наименьшее из них будет временем исчерпания упругости конструкции.

Если пластические деформации не допускаются, целесообразно обеспечить совпадение времен исчерпания упругости и достижения максимума прогиба, учитывая, что для каждой функции $P(s)$, характеризующей нагрузку, существует зависимость $\eta(\alpha)$, удовлетворяющая рассматриваемому условию оптимальности $s_1=s_m$ [69]. Для ступенчатой нагрузки $P(s)=H(s)$ (H — функция Хевисайда), подставив выражение $D=1-\cos s$ в (10.70) и проинтегрировав от 0 до $s_1=\pi$, получим (Г-гамма функция)

$$\eta=\sqrt{\pi}\cdot 2^{\alpha}\Pi_1, \quad \Pi_1=\Gamma(\alpha+1/2)/\Gamma(\alpha+1), \qquad (10.73)$$

причем отношение напряжений $\sigma(s_1)/\sigma_T\geqslant 1$ можно получить из формулы (10.71) при $D_1=2$. На рис. 10.27 штри-

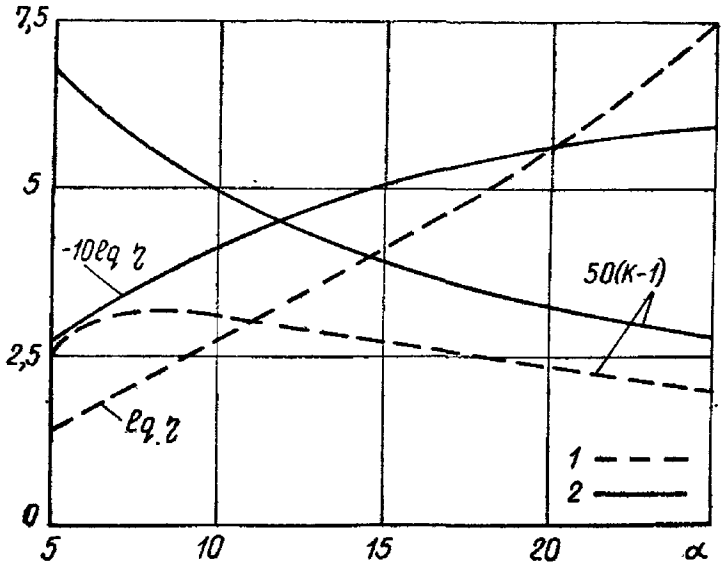


Рис. 10.27. Зависимости $\eta(\alpha)$ и $K(\alpha)$ для минимального динамического предела текучести в конструкциях

1 — ступенчатая нагрузка; *2* — мгновенный импульс. При значениях η, больших, чем дает график, конструкция работает упруго

ховыми линиями показаны зависимости $\sigma(s_1)$ и $K(\alpha)$ для минимальных динамических напряжеиий $\sigma(s_1)$

$$K\equiv(\sigma(s_1)/\sigma_T)(\omega t_*)^{-1/\alpha}=2\eta^{-1/\alpha}.$$

В диапазоне $\alpha=4-25$ параметр K колеблется в пределах 1,04—1,064 и для конструкций с реальными величинами $\omega t_*\gg 1$ минимальные значения отношения напряжений $\sigma(s_1)/\sigma_T$ будут больше единицы.

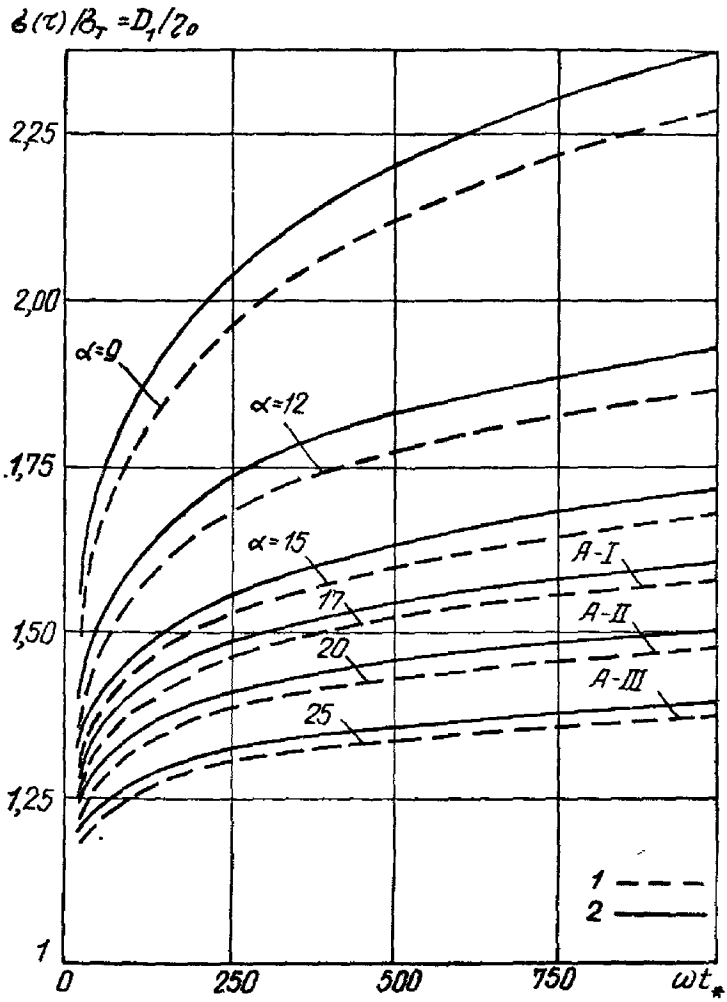


Рис. 10.28. Зависимость минимального динамического предела текучести в конструкциях от ωt_* и α

1 — ступенчатая нагрузка; *2* — мгновенный импульс

Оптимальное соотношение между η и α для конструкций под воздействием мгновенного импульса получим из условия $s_1=\pi/2$, $D_1=D_m=1$. Интегрируя (10.61) при $D=\sin s$ от 0 до $\pi/2$, получим $\eta(\alpha)$, $K(\alpha)$

$$\eta=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\Pi_2,\quad \Pi_2=\Gamma\left(\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\right)/\Gamma\left(\frac{1}{2}\alpha+1\right);\quad K=\eta^{-1/\alpha}. \tag{10.74}$$

На рис. 10.27 эти зависимости показаны сплошными линиями. Соответствующая зависимость $\sigma(s_1)/\sigma_T$ от ωt_* для различных $\alpha=9$—25 и двух видов нагрузки приведена на рис. 10.28. Кривые *2* для мгновенного импульса

расположены выше кривых *1*, соответствующих ступенчатой нагрузке.

Одновременное исчерпание упругости в нескольких, например в двух опасных точках конструкции ($s_1=s_2\leqslant s_m$), возможно при $\eta_1=\eta_2\leqslant\eta_*$, $\sigma_1=\alpha_2$, где η_* соответствует $s_1=s_m$. Если $\eta_1\neq\eta_2$ или $\alpha_1\neq\alpha_2$, то исчерпание упругости будет неодновременным и первоначально произойдет в опасной точке, для которой значение η будет меньшим.

Проведем оценку точности приближенных формул для определения переходных параметров конструкций. Для режима постоянной скорости деформации $\dot{D}_*=\text{const}$ имеем $D=\dot{D}_* s$

$$s_1=\left[\eta(\alpha+1)/\left(\dot{D}_*\right)^{\alpha}\right]^{1/(\alpha+1)}. \qquad (10.75)$$

Используя решение уравнения (10.68), получим $D_1\approx\approx D(s_1)$. Среднюю скорость можно определить по формуле $\dot{D}_*=\eta_0/f(\eta_0)$ или $\dot{D}_*=D_1/f(D_1)$, где $f(D)$ — функция, обратная $D(s)$.

Оценим ошибку для отношения напряжений $\sigma(s_1)/\sigma_T$, вносимую линеаризацией для двух типов нагрузки при $s_1=s_m$, используя выражение, вытекающее из (10.75) для D_1 в режиме $\dot{D}_*=\text{const}=D_1/s_1$,

$$D_1=\left[\eta(\alpha+1)\dot{D}_*\right]^{1/(\alpha+1)}=\left[\eta(\alpha+1)/s_1\right]^{1/\alpha}. \qquad (10.76)$$

Для ступенчатой нагрузки $s_1=s_m=\pi$, $D_1=2$ и из (10.76) получим $\eta=\pi 2^{\alpha}/(\alpha+1)$.

Сравнение с (10.73) с учетом (10.71) дает относительную ошибку δ, вносимую линеаризацией,

$$\delta=\left[(\alpha+1)\Pi_1/\sqrt{\pi}\right]^{1/\alpha}-1. \qquad (10.77)$$

Для $\alpha\geqslant 17$ ошибка $\delta<0{,}05$, а с убыванием α возрастает: при $\alpha=5$ $\delta=0{,}08$.

Для мгновенного импульса $s_1=s_m=\pi/2$, $D_1=1$ и из (10.76) $\eta=1/2\pi(\alpha+1)$. Сравнение с (10.74) с учетом (10.71) дает формулу (10.76) для определения величины ошибки, в которой вместо Π_1 фигурирует Π_2. Для данной нагрузки ошибки более заметны. Так, при $\alpha\geqslant 17$ $\delta\leqslant 0{,}08$, а при $\alpha=9$ и 5 соответственно $\delta=0{,}11$ и $0{,}15$. Так как приближенные значения $\sigma(s_1)$ выше точных, то линеаризацией следует пользоваться с осторожностью.

10.3. Упругопластический расчет с учетом запаздывающей текучести

Полную несущую способность и запасы прочности динамически нагруженных конструкций устанавливают методами, в которых учитывают увеличение упругого ресурса и развитие неупругих деформаций в связи с влиянием временных (скоростных) эффектов на механические характеристики строительных материалов. В этих методах фигурируют законы деформирования (реологические уравнения состояния), отражающие повышение сопротивляемости деформированию стали и бетона в динамике, что приводит к более экономичным конструктивным решениям.

Впервые динамический расчет конструкций с учетом пластических деформаций был применен в 1943 г. А. А. Гвоздевым (жесткопластический метод) и в 1947 г. И. М. Рабиновичем (упругопластический метод). Обзор публикаций, основанных на этих схемах, в которых скоростные эффекты не принимают во внимание, приведен в [39, 49, 113]. В этих работах для балок использовали диаграмму Прандтля, связывающую изгибающий момент с кривизной (или сопротивление системы с перемещением), что позволяет рассчитывать движение конструкции, однако деформации в ее материале остаются вне поля зрения. Идеальная упругопластическая диаграмма Прандтля основана на соответствующей экспериментальной статической зависимости напряжение — деформация σ—ε для сталей с явно выраженной площадкой текучести. Однако на основании опытов [87] известно, что динамические диаграммы σ—ε именно таких сталей весьма чувствительны к режиму нагружения в связи с эффектом запаздывания динамической текучести, причем учет скоростных эффектов при расчетах конструкций приводит к увеличению их упругого ресурса и сопротивления динамическому деформированию. В балках под действием динамических нагрузок, интенсивность которых превышает некоторые значения, эти эффекты ведут к возникновению зон перегрузки (с напряжениями, превышающими статический предел текучести), в результате чего пластические деформации всегда распространяются вдоль пролета в пределах некоторой зоны с подвижной границей. Подход к расчету балок, предложенный в [60, 71, 72], по-видимому, впервые учитывает развитие зон

перегрузки и пластичности, обусловленных эффектом запаздывающей текучести. В [59] рассмотрена схема расчета балки с фиксированной зоной пластичности. В книгах [105, 106], в развитие работ [59, 60], рассмотрена динамика железобетонной балки с арматурой, чувствительной к скорости, с использованием представления о постоянстве зоны пластичности. В последние годы методы динамического расчета конструкций за пределом упругости продолжают развиваться с тенденцией более полного учета реальной несущей способности и запасов прочности конструкций.

Учет временных эффектов существенно усложняет задачи расчета конструкций, поэтому их формулировка обычно содержит упрощения, основанные на представлении о стационарности пластических шарниров в кинематическом смысле (при задании линии прогибов с изломами в шарнирах), что не накладывает ограничений на включение соотношений, описывающих развитие неупругих областей. Наиболее гибким является метод конечных (дискретных) элементов, в котором предположение о стационарности не используется.

Расчет железобетонной балки с учетом развития зон пластичности

Сформулируем задачу [71] об упругопластическом изгибе однопролетной шарнирно опертой балки из железобетона с большим запасом работы пластической деформации арматуры под действием однократной динамической нагрузки умеренной интенсивности, когда сохраняется кинематическая схема со стационарным пластическим шарниром. Такой подход позволяет рассматривать движение балки как системы с одной степенью свободы, причем пренебрегают влиянием на линию прогибов упругих деформаций и искривлений в зоне излома (шарнира) оси балки. Форма деформации со стационарным шарниром для центрального сечения с трещиной соответствует балкам, армированным гладкой сталью. Для балок, армированных сталью периодического профиля, характерно появление и развитие нескольких трещин в центральной зоне, разбивающих балку на блоки. Приводимая формулировка допускает обобщение на этот случай, если ввести в рассмотрение систему с несколькими степенями свободы (по числу блоков) и пре-

дусмотреть суммирование пластических деформаций в окрестностях всех трещин. Принятую схему с центральным шарниром (рис. 10.29) можно рассматривать для таких конструкций, как одномерное приближение, в котором трещины между блоками стянуты в одну центральную трещину с углом раскрытия, соответствующим взаимному повороту концевых сечений зоны блочной структуры [65, 71].

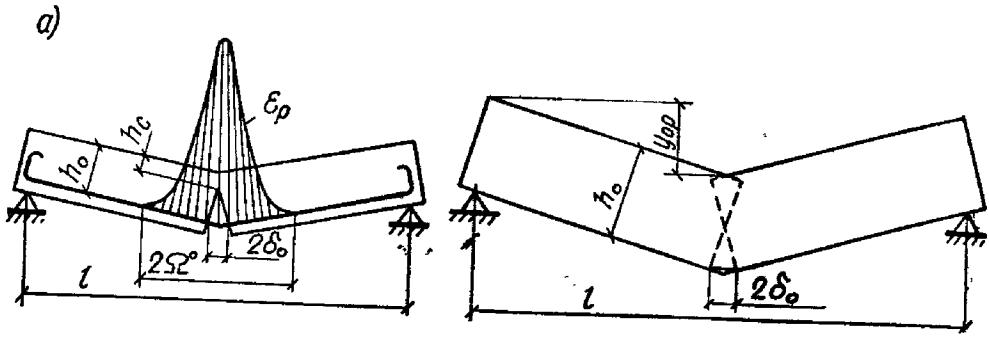


Рис. 10.29. Схема деформации балок со стационарным пластическим шарниром
а — железобетонной; *б* — стальной

В железобетонной балке растянутая арматура работает совместно с бетоном, подверженным трещинообразованию, что обусловлено низкой прочностью бетона на растяжение. Это приводит к нарушению стабильности сцепления арматуры с бетоном, перераспределению напряжений и неравномерности момента инерции сечения вдоль пролета. В приближенных расчетах [106] обычно считается, что жесткость и момент сопротивления слабоармированной балки постоянны вдоль пролета и во времени и соответствуют их значениям для центрального сечения с трещиной.

В дальнейшем полагается, что растянутая арматура работает в условиях одноосного напряжения при некотором ограничении пластической деформации, а сжатая зона сохраняет прочность. Это предотвращает возможность перехода в область неустойчивости в связи с образованием шейки в металле и разрывом арматуры или резким уменьшением плеча внутренней пары за счет хрупкого разрушения сжатого бетона. Считается также, что отношение рабочей высоты сечения к пролету невелико ($h_0/l<0{,}25$) и прочность определяется работой нормальных сечений, а при упругой работе конструкции в опас-

ном по изгибающему моменту сечении возникает трещина, в связи с чем сопротивлением бетона растяжению пренебрегают. Напряжения бетона в сжатой зоне считают равномерно распределенными, а работу сжатой арматуры не принимают во внимание.

В отличие от упругопластического метода в формулировке задачи диаграмму сопротивления системы не задают, а разыскивают на основе введенных в расчет реологических соотношений, отражающих свойства запаздывания динамической текучести и другие временные эффекты, характерные для малоуглеродистых сталей.

Движение конструкции и ее пластические деформации определяют в связи с образованием зон перегрузки, пластичности и упрочнения и их распространением в направлении, ортогональном действию динамической нагрузки, поэтому развитие пластических деформаций рассматривают в предположении о пренебрежимости влияния инерционных сил вдоль пролета (квазистатическое приближение). Для простоты считают, что жесткость и момент сопротивления балки постоянны вдоль пролета и во времени. Учитывают три стадии работы балки в динамике: упругую, пластическую и упрочнения.

Характеристики арматурной стали (обладающей свойством запаздывающей текучести, чувствительной в области площадок текучести к скорости деформации, несущественно влияющей в области упрочнения) в условиях одноосного напряженного состояния принимают следующими [66].

В упругой стадии на линии *02* (рис. 10.30, *а*) сталь рассматривают как линейно-упругий материал, подчиняющийся закону Гука (при условии)

$$\sigma = E\varepsilon_e \qquad \left\{\int_0^t [\sigma(z)/\sigma_T]^{\alpha}\, dz \equiv A(t) < t_*\right\}, \tag{10.78}$$

где E — модуль Юнга; ε_e — упругая деформация; σ — напряжение; σ_T — статический предел текучести; t — время; α, t_* — константы материала, зависящие от температуры.

В пластической стадии (область 1234), возникающей при $t=\tau$ по условию

$$A(\tau) = t_*, \tag{10.79}$$

принимают закон деформирования (9.47)

$$\sigma/\sigma_T = K\left(\dot{\varepsilon}_P\right)^n \qquad \left(A(t) > t_*,\ \ \sigma > \sigma_T,\ \ \varepsilon_P < \varepsilon_P^*\right), \tag{10.80}$$

где точкой сверху обозначена производная по времени;

ε_P — пластическая деформация, $K=[(\alpha+1)Et_*/\sigma_T]^n$, $n=(1+\alpha)^{-1}$ [69], т. е. при $\dot{\varepsilon}=\text{const}$ получаем набор динамических диаграмм Прандтля (см. рис. 10.30, *а*).

Закон динамического упрочнения при нагружении ($\dot{\sigma}>0$ линия *43*), принимается в линейном виде

$$\sigma=\sigma_T+(\varepsilon-\varepsilon_+-\sigma_T/E)\,\varkappa \quad (\sigma>\sigma_T,\ \ \varepsilon_P\equiv\varepsilon_P^*>\varepsilon_+). \tag{10.81}$$

Деформации в этом выражении соответствуют протяженности динамических площадок текучести ε_P^* в режиме $\dot{\varepsilon}=\text{const}$, наименьшая из которых ε_+ — есть протяженность статической площадки; $\varkappa$ — модуль упрочнения.

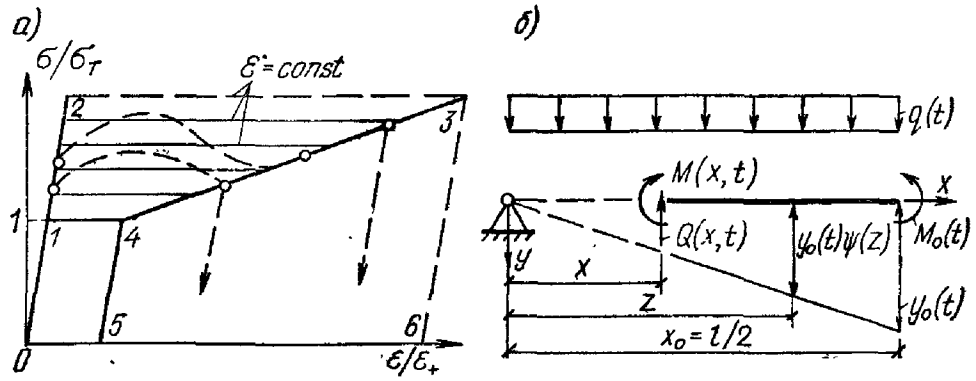


Рис. 10.30. Расчетные схемы

а — диаграмм σ—ε стали, чувствительной к скорости деформации; *б* — балки с пластическим шарниром

Момент времени $t=\theta$ перехода к упрочнению ($\dot{\sigma}(\theta)>0$) или к разгрузке с линии упрочнения ($\dot{\sigma}(\theta)<0$) фиксируется условием

$$\varepsilon_P(\theta)=\varepsilon_P^*(\theta). \tag{10.82}$$

Разгрузка с уровня σ_T и с линии упрочнения и повторные нагружения в областях 0145 и 5436 даются законом Гука (10.78) и выражениями

$$\dot{\varepsilon}_P=0, \qquad \dot{\varepsilon}_P^*=0. \tag{10.83}$$

Скорости упругопластических деформаций определяют по формулам:

$$\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}_e+\dot{\varepsilon}_P; \qquad \dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}_e+\dot{\varepsilon}_P^*. \tag{10.84}$$

Сформулируем системы уравнений для трех стадий работы балки под нагрузкой вида

$$P(x,t)=P_0(x)\,q(t),$$

где x — координатная ось балки пролетом l с началом, совмещенным с левой опорой; $P_0(x)$ — нормированная безразмерная функция: $P_0(l/2)=1$ (для равномерной нагрузки $P_0(x)\equiv 1$).

Для упругой стадии воспользуемся решением уравнения колебаний балки

$$\Pi(x,t)\equiv By^{\mathrm{IV}}(x,t)+my^{\cdot\cdot}(x,t)-q(t)\,P_0(x)=0 \quad (0<t<\tau) \tag{10.85}$$

методом Бубнова-Галеркина в виде одночленного приближения

$$y(x,t)=y_0(t)\,X(x); \quad X(x)=X_q(x)/y_q; \quad y_q=X_q(l/2), \tag{10.86}$$

где x_q — статическая упругая линия с максимумом y_q от характерной равномерной нагрузки $q_н$; $y_0(t)$ — динамический прогиб в центре пролета; B — жесткость сечения; m — погонная масса балки.

Из уравнения $BX_q^{\mathrm{IV}}(x)=q_H$ с учетом граничных условий для шарнирно опертой балки получим

$$X(\alpha_0)=1-\frac{6}{5}\alpha_0^2+\frac{1}{5}\alpha_0^4, \quad \alpha_0=|1-2x/l| \quad (-1\leqslant\alpha_0\leqslant+1), \tag{10.87}$$

причем выражению (10.86) соответствует поле изгибающих моментов

$$M(\alpha_0,t)=-By''(\alpha_0,t)=M_0(t)\,F(\alpha_0); \quad M_0(t)=M(x_0,t)=\beta_1 W y_0(t); \tag{10.88}$$

$$F(\alpha_0)=1-\alpha_0^2; \quad \beta_1=48B\left(5Wl^2\right)^{-1}, \tag{10.89}$$

где α_0 — безразмерная ось с началом в центре пролета; W — момент сопротивления сечения.

Условие ортогональности $\int_0^l \Pi(x,\ t)X(x)dx=0$ дает при $P_0(x)=1$ уравнение

$$y_0^{\cdot\cdot}+\omega^2 y_0=\omega^2 y_q\,q(t)/q_н, \quad \omega^2=q_н L_P/(my_q L_m), \quad q_H/y_q=76{,}8B/l^4, \tag{10.90}$$

в котором ω — аналог частоты; L_P, L_m — коэффициенты приведения нагрузки и массы ($L_P/L_m=1{,}27$)

$$L_P=\frac{1}{l}\int_0^l X(x)\,dx, \quad L_m=\frac{1}{l}\int_0^l X^2(x)\,dx. \tag{10.91}$$

Перейдя к безразмерным переменным $D=y_0/y_q$, $s=\omega t$,

получим из (10.90) уравнение движения, в котором точка означает производную по безразмерному времени s,

$$D^{\cdot\cdot} = P - D, \quad P = q/q_{\text{н}} \quad (0 < s < \omega\tau \equiv s_1). \tag{10.92}$$

Начальные условия для этого уравнения следующие: при $s=0$ $D=0$, $D^{\cdot} = D_{\dot{0}}$, причем скорость $D_{\dot{0}} = I\omega/q_{\text{н}}$ обусловлена возможностью приложения при $s=0$ распределенного мгновенного импульса I в комбинации с нагрузкой P, действующей при $s>0$.

При $s_m < s_1$, где s_m — время достижения максимума прогиба, определяемое наименьшим корнем уравнения $D^{\cdot}(s_m) = 0$, функция $D(s)$ является функцией динамичности, а ее максимум $D_m = D(s_m)$ — коэффициентом динамичности прогиба, внутренних усилий и всех параметров напряженно-деформированного состояния конструкции как приведенной системы, представляющим отношение максимумов динамических величин к их значениям от статической нагрузки $q_{\text{н}}$. Если расчет ведут на импульс I (при $P=0$), то удобно принять $q_{\text{н}} = I\omega$, тогда имеем начальное значение скорости $D_0^{\cdot} = 1$.

Если $s_m > s_1$, конструкция при $s=s_1$ переходит в пластическую стадию, и параметры $D(s_1)$, $D^{\cdot}(-s_1)$ определяют переходные условия. Критерий исчерпания упругости (10.79) в безразмерных переменных имеет вид (10.70)

$$\int_0^{s_1} D^{\alpha}(s)\, ds = \eta; \quad \eta_1 = \eta_0^{\alpha}\, \omega t_*; \quad \eta_0 = \frac{\sigma_{\text{т}}}{|\sigma_q|} D \quad (s_1 > \eta_0), \tag{10.93}$$

где σ_q — напряжение в растянутой арматуре в центре пролета балки от статической нагрузки $q_{\text{н}}$; α, η_1 — безразмерные параметры задачи.

Уравнения (10.92), (10.93) описывают упругое поведение и исчерпание упругости любых конструкций, допускающих схематизацию системой с одной степенью свободы, причем D_m определяется видом нагрузки, а переходное условие — дополнительно двумя параметрами α, η_1.

Рассмотрим пластическую стадию, приняв схему разрушения рис. 10.30 (б), по которой согласно (10.93) с момента $s=s_1$ достижения динамического предела текучести в центре пролета образуется пластический шарнир, а балка превращается в механизм с двумя жесткими звеньями. При этом в шарнире действует пластический

момент M_0, который является переменной и пока неизвестной величиной.

Полагая, что упругие деформации балки и искривления ее оси в зоне шарнира слабо влияют на линию прогибов, запишем уравнения Даламбера для элемента балки $0<x<l/2\equiv x_0$ как твердого тела.

Приняв поле смещений в виде $\psi(x)=x/x_0$, получим выражение для изгибающего момента M и поперечной силы Q^0 при действии симметричной динамической нагрузки, учтя, что $Q^0(x_0, t)=\partial M(x_0, t)/\partial x=0$,

$$M(x, t)=m\psi_*(x)\,\ddot{y}_0(t)+M_0(t)-P_*(x)\,q(t); \qquad (10.94)$$

$$Q^0(x,t)=-m\psi_1(x)\,\ddot{y}_0(t)+P_1(x)\,q(t); \qquad (10.95)$$

$$\psi_*=\int_x^{x_0}\psi(z)\,(z-x)\,dz; \quad P_*=\int_x^{x_0}P_0(z)\,(z-x)\,dz;$$

$$\psi_1=\int_x^{x_0}\psi(z)\,dz; \quad P_1=\int_x^{x_0}P_0(z)\,dz.$$

Положив в (10.94) $x=0$, $M(0, t)=0$, получим уравнение движения для приведенной системы в пластической стадии

$$m\psi_*(0)\,\ddot{Y}_0(t)=P_*(0)\,q(t)-M_0(t), \qquad (10.96)$$

которое в случае равномерной нагрузки $P_0=1$ после введения безразмерных переменных приобретает вид

$$KD''=P-R; \quad R=M_0(s)/M_q; \quad D=y_0/y_q;$$
$$K=5/576\,\omega^2 ml^4/B=0{,}8467, \qquad (10.97)$$

где y_0 — упругопластнческий прогнб; M_q — нзгнбающий момент в центре пролета от статнческой нагрузкн $q_н$; $D'=dD/ds$.

Исключив из (10.95) ускорение посредством (10.96), получим формулу для поперечной силы

$$Q^0(x, t)=M_0(t)\,\psi_1(x)/\psi_*(0)+q(t)\,[P_1(x)-P_*(0)\,\psi_1(x)/\psi_*(0)]$$

или в безразмерном виде для опорной реакции

$$Q=Q^0(0,t)/Q_q=1/4P+3/4R, \qquad (10.98)$$

где Q_q^0 представляет статнческую опорную реакцию от нагрузки $q_н$.

Поскольку R — искомая функция, то уравнение (10.97) не может быть непосредственно проинтегрировано. Переходными условиями для (10.97) будут условия непрерывности при $s=s_1$ прогиба $D_1(s)$ и кинетической энер-

гии балки, изменяющей поле скоростей с x на ψ, вследствие чего имеем для переходной (безразмерной) скорости $D^{\cdot}(+s_1)$ соотношение

$$K_V = \frac{D^{\cdot}(+s_1)}{D^{\cdot}(-s_1)} = \left(\int_0^{x_0} X^2(x)\,dx \Big/ \int_0^{x_0} \psi^2(x)\,dx\right)^{1/2} = 1{,}2295. \quad (10.99)$$

Далее линию прогибов представим в виде суммы компонент упругого y_e и пластического y_P прогибов ($0<x<x_0$)

$$y(x,t) = y_e(x,t) + y_P(x,t); \quad y_e = y_{0e}(t)\,X(x); \quad y_P = y_{0P}(t)\,\psi(x); \quad (10.100)$$

$$y_{0e} = y_e(x_0,t); \quad y_{0P} = y_P(x_0,t).$$

Упругий прогиб выразим через изгибающий момент с помощью уравнения

$$-By_e'' = M, \quad (10.101)$$

а пластический — через абсолютную пластическую деформацию арматуры в зоне шарнира посредством геометрического соотношения (рис. 10.29, *а*)

$$y_{0P} = \delta_0(t)/K', \quad K' = 2(h_0 - h_e)/l, \quad (10.102)$$

где h_0 — рабочая высота сечения; h_c — высота сжатой зоны бетона.

Деформация $2\delta_0$ предполагается распределенной в пределах зоны пластичности переменной длины $2\Omega^0(t)$, т. е. для скорости абсолютной деформации имеем

$$\dot{\delta}_0(t) = \int_{x_0}^{x_0+\Omega^0(t)} \dot{\varepsilon}_P(x,t)\,dt, \quad (10.103)$$

причем $\dot{\varepsilon}_P$ согласно (10.80) определяется полем напряжений

$$\sigma(x,t) = M(x,t)/W. \quad (10.104)$$

Для пластической стадии из (10.94), (10.96) получаем выражение для поля изгибающих моментов

$$M(x,t) = M_0(t)\,(1 - \psi_*(x)/\psi_*(0)) - q(t)\,[P_*(x) - \psi_*(x)\,P_*(0)/\psi_*(0)],$$

зависящего от инерционных сил (поля $\ddot{\psi}$), нагрузки q и изгибающего момента M_0. При $P_0(x) = 1$ получаем

$$\Gamma \equiv M(x,t)/M_0(t) = F(x) + \gamma(x,t);$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{2}\,\alpha_0^2(1-\alpha_0)(r-1); \quad r = q(t)\,l^2\left(8M_0(t)\right)^{-1},$$

т. е. если нагрузка не чрезмерна ($r<3$), то влияние γ несущественно и $\Gamma \approx F$ (при $r=1$ $\Gamma=F$). На рис. 10.31 показана зависимость $\Gamma(\alpha_0)$ при различных значениях r.

В дальнейшем для всех стадий работы балки используют одночленное приближение $\Gamma=F(\alpha_0)$ (10.89) для поля моментов M, что обеспечивает непрерывность поля напряжений $\sigma(x, t)$ как в переходные моменты времени, так и при возможных разрывах функции $q(t)$.

Из (10.101), с учетом (10.100) и выражения (10.89) для упругой компоненты прогиба получим

$$M_0^{\cdot}(t) = \beta_1 W \left(y_0^{\cdot} - y_{0P}^{\cdot}\right). \qquad (10.105)$$

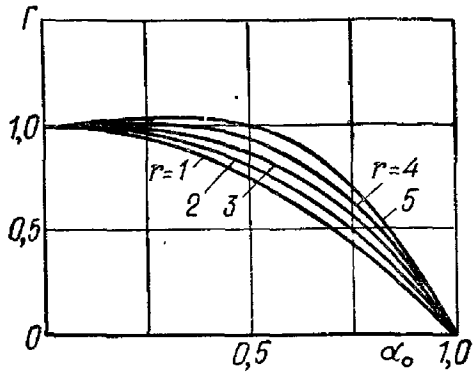


Рис. 10.31. Поле изгибающих моментов при различной интенсивности динамической нагрузки

Подставив сюда (10.102) с учетом (10.103), (10.80), (10.104), (10.89) и приведя к безразмерному виду, получим уравнение для R, принимая $h_0 \equiv 2\,\mathrm{B}\,(WE)^{-1}$,

$$R^{\cdot} = D^{\cdot} - \frac{12}{5(\alpha+1)} R^{\alpha+1} \int_0^{\zeta(s)} F^{\alpha+1}(z)\,dz, \quad \Omega = \frac{\Omega^{\prime}}{x_0}. \qquad (10.106)$$

В связи с возможностью возбуждения в материалах с запаздывающей текучестью динамических напряжений, превышающих статический предел текучести (в силу уравнения (10.93), в арматуре возникают зоны перегрузки, в которых $\sigma > \sigma_T$. В пределах этих зон образуются области пластичности и упрочнения.

В балке как приведенной системе центральное сечение является опасным и в нем впервые появятся перегрузка, а затем пластические деформации. Поскольку начало координат совмещено с центром балки, то функциональное уравнение для границы зоны перегрузки X_+^0 имеет вид

$$\sigma\left[X_+^0(t), t\right] = \sigma_T \quad \left(\sigma/\sigma_T \geqslant 1\right). \qquad (10.107)$$

Граница X_+^0 возникает в упругой стадии с момента прохождения напряжениями в арматуре через статический предел текучести.

В пределах зоны перегрузки возникает зона пластичности с подвижной границей $\lambda^\circ(t)$. Отнеся критерий (10.79) к сечению x и введя функцию $\lambda^\circ[\tau(x)]=x$, где $\tau(x)$ — время запаздывания пластической деформации в сечении, получим с учетом (10.61).

$$\int_0^t \sigma^\alpha[\lambda^0(t), z]\,dz = t_*\,\sigma_T^\alpha. \tag{10.108}$$

В процессе разгрузки зона перегрузки сокращается и граница X_+^0 движется в обратном направлении, т. е. к началу координат. С момента пересечения границ X_+^0 и λ^0 уравнение (10.108) теряет силу и граница пластически деформируемой зоны ($\varepsilon^\cdot>0$) будет совпадать с границей X_+^0. При исчезновении перегрузки пластическое деформирование прекратится. Согласно ограничивающим условиям для пластического деформирования (10.80) имеем для границы зоны пластичности ($\varepsilon^\cdot>0$) уравнения:

$$\Omega^0 = \begin{cases} \lambda^0 & (X_+^0 > \lambda^0); \\ X_+^0 & (X_+^0 \leqslant \lambda^0). \end{cases} \tag{10.109}$$

Если обозначить $X_+=X_+^0/x_0$, $\lambda=\lambda^0/x_0$ и учесть (10.89), то в безразмерной форме соотношения (10.109) примут вид

$$\Omega = \begin{cases} \lambda & (X_+ > \lambda); \\ X_+ & (X_+ \leqslant \lambda), \end{cases}$$

$$F[\lambda(s)] = \left(1 + \frac{1}{\eta}\int_{s_1}^{s} R^\alpha(z)\,dz\right)^{-1/\alpha}; \quad F[X_+(s)] = \frac{\eta_0}{R(s)}. \tag{10.110}$$

Система уравнений (10.97), (10.106), (10.110) с инвариантами α, η, η_0 определят динамику балки в пластической стадии до перехода в стадию упрочнения или до восстановления упругих свойств системы. Это восстановление происходит в процессе разгрузки $R^\cdot<0$ при $R=\eta_0$, когда напряжения в шарнире уменьшатся до величины σ_T. Однако затем при колебаниях балки возможно повторное возникновение пластичности или чередование пов-

торяющихся пластической и упругой стадий, причем считается, что все последующие пластические стадии появляются при $R^{\cdot}>0$, $R=\eta_0$.

Далее рассмотрим стадию упрочнения. Переход из пластической стадии в стадию упрочнения происходит в момент $t=\theta$, определяемый равенством в сечении $\alpha_0=0$ деформаций, подчиняющимся законам (10.80) и (10.81),

$$\varepsilon_p(0,\theta)=\varepsilon_p^*(0,\theta). \tag{10.111}$$

Примем, что при этом форма движения не меняется. Тогда уравнения (10.97), (10.98) сохраняются, а при $s_2^{(1)}=\omega\theta$ функции D, $D^{\cdot}$ непрерывны.

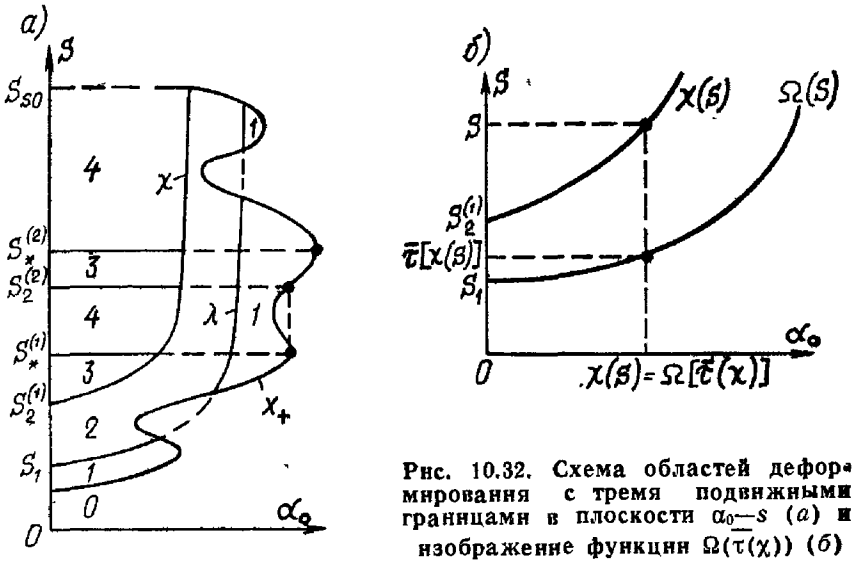


Рис. 10.32. Схема областей деформирования с тремя подвижными границами в плоскости α_0—s ($а$) и изображение функции $\Omega(\tau(\chi))$ ($б$)

Подставив соотношения (10.80), (10.81) в (10.111), получим условие, определяющее $s_2^{(1)}$,

$$\int_{s_1}^{s_2^{(1)}} R^{\alpha+1}(s)\,ds=\frac{\varepsilon_*\eta(\alpha+1)}{\nu}\left[R\left(s_2^{(1)}\right)+(\nu-1)\eta_0\right] \tag{10.112}$$

с двумя дополнительными инвариантами ε_*, ν

$$\varepsilon_*=E\varepsilon_+/\sigma_T,\quad \nu=\varepsilon_*(-1+E/\varkappa)^{-1}. \tag{10.113}$$

Как видим, рассматривается задача с искомыми подвижными границами X_+^0, λ^0. В стадии упрочнения внутри зоны пластичности появляется зона упрочняющегося материала с третьей подвижной границей χ^0.

В плоскости $\alpha_0 \sim s$ возникает система областей, показанных на рис. 10.32, *а* для случая $R^{\cdot}(s_2^{(1)}) > 0$ $(\chi \equiv \chi^0/x_0)$. При $s > 0$ имеем области: 0 — упругую $(\sigma < \sigma_T)$; *1* — упругой перегрузки $(\sigma > \sigma_T)$; *2* — пластическую; *3* — упрочнения; *4* — упругой разгрузки и повторного упругого нагружения в зоне упрочнения.

Проинтегрировав скорости деформации в зонах по аналогии с (10.103)—(10.106) с учетом (10.78)—(10.81), соблюдая условие совместности на подвижных границах $\varepsilon_P(\lambda, s) = 0$, $\varepsilon_P(\chi, s) = \varepsilon_P(\chi, s)$ и введя логическую функцию Δ, которая принимает значение *1* для областей *3* (т. е. на временных промежутках $s_2^{(1)} - s_*^{(1)}$, $s_2^{(2)} - s_*^{(2)}$) или 0 для областей *4* $(s_*^{(1)} - s_2^{(2)}$, $s_*^{(2)} - s_s$, получим после приведения к безразмерному виду уравнение для R

$$R^{\cdot} = \left(D^{\cdot} - \frac{12}{5(\alpha+1)\eta} R^{\alpha+1} \int_{\chi(s)}^{\Omega(s)} F^{\alpha+1}(z)\, dz\right) \times$$

$$\times \left(\frac{12\Delta\varepsilon_*}{5\nu} \int_0^{\chi(s)} F(z)\, dz + 1\right)^{-1}, \qquad (10.114)$$

обобщающее (10.106) и всевозможные варианты взаимного расположения областей схемы рис. 10.32. Переходные моменты времени $s_2^{(n)}$ $(n = 2, 3, \ldots)$ определяются условиями

$$R\left(s_2^{(n)}\right) = R\left(s_*^{(n-1)}\right), \quad \Delta\left(-s_2^{(n)}\right) = 0,$$

а $s_*^{(n)}$ $(n = 1, 2\ldots)$ — условиями

$$R^{\cdot}\left(s_*^{(n)}\right) = 0, \quad R^{\cdot\cdot}\left(s_*^{(n)}\right) < 0, \quad \Delta\left(-s_*^{(n)}\right) = 1.$$

В случае $R^{\cdot}\left(s_2^{(1)}\right) < 0$ первичная область 3 исчезает, т. е. $s_*^{(1)} = s_2^{(1)}$. Границы Ω, как прежде, даются соотношениями (10.110), а χ при нагружении и разгрузке определяется уравнением (10.111), обобщенным на произвольное сечение α_0 при введении функции $\bar{\tau}(\chi) \equiv \omega\tau(\chi^0/x_0)$, обратной к $\Omega(s)$, по формуле

$$\Omega[\bar{\tau}(\chi)] = \chi(s). \qquad (10.115)$$

Развернув условие $\varepsilon_P[\chi(s), s] = \overset{*}{\varepsilon}_P[\chi(s), s]$ с помощью

соотношений (10.80), (10.81), получим для χ уравнение с запаздывающим аргументом

$$\int_{s_2^{(1)}}^{s} R^{\alpha+1}(z)\,dz - \int_{s_1}^{\bar{\tau}[\chi(s)]} R^{\alpha+1}(z)\,dz = \frac{\varepsilon_* \eta(\alpha+1)}{\nu} \times$$

$$\times \left(\frac{R(s) F[\chi(s)] - (1-\nu)\eta_0}{F^{\alpha+1}[\chi(s)]} - R\left(s_2^{(1)}\right) + (1-\nu)\eta_0 \right). \quad (10.116)$$

Функция $\bar{\tau}(\chi)$ представляет собой безразмерное время запаздывания текучести для координаты мгновенного положения χ в текущий момент времени s (рис. 32, *б*).

Систему уравнений (10.97), (10.110), (10.114)—(10.116) для стадии упрочнения решают с учетом непрерывности D, $D^{\cdot}$, R в переходные моменты времени $s_2^{(n)}$, $s_*^{(n)}$. Полное упругое восстановление определяется условием прекращения текучести в области *2* (см. рис. 10.32, *а*) в процессе разгрузки при $s = s_{s0}$.

$$\chi(s_{s0}) = X_+(s_{s0}), \quad R^{\cdot}(s_{s0}) \leqslant 0. \quad (10.117)$$

Относительные деформации во всех стадиях работы балки определяют интегрированием по времени скорости деформаций в различных сечениях. Синтезируя соотношения, характеризующие механические свойства стали в трех стадиях работы, получаем уравнение (в скоростях деформации) для расчета распределения деформаций ($\varepsilon^{\cdot} \equiv d\varepsilon/ds$)

$$\xi^{\cdot}(\alpha_0, s) \equiv \frac{E\varepsilon^{\cdot}(\alpha_0, s)}{\sigma_q} = R^{\cdot}(s) F(\alpha_0)[1 + \Delta a_2(\alpha_0)\varepsilon_*/\nu] +$$

$$+ a_1(\alpha_0)[R(s) F(\alpha_0)]^{\alpha+1}[(\alpha+1)\eta]^{-1}; \quad (10.118)$$

где коэффициенты $a_1 = 0$, $a_2 = 1$ при $\alpha_0 < \chi$; $a_1 = 1$, $a_2 = 0$ при $\chi < \alpha_0 < \Omega$ и $a_1 = a_2 = 0$ при $\alpha_0 > \Omega$.

Заметим, что согласно (10.81) в стадии упрочнения в областях *3* деформации определяют по формулам

$$\xi(\alpha_0, s) = \xi_e + \xi_P; \quad \xi_e = R(s) F(\alpha_0);$$

$$\xi_P = \xi_* \eta_0 \left[1 + \frac{1}{\nu} \left(\frac{R(s) F(\alpha_0)}{\eta} - 1 \right) \right] \quad (0 \leqslant \alpha_0 < \chi(s)). \quad (10.119)$$

Максимумы функций динамичности D, R, Q, ξ являются соответственно коэффициентами динамичности прогиба, момента, опорной реакции и деформаций, причем

для упругих компонент прогиба D_e и деформации ξ_e имеет место равенство $D_e=\xi_e=R$. Для упругой стадии $\xi=Q=R=D$.

Получаемые решения будут справедливы до момента $s=s$ возможного начала разрушения сжатой зоны. Приняв согласно [69] для прогноза хрупкого разрушения бетона кинетическое уравнение вида (10.79), запишем формулу для определения времени s_Δ

$$\int_0^{s_\Delta} R^{\alpha_\Delta}(s)\,ds=\eta_\Delta,\quad \eta_\Delta=\omega t_{*\Delta}\left(\frac{\sigma_{+\Delta}}{\sigma_{q\Delta}}\right)^{\alpha}\quad \left(R(s_\Delta)>\frac{\sigma_{+\Delta}}{|\sigma_{q\Delta}|}\right), \tag{10.120}$$

где α_Δ, $t_{*\Delta}$, $\sigma_{+\Delta}$ — материальные константы прочностн бетона; $\sigma_{q\Delta}$ — нормальное напряжение в сжатой фибре в центре пролета от статической нагрузки $q_н$.

При расчетах константы σ_T, $\sigma_{+\Delta}$ принимают по СНиП [14], причем σ_T соответствует нормативному значению сопротивления стали растяжению R_{sn}, а $\sigma_{+\Delta}$ — призменной прочности бетона R_{bn}. К указанным значениям относятся соответствующие величины t_* и $t_{*\Delta}$ для стали и бетона.

Необходим учет ограничений, связанных с реализацией условия стационарности пластического шарнира и соответствием полей $\Gamma\sim F$ $(r<3)$, а также с границами чувствительности к скорости деформации $\dot{\varepsilon}$.

Условие $r<3$ для момента образования пластического шарнира означает $D_1=r^{-1}>1/3$, что всегда реализуется для трех классов сталей (А-I, А-II, А-III) при $r>10^{-9}$ [72]. Приближенная формула для D_1, соответствующая аппроксимации $\dot{D}=\text{const}\,(0<s<s_1)$, имеет вид

$$D_1\equiv D(s_1)=R(s_1)=\eta_0\,\sigma(s_1)/\sigma_T=[\eta(\alpha+1)/s_1]^{1/\alpha}.$$

Чувствительность к скорости деформации оценивается величиной $\partial D_1(\eta,\alpha)/\partial\eta$ и растет вместе с η и с убыванием α, тогда как η_0 определяет ряд ограничений и асимптотическое поведение конструкции при воздействии на нее длинных ударных волн.

Диапазону чувствительности к скорости $\dot{\varepsilon}$ соответствуют три случая, особенно четко проявляющиеся при скачке давления $(P(s)=1)$. На нижней границе чувствительности к скорости при $\eta_0\geqslant 1$ конструкция выходит на упругий режим работы при остаточных деформациях $\varepsilon_P\leqslant\varepsilon_+$ $(\xi\leqslant\varepsilon_*\eta_0)$. Если $1<\eta_0^{-1}<K_B\equiv\sigma_B/\sigma_T$, то развитие пластических деформаций ограничено законом упрочне-

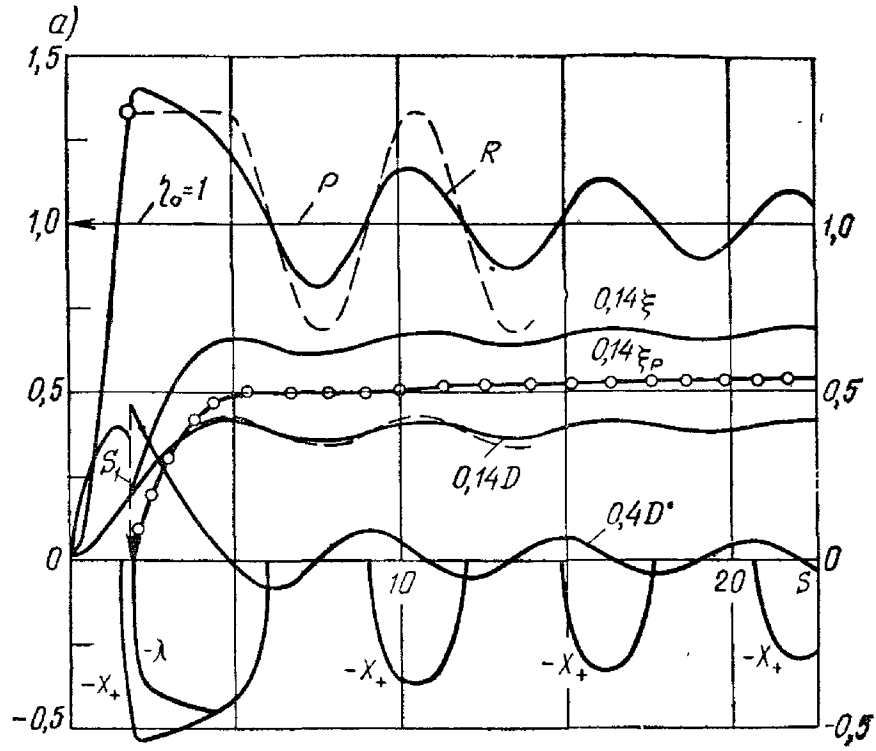
ния. При $\eta_0^{-1} > K_B$ произойдет разрыв арматурных стержней, если ему не будет предшествовать разрушение (потеря устойчивости) сжатой зоны или сброс с опор вследствие чрезмерных прогибов.

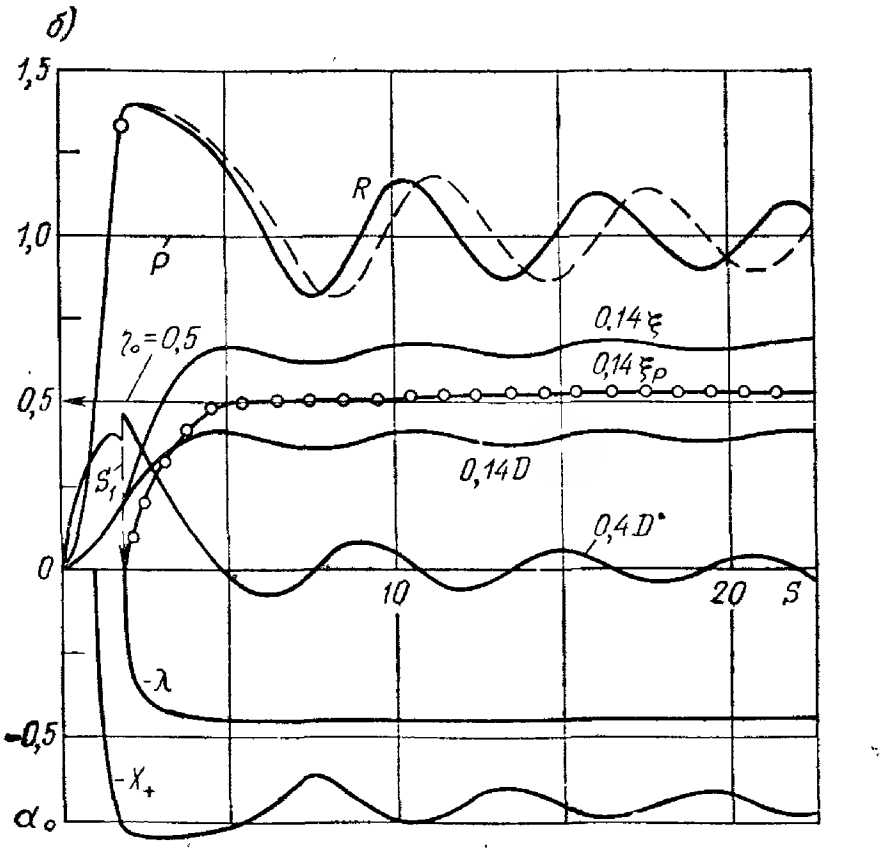
Ограничив сверху диапазон чувствительности к скорости $\dot{\varepsilon}$ величиной $\dot{\varepsilon} \sim 100\ c^{-1}$, из (10.80) получим примерное соответствие динамического предела текучести $\sigma(s_1)$ статическому временному сопротивлению σ_B для стали класса А-III (см. табл. 9.4) и заметное превышение $\sigma(s_1)$ над σ_B для сталей А-I и А-II. Это относится также к нестационарным, но продолжительным ударно-волновым нагрузкам, причем в начале пластической стадии напряжения в металле при сохранении прочности могут превышать временное сопротивление, т. е. условие $\eta_0^{-1} > K_B$ уже не будет априори означать разрушение.

Рассмотренный метод расчета применим также к стальным двутавровым балкам (см. рис. 10.29, *б*), если использовать схему идеального двутавра, пренебрегая работой стенки. В этом случае в формуле (10.102) коэффициент $K' = h^\circ/l$, где h° — расстояние между центрами полок двутавра.

Согласно изложенному алгоритму написана программа DELTA для ЕС ЭВМ. В программе дифференциальные уравнения интегрируются методом Рунге — Кутта в последовательности, предписываемой указанными выше переходными условиями. В стадии упрочнения дифференциальные уравнения решают при χ, взятом из прошлого шага, а затем решаются трансцендентные уравнения с запаздывающим аргументом (10.115), (10.116) методом итераций и устанавливается текущее значение подвижной границы χ. Интегралы вычисляются по формуле трапеций. Итерационный процесс сходится достаточно быстро, так как на десятой итерации $\tau(\chi)$ невязка не превышает 0,01 % от шага интегрирования ΔS.

Приведем примеры расчета железобетонных балок на действие равномерно распределенных нагрузок. На рис. 10.33 приведены результаты расчета балки (до $S = 22{,}6$) с арматурой класса А-I, $\eta = 10$ на скачок давления $P = 1$ ($D_1 = 1{,}33$). При $\eta_0 = 1$ ($\sigma(s_1)/\sigma_T = 1{,}33$) функция динамичности момента R колеблется вокруг нагрузки, и в балке периодически появляется и исчезает зона перегрузки X_+, в которой локализовано течение металла (чередование упругих и пластических областей). В пределе вследствие успокоения колебаний деформации достигнут величины $\xi_P(0, s) \to \varepsilon_* \eta_0 (\varepsilon_P \to \varepsilon_+)$ без перехода в стадию упрочнения.


а)
1,5
1,0
0,5
0
-0,5
$\eta_0=1$
P
R
0,14ξ
0,14ξ_P
0,14D
0,4D*
S_1
-λ
-X_+
10
20
S


б)
1,5
1,0
0,5
0
-0,5
α_0
R
P
$\eta_0=0,5$
0,14ξ
0,14ξ_P
0,14D
0,4D*
S_1
-λ
-X_+
10
20
S

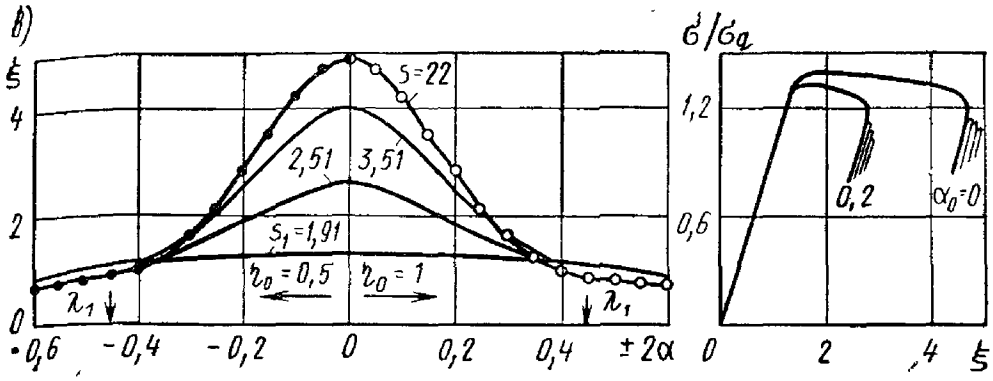


Рис. 10.33. Расчеты упругопластических балок без перехода в стадию упрочнения

а — $\eta_0=1$, работа балки с периодическим чередованием упругих и пластических стадий; штриховые линии — решение по диаграмме Прандтля; *б* — $\eta_0=0{,}5$; работа балки с одной пластической стадией; штриховая линия — решение по закону деформирования [(формула 10.80)] при фиксированной зоне пластичности $\lambda=\text{const}$ без учета излома балки в шарнире; *в* — эпюры деформаций в окрестности шарнира (при $s=22$, $\lambda=\lambda_1$) и диаграммы $\sigma-\xi$ арматуры

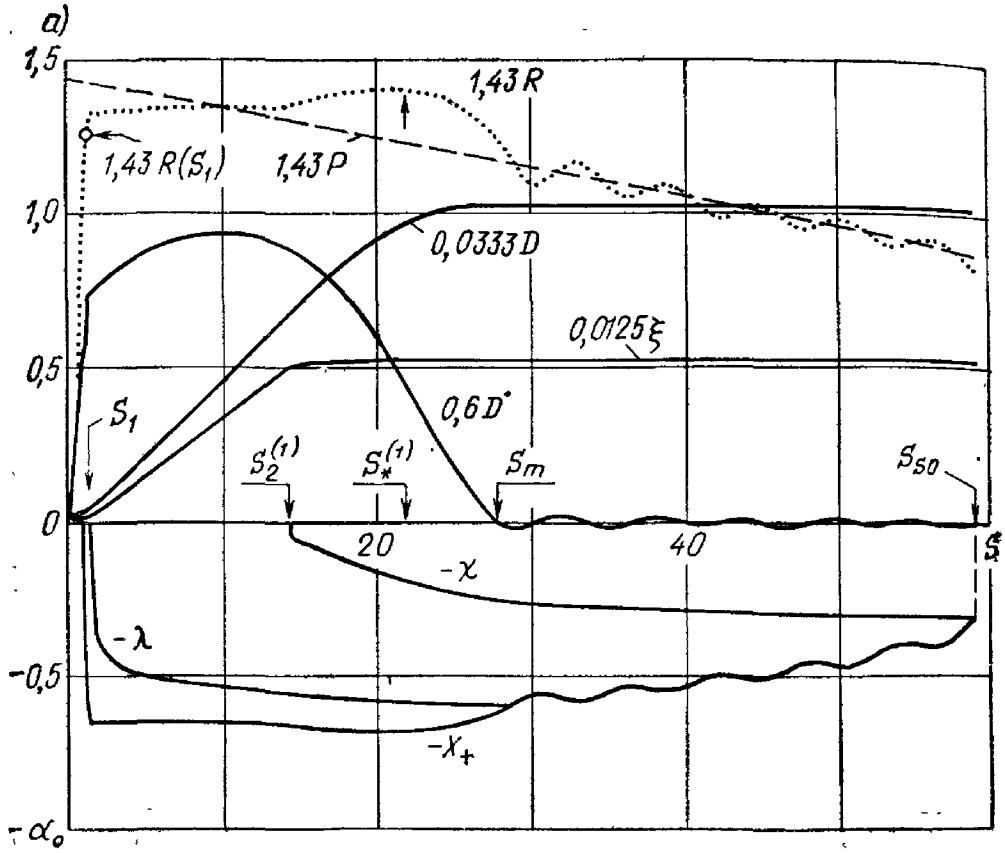
При $\eta_0=0{,}5$ $(\sigma(s_1)/\sigma_T=2{,}66,\ \eta_0^{-1}>K_B)$ неизбежно разрушение балки, однако в пластической стадии при $s<22{,}6$ развитие деформации несущественно отличается от случая $\eta_0=1$ вследствие слабого влияния η_0 в начале временного диапазона. До разрушения при $s>60$ (на рис. 10.33 не показано) силы инерции убывают столь существенно, что система выходит на квазистатический режим, причем равновесие $R\to P$ обусловлено приспособляемостью — повышенным сопротивлением деформированию согласно закону (10.80). Заметим, что при ступенчатой нагрузке и $1<\eta_0^{-1}<K_B$ со временем наступит статическое равновесие в стадии упрочнения в результате слияния границ $\chi\to\Omega\to\sqrt{1-\eta_0}$ и насыщения деформаций в зоне пластичности $0<\alpha_0<\sqrt{1-\eta_0}$. В пределе деформации определяются формулой (10.119) при $P=R=1$, а прогиб согласно (10.102), (10.103), (10.119) стремится к $D_\text{п}$ в момент $s_s\gg s_1$ при $\lambda(s_s)=X_+(s_s)$, в соответствии с (10.110),

$$D_\text{п}=1+\frac{4}{5}\,\varepsilon_*\sqrt{1-\eta_0}\quad(3\nu\eta_0-2\eta_0+2)/\nu;$$

$$s_s=s_1+\eta\left(\eta_0^{-\alpha}-1\right)\quad\left(0{,}95<\eta_0^{-1}<K_B\right).\qquad(10.121)$$

Из-за низких скоростей $\varepsilon^{\cdot}\sim10^{-4}\ \text{с}^{-1}$ в зоне перегрузки в окрестности границы Ω насыщение деформаций и рост прогиба со временем замедляются, напоминая процессы, характерные для ползучести конструкций. Поэтому $D_\text{п}$ соответствует весьма большим временам s_s. Кроме того, асимптотическая формула (10.121) не дает оценку $D_\text{п}$ при $\eta_0\to1$, когда исчезает перегрузка $X_+\to0$.

Приспособляемость к нагрузкам взрывного типа за счет скоростных эффектов объясняет большие резервы прочности железобетонных конструкций по крайней мере при $1<\eta_0^{-1}<K_B$, обнаруживае-



мые в опытах, если их анализировать на основе теорий, не учитывающих влияние скорости.

На рис. 10.34 приведен расчет балки на интенсивный треугольный импульс (по рис. 10.22) (сталь А-I, $\eta = 0{,}005$, $\eta_0 = 0{,}527$, $s_k = 150$). Характерные значения параметров, полученные в расчете, следующие: $s_1 = 1{,}45$; $s_2^{(1)} = 14{,}38$, $s_*^{(1)} = 22$; $s_m = 28{,}2$; $s_{s0} = 58{,}7$; $D_1 = 0{,}875$. Размеры зон: пластичности $\Omega_m = 0{,}6$, упрочнения $\chi_m = 0{,}32$. Коэффициенты динамичности прогиба $D_m = 31{,}2$, момента $R_m = 0{,}97$, опорной реакции $Q_m = 0{,}94$, деформации $\xi_m = 42{,}4$ ($\varepsilon_{max} = 100\xi_m\sigma_T(E\eta_0)^{-1} = 9{,}2\ \%$). Вследствие узости диапазона скорости ξ^* (от 1 до 3) момент в пластической стадии меняется слабо и уровень R_{max} выше, чем в переходный момент на 5—7 %, т. е. максимальные напряжения в пластической стадии несколько превышают динамический предел текучести $\sigma(s_1)/\sigma_T = 1{,}66$.

Перейдем к размерным параметрам. Частота $\omega = \eta_1/\left(t_* \eta_0^{\alpha}\right) = 0{,}005/(0{,}895 \cdot 0{,}527^{17}) = 300$ р/с; переходное время $\tau = s_1/\omega = 1{,}45/300 = 4{,}83 \cdot 10^{-3}$ с; деформация $\varepsilon(\tau) = \sigma(\tau)/E = 1{,}66 \cdot 2400/2{,}1 \cdot 10^6 = 1{,}9 \cdot 10^{-3}$ (0,19 %); скорость деформации $\varepsilon^*(\tau) \approx \varepsilon(\tau)/\tau = 1{,}9 \cdot 10^{-3}/4{,}83 \cdot 10^{-3} = 0{,}4\ с^{-1}$.

Распределение деформаций и диаграммы σ—ξ иллюстрируют работу арматуры в пластической стадии ($\alpha_0 \geqslant 0{,}35$) и в стадии упрочнения ($\alpha_0 \leqslant 0{,}3$), в которой при резком замедлении роста деформа-

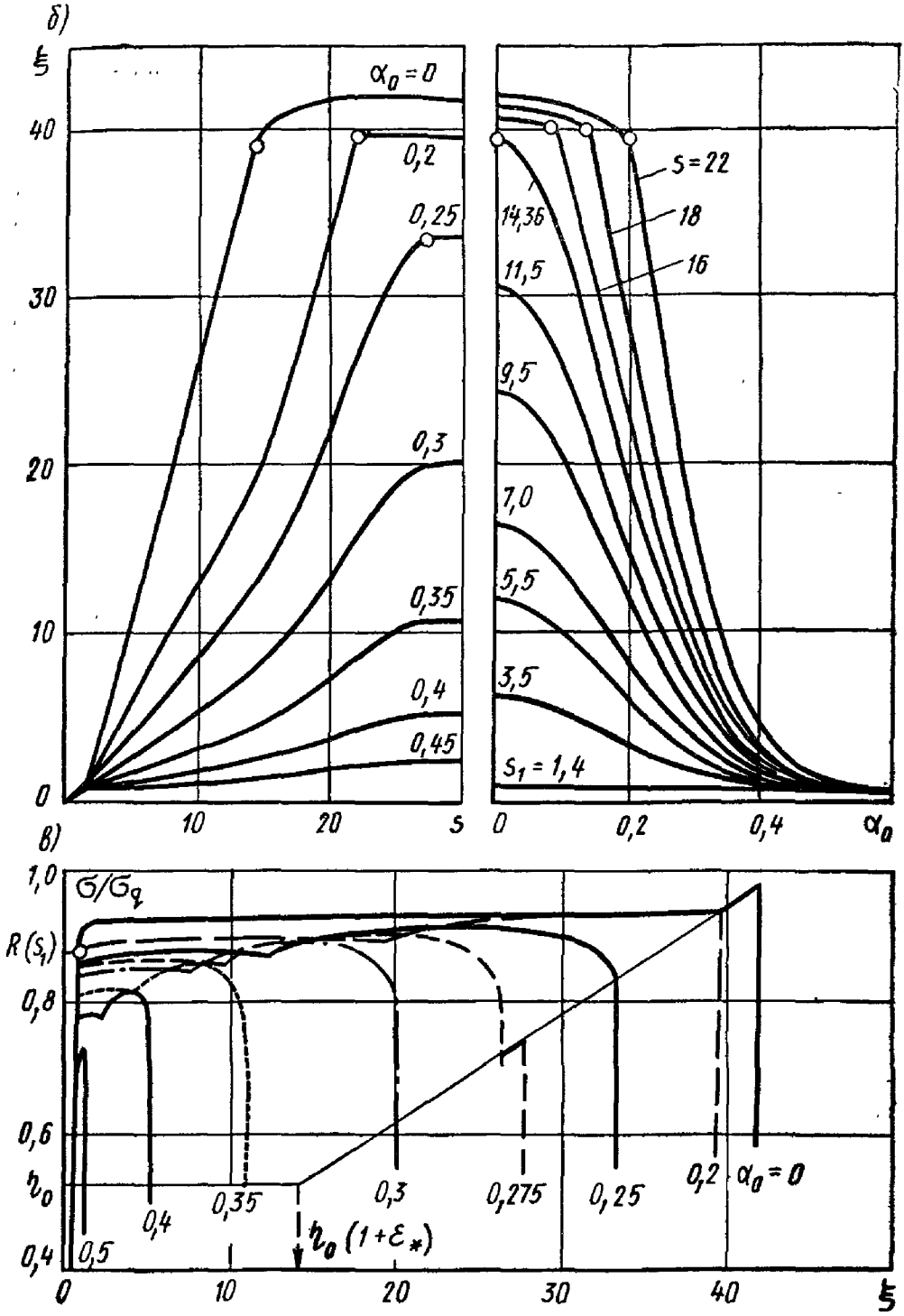


Рис. 10.34. Расчет балки с переходом в стадию упрочнения

а — движение и напряженно-деформированное состояние; *б* — распределение деформаций по координате и во времени; *в* — диаграммы σ—ξ арматуры в различных сечениях балки

ций в центре шарнира быстрое увеличение прогиба обусловлено расширением зоны насыщения пластических деформаций до уровня ξ_P по (10.119). Кружками на рис. 10.34, *б* показано прохождение границы упрочнения. Активным упрочнением охвачена небольшая зона, достигающая к началу разгрузки значения $\alpha_0=\chi=0{,}3$, поэтому горбы на диаграммах σ—ξ (рис. 10.34, *в*) для сечений с $\alpha_0\geqslant 0{,}2$ вызваны увеличением момента в шарнире, а не процессами упрочнения в этих сечениях, где пластические деформации продолжают накапливаться при разгрузке до выхода на линию упрочнения.

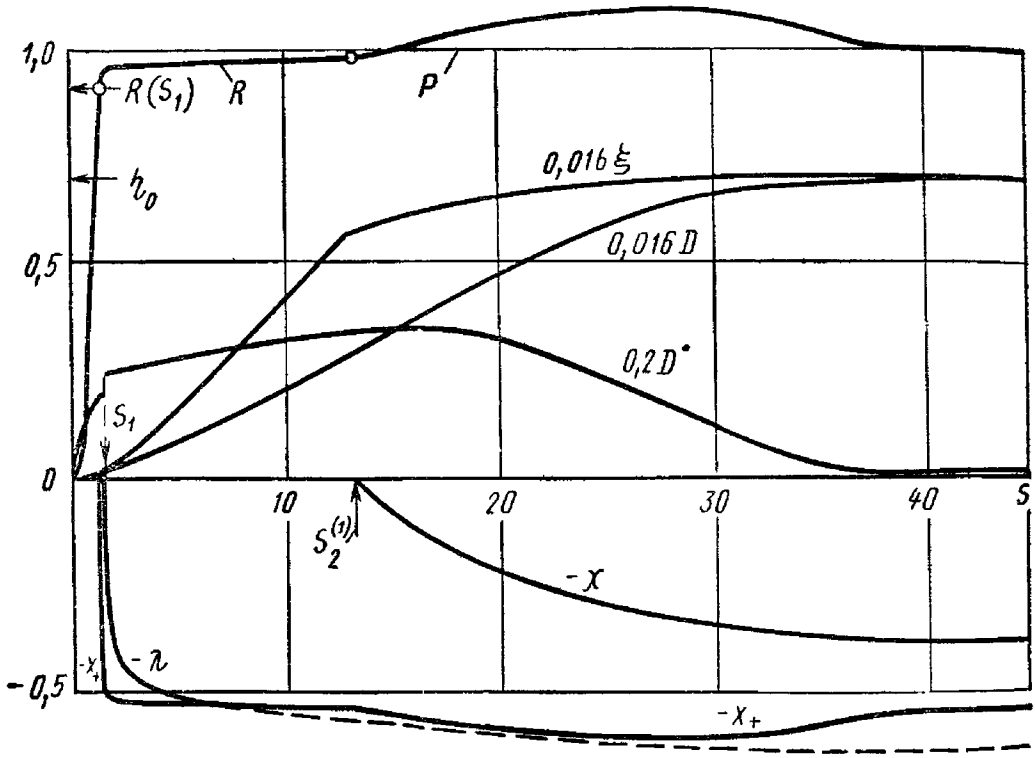


Рис. 10.35. Динамика балки с выходом на квазистатический режим

Вследствие приспособления к треугольному импульсу сопротивление системы $R(s)$ при $s>30$ убывает с небольшим размахом вокруг нагрузки $P(s)$.

Сравним эти результаты с расчетом балки, армированной сталью класса А-III при $\eta_0=0{,}527$; $\eta=0{,}005$; $s_1=1{,}5$, $D_1=0{,}926$; $s_m=22$; $D_m=19{,}5$; $R_m=1$; $\sigma(s_1)/\sigma_T=1{,}76$; $\xi_m=30$. Размерные параметры: $\omega=1{,}41\cdot 10^5$ рад/с; $\tau=1{,}064\cdot 10^{-5}$ с; $\varepsilon(\tau)=1{,}76\cdot 4000/2\cdot 10^6=3{,}52\cdot 10^{-3}$ (0,352 %); $\varepsilon^{\cdot}(\tau)=330\ \text{с}^{-1}$. Такие значения скорости соответствуют верхней границе чувствительности малоуглеродистых сталей к скорости деформации.

Приведем пример расчета низкочастотной балки, армированной сталью класса А-I, на прямоугольный импульс $\eta_0=0{,}7$; $\eta_1=0{,}01$ (рис. 10.35). Частота балки $\omega=4{,}75$ рад/с; $\tau=0{,}3$ с, что составляет почти четверть периода собственных колебаний упругой системы, $\sigma(s_1)/\sigma_T=1{,}3$. При $s>6{,}3$ зона пластичности определяется границей зоны перегрузки X_+, а при $s>40$ с постепенным ростом пластических де-

формаций балка выходит на режим квазистатического равновесия, когда влиние сил инерции пренебрежимо мало. Рост прогиба прекращается при $s \gg 40$ в момент слияния границ X_+ и зоны упрочнения $\chi \to \sqrt{1-\eta_0}=0{,}548$. При этом согласно (10.120) $D_m \to 41$, что превышает зафиксированное при $S=45$ значение прогиба D всего лишь на 3 %, т. е. на последней стадии работы балки рост прогиба и деформации несущественны.

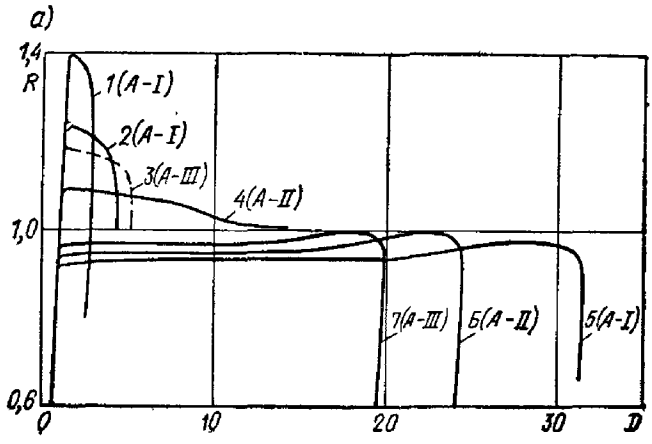
На рис. 10.36, *а* приведены диаграммы R—D для балок с различной сталью, нагруженных скачком давления (*1*—*4*) и треугольным импульсом $s_k=150$ (5—7). Диаграммы получены исключением времени из параметрических соотношений $R(s)$, $D(s)$ и могут служить для аппроксимации функций $R(D)$ в приближенных методах, учитывающих скоростные эффекты менее строго. На рис. 10.36, *б*, *в* показаны графики коэффициентов динамичности момента R_m, прогиба D_m и деформации ξ_m для балок, нагруженных треугольным импульсом различной длительности s_k. Для иллюстрации влияния протяженности площадки текучести на коэффициенты динамичности при работе балки в стадии упрочнения коэффициенты вычислялись при различных ε_*. В приведенных выше расчетах предполагается выполнение условия $D_m < D(s_\Delta)$, соответствующего обеспеченной прочности сжатой зоны.

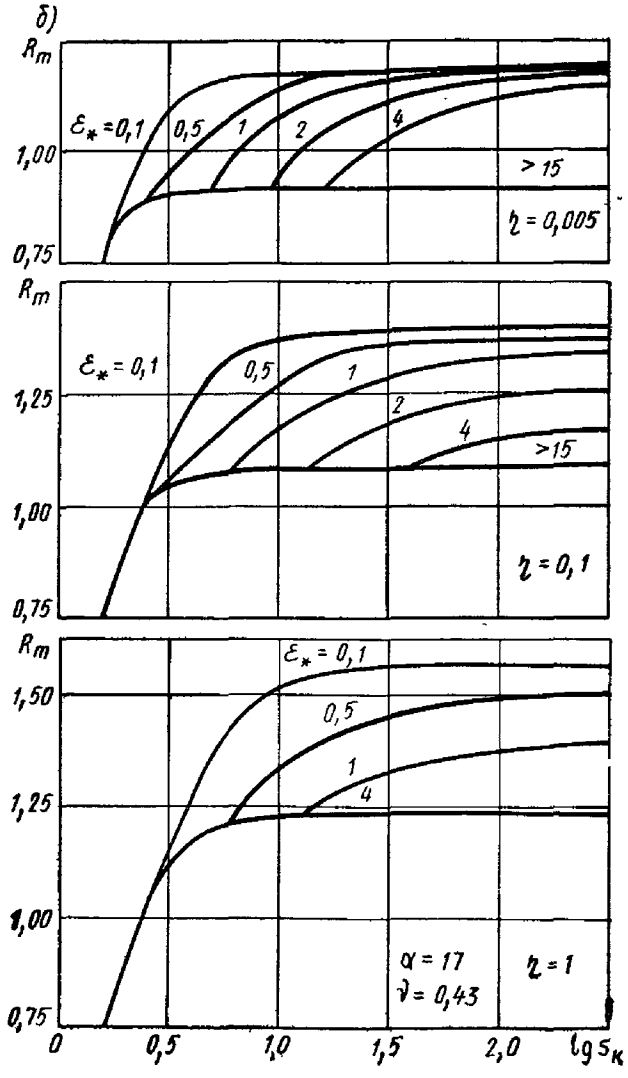
Сравним решение по рассмотренной методике с расчетом, в котором использована динамическая диаграмма Прандтля, представляющая собой зависимость σ—ε для идеального упругопластического материала при одноосном напряжении, причем уровень напряжения на площадке текучести (см. рис. 10.30, *а*) соответствует динамическому пределу текучести согласно (10.79). Для шарнирно опертых однопролетных слабоармированных железобетонных балок, аналогично стальным балкам идеального двутаврового профиля диаграмма момент—прогиб R—D подобна диаграмме σ—ε. Однако для установления соответствия $\varepsilon(D)$ необходимо привлечь дополнительные предположения относительно распределения деформаций вдоль α_0 [69]. В практических расчетах стальных и железобетонных конструкций при указанной идеализации профиля вычисляют перемещения при функции $R(D)$, заданной в форме диаграммы Прандтля: $R=D$ при $0<D<D_1$; $R=D_1$ при $D_1 \leqslant D<D_m$; $R^{\cdot}=D^{\cdot}$ при $s>s_m$, $D^{\cdot}(s_m)=0$, где $D_m=D(s_m)$ — максимум перемещения, определяемый из (10.92), (10.93), (10.97), (10.99) в зависимости от α, η и параметров нагрузки (η_0 в задачу не входит).

Результаты расчета однопролетной балки на скачок давления с использованием диаграммы Прандтля приведен на рис. 10.33, *а*, из которого следует, что такая аппроксимация, отражая свойство приспособляемости по внутренним усилиям, дает несколько заниженный момент $R_m=D_1$, причем накопление пластического прогиба заканчивается к первому максимуму, после чего (несмотря на периодическую перегрузку $R>\eta_0$) происходят упругие колебания балки. На рис. 10.37 показаны графики коэффициентов динамичности, рассчитанных по программе DELTA (сплошные линии) и по диаграмме Прандтля (штриховые), причем коэффициент ξ_m во втором случае определялся [69] по приближенной формуле, соответствующей закону деформирования (10.80) для центрального сечения балки

$$\xi_m = D_1\left[1 + D_1^{\alpha}(s_m - s_1)(\alpha+1)^{-1}\eta^{-1}\right]. \qquad (10.122)$$

Различие в решениях для D_m и ξ_m возрастает с убыванием параметра η.


а)
1,4
R
1,0
0,6
1(А-I)
2(А-I)
3(А-III)
4(А-II)
7(А-III)
6(А-II)
5(А-I)
0
10
20
30
D


б)
R_m
$\varepsilon_* = 0,1$
0,5
1
2
4
>15
$\eta = 0,005$
1,00
0,75
R_m
$\varepsilon_* = 0,1$
0,5
1
2
4
>15
$\eta = 0,1$
1,25
1,00
0,75
R_m
$\varepsilon_* = 0,1$
0,5
1
4
$\alpha = 17$
$\vartheta = 0,43$
$\eta = 1$
1,50
1,25
1,00
0,75
0
0,5
1,0
1,5
2,0
$\lg s_к$

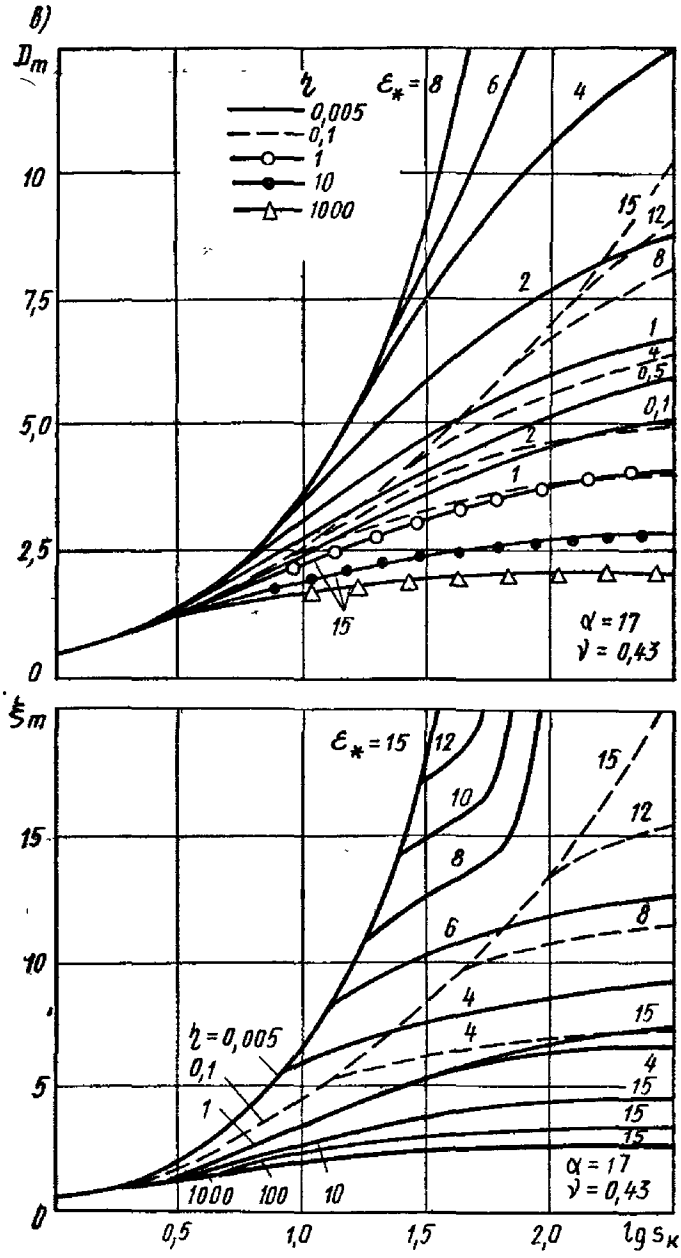


Рис. 10.36. Результаты числового эксперимента на ЭВМ

а — диаграммы сопротивления балок с параметрами: *1* — $\eta_0=1$, $\eta=10$; *2*, *3* — $\eta_0=\eta=1$; *4* — $\eta_0=0{,}69$, $\eta=0{,}109$; *5*—*7* — $\eta_0=0{,}527$, $\eta=0{,}005$; *1*—*3* — начальная фаза пластической стадии; *4* — выход на квазистатический режим; *5*—*7* — работа балок с разгрузкой из стадии упрочнения; *б* — коэффициенты динамичности изгибающего момента R_m; *в* — коэффициенты динамичности прогиба D_m и деформации ξ_m

Расчет изгибаемых элементов с фиксированной зоной пластичности

Учитывая быстрое развитие зоны пластичности λ до значения, близкого к максимальному, хорошим приближением является расчет балки с зоной $\lambda=\text{const}$, в пределах которой при $s>s_1$ пластические

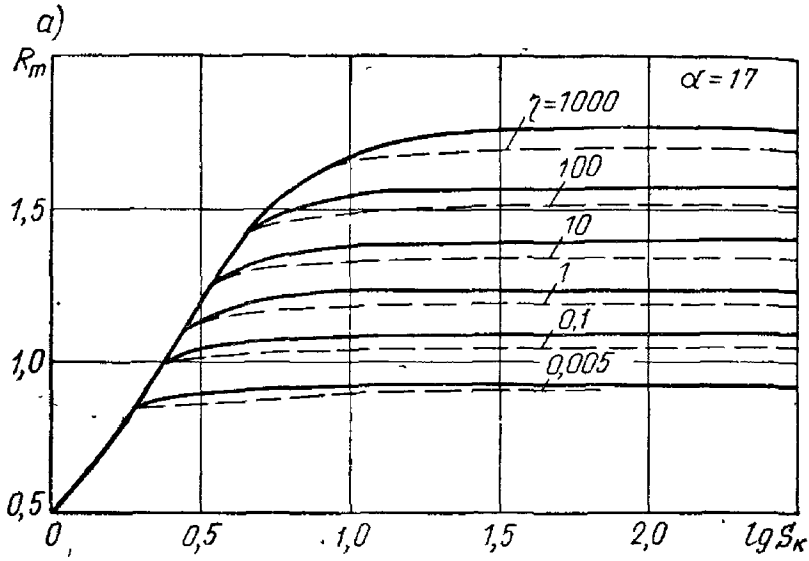


Рис. 10.37. Коэффициенты динамичности упругопластических балок, нагруженных треугольным импульсом, рассчитанные двумя методами
а — изгибающего момента; *б* — прогиба; *в* — деформации

деформации определяют согласно закону деформирования (10.80). При этом предполагается, что λ определено в первом приближении расчетом по динамической диаграмме Прандтля, т. е. с моментом в пластическом шарнире, соответствующим динамическому пределу текучести стали. Рассмотрим методику расчета на примере однопролетной шарнирно опертой балки. Заметим, что данную методику можно использовать и при расчете за пределом упругости ферм в предположении, что в центре фермы наиболее напряженная панель растянутого пояса (или несколько панелей) может перейти в пластическую стадию деформации (потеря устойчивости сжатого пояса не рассматривается).

Приведенный ниже расчет конструкций с фиксированной зоной пластичности (с возможным переходом в стадию упрочнения, к упругим разгрузкам и повторным нагружениям) реализован в программе FERMA для ЕС ЭВМ.

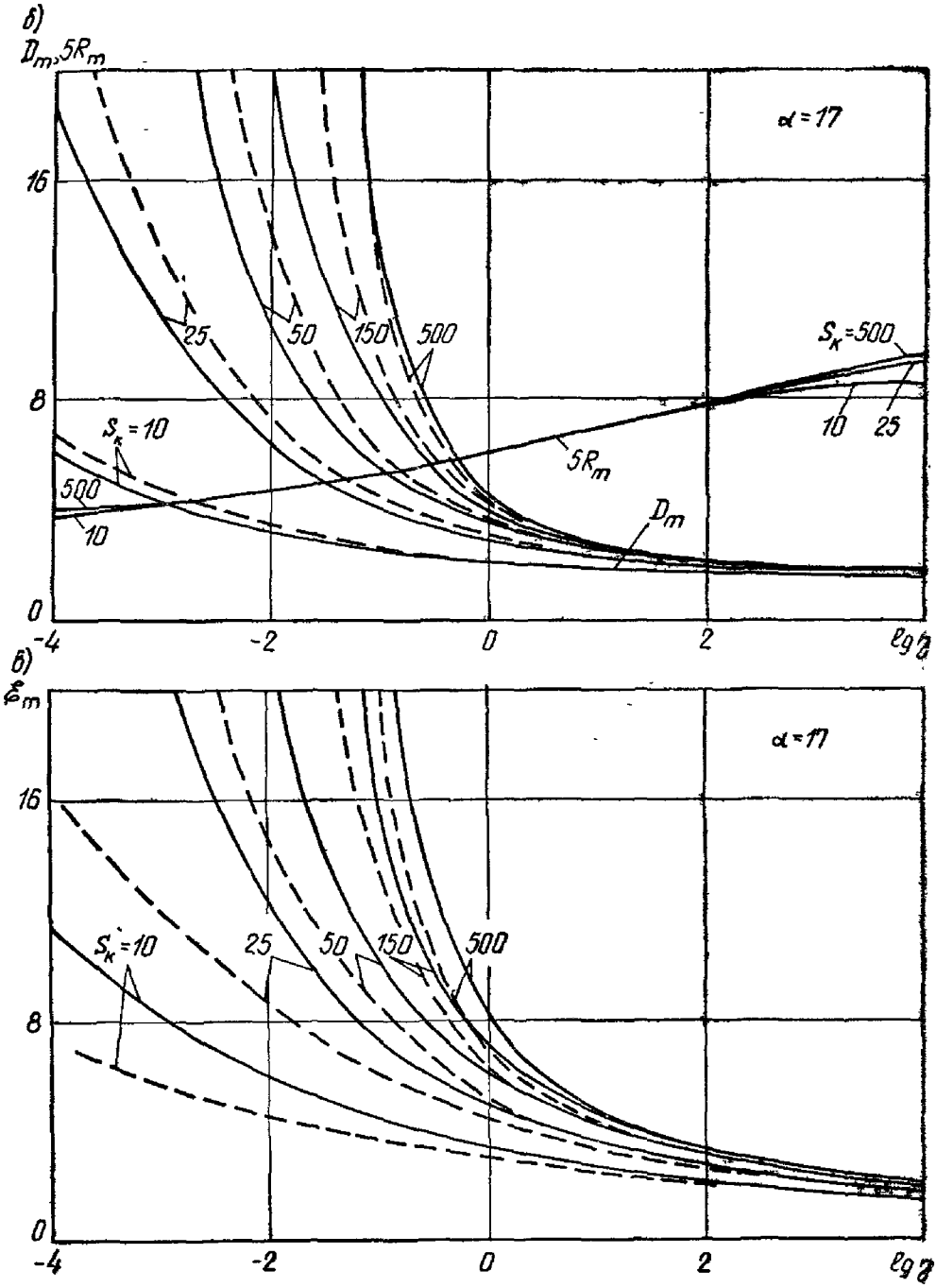
Уравнения для упругой стадии (при $K=1$) в безразмерных переменных примем в виде (10.26)

$$KD^{\cdot\cdot} = P - \mu D^{\cdot} - D;$$
$$R^{\cdot} = D^{\cdot} = \xi^{\cdot}, \qquad (10.123)$$

где вторым членом в правой части (10.123) учтено вязкое демпфирование с коэффициентом $\mu=\delta/\pi$, где δ — логарифмический декремент колебаний.

Используем соотношения, приведенные в предыдущем разделе, в которых примем $\lambda=X_+=\text{const}$. Введем коэффициент неоднородности (негомогенности) деформаций $\beta=\varepsilon_R^{cp}/\varepsilon_P$ как отношение средней пластической деформации ε_P^{cp} к ее максимальному значению ε_P. Для пластической стадии с учетом (10.80) и вязкого демпфирования получим уравнения:

$$R^{\cdot\cdot} = (P - R - aR^{\alpha+1})K^{-1} - (b + cR^{\alpha})R^{\cdot}; \qquad (10.124)$$



$$D^{\cdot} = P^{\cdot} + cR^{\alpha+1}(\alpha+1)^{-1}; \qquad (10.125)$$

$$\xi = R + (D - R)/\pi_\lambda; \quad \xi_P = \xi - R; \qquad (10.126)$$

$\pi_\lambda = 2{,}4\beta\lambda$; $a = \mu c(\alpha+1)^{-1}$; $b = \mu/K$; $c = \pi_\lambda/\eta_1$; $K = 0{,}847$.

Скорость момента для (10.124) при переходе в пластическую стадию с учетом $R^{\cdot}(-s_1) = D^{\cdot}(-s_1)$ и скачка скорости $D^{\cdot}$ согласно (10.99) определяют по формуле

$$R^{\cdot}(+s_1) = K_V R^{\cdot}(-s_1) - cR^{\alpha+1}(s_1)(\alpha+1)^{-1}. \qquad (10.127)$$

Для стадии упрочнения с учетом (10.80) имеем (функция R помечена чертой сверху)

$$\bar{R}^{\cdot\cdot} = (P - \bar{R} - \mu(1+d)\bar{R}^{\cdot})/(dK); \qquad (10.128)$$

$$D^{\cdot} = (1+d)\bar{R}^{\cdot}; \quad d = \pi_\lambda \varepsilon_*/\nu. \qquad (10.129)$$

При разгрузке с линии упрочнения и со статической площадки текучести, а также при повторном упругом нагружении используем (10.123), (10.126), $R^{\cdot} = D^{\cdot}$, $K = 0{,}847$.

Возможные реализации вариантов нагружения металла в плоскости R—ξ даны на рис. 10.38 кривыми *1*—*5*: линия *1* соответствует упругой стадии; *2* — пластической; *3* — упрочнения; *4* — разгрузки с линии упрочнения и повторного упругого нагружения; *5* — раз-

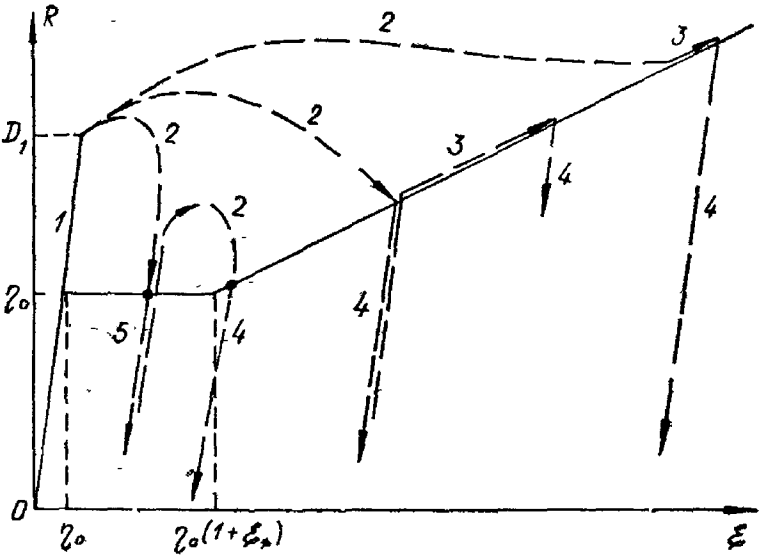


Рис. 10.38. Варианты чередования стадий работы металла в балке

грузки со статической площадки текучести и повторного упругого нагружения. Возможная последовательность вариантов такова: а) *1—2—5—2—4—3—4*; б) *1—2—3—4—3—4*; в) *1—2—4—3—4*, причем каждый вариант может заканчиваться на прямой *1*, а также при попадании на линию *4* или *5*. При скачке давления окончание процесса возможно также на линии *3*.

Рассмотрим переходные условия. Переход из упругой стадии в пластическую при $s = s_1$ контролируется условиями (10.93), функции D, R непрерывны, а $R^{\cdot}$ и $D^{\cdot}$ меняются скачком по формулам (10.127), (10.125). Обозначим через θ моменты времени перехода на следующие стадии, соответствующие номерам кривых на рис. 10.38. Если считать, что при $s = \theta$ не происходит изменения формы движения системы, то переходные условия будут состоять в непрерывности D, $D^{\cdot}$ и R.

При этом $R^{\cdot}$ может претерпевать разрыв. При $s > s_1$, $\xi \leqslant \eta_0(1+\varepsilon_*)$,

$R(\theta)=\eta_0$, $R^{\cdot}(-\theta)<0$, система выходит на стадию *5*, а при $\xi>\eta_0(1+\varepsilon_*)$, $R(\theta)=\bar{R}(\theta)$, где

$$\bar{R}=\eta_0+\nu\left[\xi-\eta_0(1+\varepsilon_*)\right](\nu+\varepsilon_*)^{-1},$$

на стадию *3* [если скорость не очень мала и выполняется неравенство (10.132)] или на стадию *4* [если (10.132) не выполняется]. Из стадии *5* возможен возврат к стадии *2* при $R(\theta)=\eta_0$, $R^{\cdot}(-\theta)>0$, а из стадии *4* — к *3* при $R(\theta)=\bar{R}(\theta)$, $R^{\cdot}(-\theta)>0$. Переход из стадии *3* к *4* (т. е. к разгрузке) происходит при торможении системы $R^{\cdot}(-\theta)=0$, $R^{\cdot\cdot}(-\theta)<0$. Чередование стадий *2* и *5* соответствует повторной пластичности до выхода на стадию упрочнения.

При переходе с линии *1* к *2* разрыв $R^{\cdot}$ рассмотрен выше. Выясним переходные скорости в остальных случаях: 2→3, 2→5, 5→2, 2→4, 4→3, 3→4. Рассмотрим переход 2→3 при $s=\theta$, полагая функции D, $D^{\cdot}$, R непрерывными. Из (10.125) для пластической стадии

$$D^{\cdot}(\theta)=R^{\cdot}(-\theta)+\varkappa_1 R^{\alpha+1}(\theta)(\alpha+1)^{-1}K^{-1},\quad \varkappa_1=K\pi_\lambda/\eta_1,$$

а из (10.129) для стадии упрочнения

$$D^{\cdot}(\theta)=R^{\cdot}(+\theta)(1+\varkappa_1\varepsilon_*\eta_1\nu^{-1}K^{-1}).$$

Приравняв правые части, найдем

$$R^{\cdot}_{2-3}(+\theta)=\left[R^{\cdot}(-\theta)+\varkappa_1 R^{\alpha+1}(\theta)(\alpha+1)^{-1}K^{-1}\right]\times$$
$$\times\left[1+\varkappa_1\varepsilon_*\eta_1\nu^{-1}K^{-1}\right]^{-1}. \qquad (10.130)$$

Альтернативный переход *2→4* дает как и для *2→5*

$$R^{\cdot}_{2-4}(+\theta)=R^{\cdot}(-\theta)+\varkappa_1 R^{\alpha+1}(\theta)(\alpha+1)^{-1}K^{-1}. \qquad (10.131)$$

Переход 2→3 обеспечивает $R^{\cdot}(+\theta)>0$, т. е. при этом из (10.130) следует условие

$$R^{\cdot}(-\theta)\geqslant-\varkappa_1 R^{\alpha+1}(\theta)(\alpha+1)^{-1}K^{-1}\equiv E.$$

При переходе *2→4* (в разгрузке) $R^{\cdot}(+\theta)<0$ и из (10.131) имеем соответствующее условие $R^{\cdot}(-\theta)<E$. Каждый из этих переходов возможен при $\xi>\eta_0(1+\varepsilon_*)$, в противном случае при $R(\theta)=\eta_0$, $R^{\cdot}(-\theta)<0$ имеем переход *2→5* с $R^{\cdot}(+\theta)$ по (10.131). Переход *3→4* имеет место из стадии упрочнения, причем при $s=\theta$ функции R и D имеют стационарные значения и $R^{\cdot}_{-4}(\theta)=0$.

Рассуждая аналогичным образом, запишем скорости обратных переходов

$$R^{\cdot}_{5-2}(+\theta)=R^{\cdot}(-\theta)+E;\qquad R^{\cdot}_{4-3}(+\theta)=R^{\cdot}(-\theta)\times$$
$$\times(1+\varkappa_1\varepsilon_*\eta_1\nu^{-1}K^{-1})^{-1}.$$

Можно обобщить алгоритм задачи на случай комбинации нагрузки P и импульса $D_0^{\cdot}$ с кинематическим (сейсмическим) возмущением основания, на котором установлена конструкция, схематизируемая осциллятором. Движение основания $z(t)$ приводит к нагружению связи осциллятора. Деформация сжатия связи y_0 выражается через z и абсолютное смещение y_a центра инерции системы $y_0=y_a-z$ или в безразмерном виде $D=\hat{D}-D_z$, $D_z=z/y_q$. Уравнение

движения упругой системы $\hat{D}^{\cdot\cdot} = P - D$ можно записать в виде $D^{\cdot\cdot} = \hat{P} - D$, $\hat{P} = P - D_z^{\cdot\cdot}$. Аналогично при $s > s_1$ имеем $KD^{\cdot\cdot} = \hat{P} - D$, $\hat{P} = P - KD_z^{\cdot\cdot}$. Таким образом в приведенных выше формулах следует модифицировать нагрузку, представив ее в виде $(j=1,2)$

$$\hat{P} = P - K_j D_z^{\cdot\cdot}, \qquad D_z^{\cdot\cdot} = \left(\omega^2 y_q\right)^{-1} d^2 z/dt^2, \tag{10.132}$$

где $K_1 = 1$ для упругой стадии и $K_2 = K$ при $s > s_1$.

Величины λ и β в приближенных расчетах можно принять соответствующими моменту времени $s = s_m$ достижения максимума прогиба конструкции.

Рассмотрим методику приближенной оценки величины λ, основанную на использовании расчета по диаграмме Прандтля в качестве первого приближения.

Пластические деформации в материалах с запаздывающей текучестью возникают в пределах зоны перегрузки, где напряжения превышают статический предел текучести. В зоне перегрузки в сечении арматурного стержня с координатой x время запаздывания $\tau(x)$ определяют из выражения

$$\int_0^{\tau(x)} \sigma^{\alpha}(x,t)\, dt = t_* \sigma_T^{\alpha} \qquad \left(\sigma[\tau(x)] \geqslant \sigma_T\right). \tag{10.133}$$

Введя функцию $\lambda^0(t)$, обратную $\tau(x)$,

$$\lambda^0[\tau(x)] = x, \qquad \tau[\lambda^0(t)] = t$$

приходим к уравнению (10.108) для границы λ^0 пластической зоны. В применении к расчету зон пластичности в конструкциях из формулы (10.108) можно получить простые выражения, если принять для распределения напряжений в растянутой арматуре (или в полке двутавра) одночленное приближение

$$\sigma(x, t) = \sigma_0(t) F(x), \qquad F(0) = 1, \tag{10.134}$$

где $x = 0$ совмещено с пластическим шарниром, т. е. с опасной точкой, в которой пластическая деформация возникает впервые при $t = \tau(0) \equiv \tau_0$. Подставив (10.134) в (10.108), получим с учетом (10.133)

$$F[\lambda_0(t)] = \left[1 + \int_{\tau_0}^{t} \sigma_0^{\alpha}(\xi)\, d\xi / \left(t_* \sigma_T^{\alpha}\right)\right]^{-1/\alpha}. \tag{10.135}$$

Предположим, что в опасном сечении материал работает по диаграмме Прандтля $\sigma_0 = E\varepsilon (0 < \varepsilon \leqslant \varepsilon_1)$, $\sigma_0 = E\varepsilon_1 = \text{const}$ $(\varepsilon > \varepsilon_1,\ \varepsilon^{\cdot} > 0)$, $\varepsilon_1 = \varepsilon(\tau_0)$. Тогда из (10.135) получим

$$F[\lambda^0(t)] = \left[1 + \left(\frac{\sigma_0(\tau_0)}{\sigma_T}\right)^{\alpha} \frac{t - \tau_0}{t_*}\right]^{-1/\alpha}. \tag{10.136}$$

Предел текучести $\sigma_0(\tau_0)$ можно исключить, линеаризуя функцию $\sigma_0(t)$ в интервале $0 < t < \tau_0$. Для режима $\sigma_0^{\cdot}(t) = \text{const}$

$$\sigma_0(\tau_0)/\sigma_T = \left[t_*(\alpha + 1)/\tau_0\right]^{1/\alpha}. \tag{10.137}$$

Подставив в (10.136), получим

$$F[\lambda^0(t)] = \left[(\alpha+1)\frac{t}{\tau_0} - \alpha\right]^{-1/\alpha}. \qquad (10.138)$$

Формулами (10.136), (10.138) можно пользоваться для приближенной оценки размеров зои пластичности и деформаций в изгибаемых конструкциях.

Рассмотрим однопролетную балку. Введя безразмерное время $s=\omega t$, из (10.136), (10.138) получим

$$F[\lambda(s)] = \left[1+(s-s_1)D_1^{\alpha}\eta^{-1}\right]^{-1/\alpha} \approx \left[(\alpha+1)\frac{s}{s_1} - \alpha\right]^{-1/\alpha},$$

где $s_1 = \omega\tau_0$, $D_1 = \sigma_0(\tau_0)/\sigma_q$; $\eta = \omega t_*(\sigma_T/\sigma_q)^{\alpha}$,

σ_q — напряжение в опасной точке от статического действия характерной нагрузки.

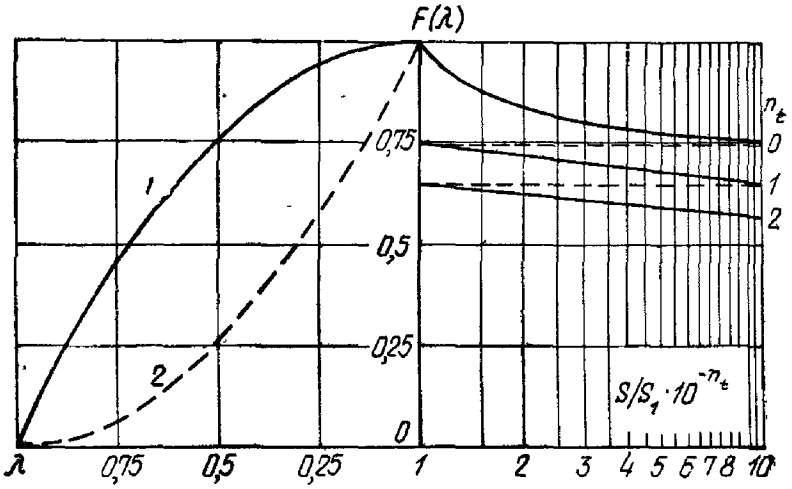


Рис. 10.39. График $\lambda(s)$ для шарнирно опертой (1) и консольной (2) балок ($\alpha=17$). Для первой балки $\lambda=2\lambda^0/l$, $F=1-\lambda^2$, для второй $\lambda=\lambda^0/l$, $F=(1-\lambda)^2$

Вид функции F зависит от схемы опорных закреплений. Для шарнирно опертой балки, принимая F по (10.89), получим формулы для λ, вторая из которых соответствует линеаризации режима нагружения в опасном сечении

$$\lambda(s) = \left\{1-\left[1+(s-s_1)D_1^{\alpha}\eta^{-1}\right]^{-1/\alpha}\right\}^{1/2} \approx$$

$$\approx \left\{1-\left[(\alpha+1)\frac{s}{s_1} - \alpha\right]^{-1/\alpha}\right\}^{1/2}. \qquad (10.139)$$

Максимальное значение зоны $\lambda_m=\lambda(s_m)$, где s_m — время достижения максимума прогиба коиструкции, полученное с использованием динамической диаграммы Прандтля.

На рис. 10.39 приведены графики $\lambda(s)$ для шарнирно опертой и консольной балок, соответствующие линеаризоваиным функциям $\sigma(t)$ в интервале $0<t<\tau_0$. Функция $F(\lambda)$ принята по статической эпюре моментов от равномериой нагрузки.

Коэффициент β определяют экспериментально или обобщением расчетов балок по программе DELTA. Оценку величины β можно получить, принимая для пластического шарнира $R=R(s_1)=\text{const}$ и распределение скоростей ε_P в зоне пластичности согласно (10.80). Тогда имеем приближенную зависимость $\beta \sim \lambda^{-1} \int_0^{\lambda} F^{\alpha+1}(x)dx$, показанную на рис. 10.40. Деформацию определяют по формуле (10.126).

Проведены расчеты балок при $P=1$, $\eta=10$ по программе FERMA. Результаты оказались неразличимы от показанных на рис. 10.33, *а*, *б*, полученных по программе DELTA. Проведен расчет при

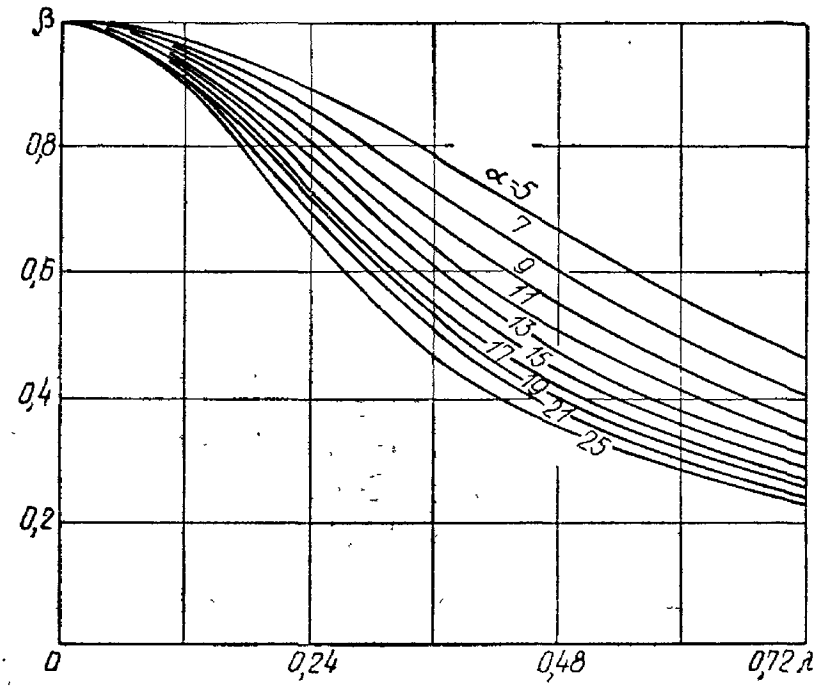


Рис. 10.40. Зависимость коэффициента неоднородности пластических деформаций в шарнирно опертых балках от λ и α

$K=K_V=1$, т. е. без учета излома балки в шарнире. При снятии этой связи деформации изменились несущественно, а период колебаний возрос до 2π (рис. 10.33, *б*).

На рис. 10.41 приведено сопоставление решений, полученных по программам DELTA, FERMA и с использованием динамической диаграммы Прандтля по программе REDIN (см. ниже). Балка с параметрами $\eta_0=1{,}1$, $\eta=45$, $\alpha=25$ подвергнута воздействию мгновенного импульса $D_0=2$ в комбинации с нагрузкой в виде двух отрезков прямых: время нарастания давления до максимума $s_H=1{,}365$, длительность давления $s_K=3{,}413$, отношение начального давления к амплитуде $\Phi=0{,}2$. При расчете с фиксированной зоной пластичности λ и коэффициентом β, оцененных по приближенным формулам и расчету по диаграмме Прандтля, принято $\varkappa_1=0{,}01$.

Сопоставление показывает хорошую сходимость экстремальных значений R и D, полученных тремя методами. Значение ε, вычис-

ленное по программе FERMA, отличается от величины, полученной по программе DELTA, на — 8,5 %.

На том же рисунке кривыми 4 показано решение по программе FERMA для импульса $D_0=0{,}5$. Как видно из приведенного решения, уменьшение начального импульса в четыре раза привело к несущественному уменьшению амплитуды динамической реакции системы, тогда как ее перемещения и деформации уменьшились соответственно более чем в 2 и 3 раза.

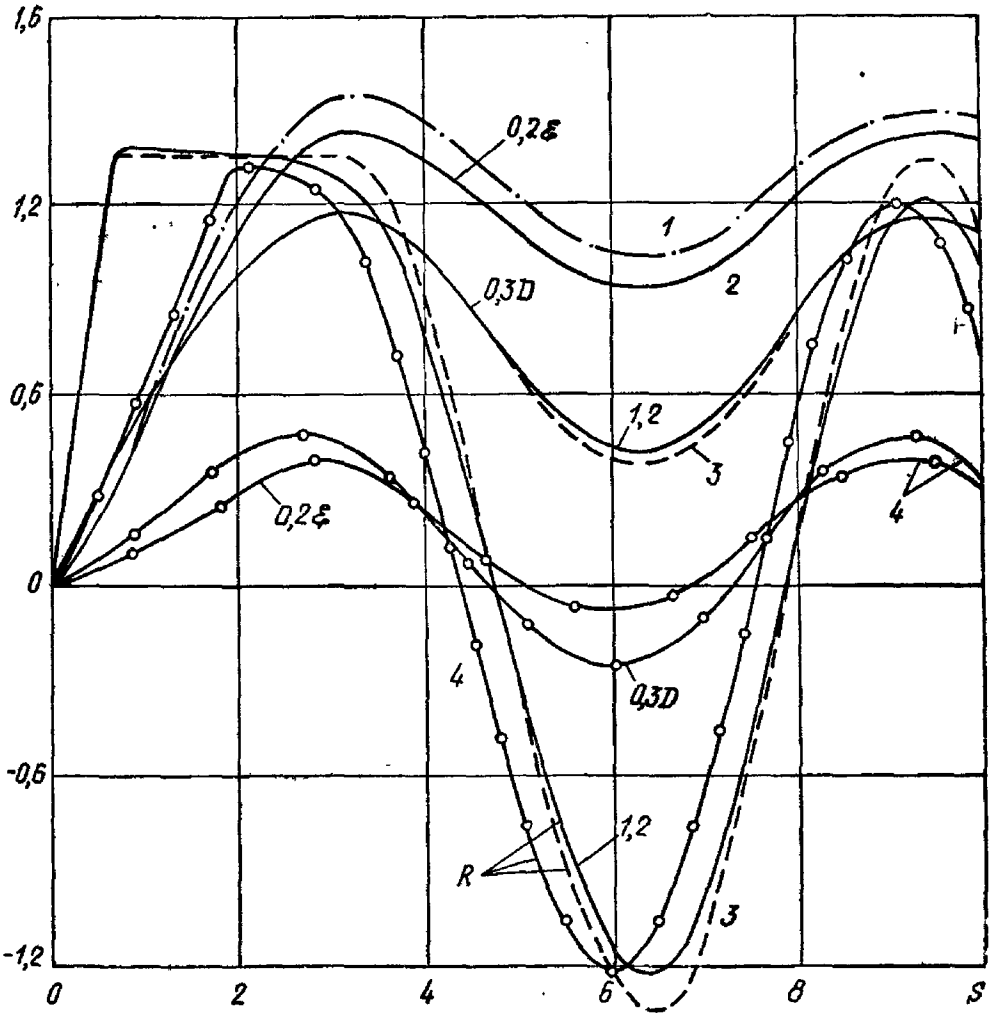


Рис. 10.41. Результаты расчета балки по программе DELTA (кривая *1*), FERMA (кривые *2*, *4*) и с использованием динамической диаграммы Прандтля по программе REDIN кривая *3*)

10.4. Расчет упругопластических хрупких конструкций по схеме осциллятора с переменными параметрами

Задачи динамики упругопластических конструкций, как это видно из предыдущего, являются многопараметрическими. Число безразмерных комплексов (независимых параметров) обычно более двух. Поэтому не представляется возможным табулировать или номографировать с необходимой полнотой ударные спектры для всех возможных вариантов конструктивных форм и динамических нагрузок. В связи с этим возникает потребность в экономичных программах по расчету спектров на ЭВМ с их выдачей в виде, удобном для практического использования. Ниже рассмотрена программа REDIN [56] такого типа, основанная на схеме нелинейного осциллятора в комбинации с функцией сопротивления, аппроксимированной динамической диаграммой Прандтля. ЭВМ ЕС-1061 в течение 5 мин рассчитывает до сотни вариантов с выдачей удобных для инженерных приложений таблиц ударных спектров. Сравнение с более строгими методами (см. рис. 10.41) показывает достаточную точность программы REDIN. Работу программы иллюстрирует ряд примеров, оформленных в виде графиков коэффициентов динамичности для некоторых типов конструкций и нагрузок.

Схему нелинейного осциллятора (система с одной степенью свободы) можно использовать для инженерных расчетов на взрывные и сейсмические нагрузки конструкций из различных материалов (железобетон, бетон, сталь, дерево). В зависимости от интенсивности нагрузки конструкция работает упруго либо с переходом в последующие стадии: упругопластическую, пластическую, хрупкого разрушения, т. е. вплоть до полной потери несущей способности. Нелинейность в общем случае связана с изменениями в заранее неизвестной последовательности реологического состояния в опасных точках и сечениях конструкции. Это вызывает, в свою очередь, перемену формы движения на различных стадиях и параметров приведенной системы. На каждой стадии работы конструкции жесткость приведенной системы принимают постоянной, что соответствует динамической диаграмме сопротивления типа Прандтля. По сравнению с изложенным выше, рассматриваемая методика [66], реализован-

ная в виде программы REDIN для ЕС ЭВМ [56, 76], является более общей и в то же время упрощенной, так как в ней влияние скоростных эффектов учитывается поднятием уровней сопротивления системы при постоянных жесткостях на каждой стадии.

В программе сопротивление r системы считается зависящим от ее деформации y. Параметры диаграммы $r—y$ при наличии чувствительности к скорости определяют в процессе решения задачи. Демпфирование вязкого

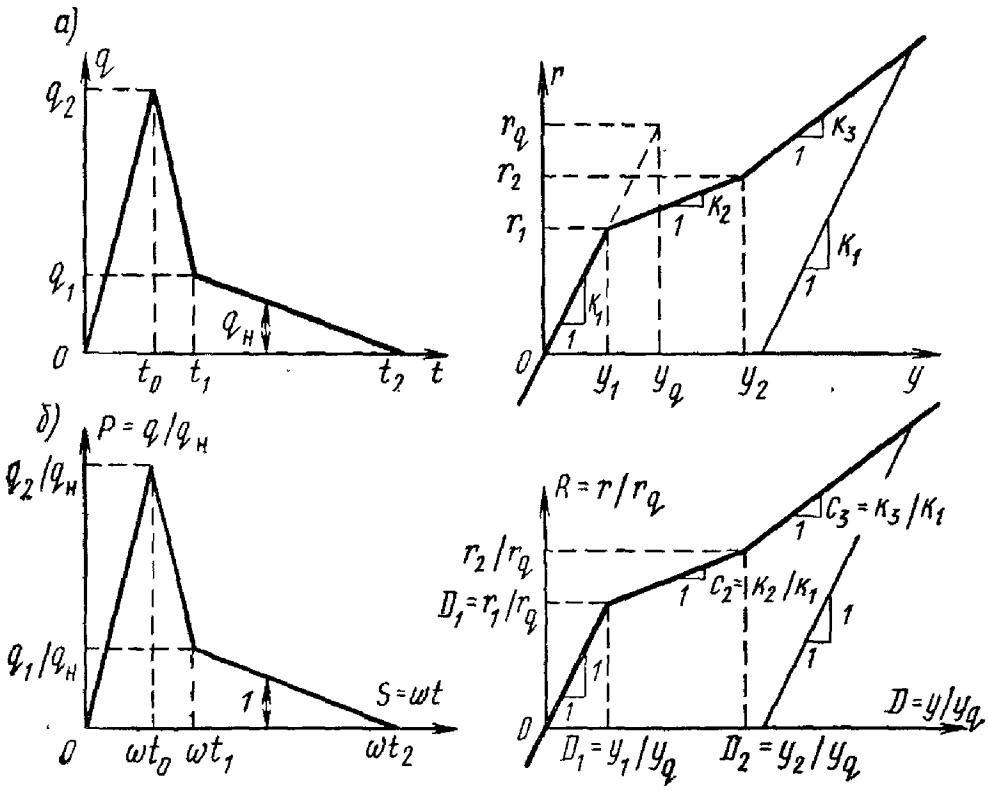


Рис. 10.42. Соотношение между параметрами нагрузки и диаграммы сопротивления упругопластической системы в размерной (*а*) и безразмерной (*б*) форме

типа учтено по Фойгту. Приведение различных конструкций к системе с одной степенью свободы на всех стадиях работы производится методом Бубнова-Галеркина при заданных формах разрушения (движения) и соответствующего расположения стационарных пластических шарниров. На систему может действовать произвольно изменяющаяся со временем нагрузка $q(t)$ и кинематическое возмущение, вызванное смещением основания, со сдвигом по фазе. На рис. 10.42, *а* показан пример аппроксимации функций $q(t)$ и $r(y)$, когда нагрузка сконструиро-

вана из трех звеньев прямых и определена пятью параметрами q_1, q_2, t_0, t_1, t_2. Диаграмма сопротивления зафиксирована также пятью параметрами y_1, y_2, K_i $(i=1, 2, 3)$, где y_1, y_2 — переходные значения перемещений, K_i — жесткости на трех участках.

Задача сформулирована в безразмерном виде, что уменьшает число параметров и позволяет получать функции и коэффициенты динамичности (ударные спектры). Используют безразмерные нагрузку $P=q/q_H$, время $s=\omega t(\omega^2=K_1/m_1)$, реакцию $R=r/r_q$, деформацию (перемещение) $D=y/y_q$, где m_1, K_1 — приведенные масса и жесткость упругой системы; q_H — характерное значение нагрузки $q(t)$; y_q — упругий прогиб системы от нагрузки q_H, приложенной статически; $r_q=K_1y_q$. В общем случае размерности r и q различны. Так, возможно, что $[r]=MLT^{-2}$, $[q]=ML^{-1}T^{-2}$ и r выражает полную реакцию, а q — давление. В этом случае при площади F съема нагрузки $r_q=Fq_H$. На рис. 10.42, *б* изображены нагрузка и диаграмма сопротивления в безразмерном виде. В качестве q_H можно принять величину q_1. Тогда искомые максимумы функций D_m, R_m будут коэффициентами динамичности перемещения и реакции, отнесенными к их значениям от действия статической нагрузки $q_H=q_1$. В программе методом Рунге-Кутта интегрируется уравнение $(i=1, 2, 3)$

$$K_{mi}D^{\cdot\cdot}=\hat{P}-K_{wi}(R+\mu D^{\cdot}),\qquad \hat{P}=P(s-s_P)+K_{mi}D_z^{\cdot\cdot}(s-s_z) \tag{10.140}$$

с начальными условиями при $s=0$, $D=0$, $D^{\cdot}=D_0^{\cdot}$,

где $\hat{P}$ — суммарная нагрузка; K_{mi} — коэффициенты приведения нагрузки — массы; K_{wi} — коэффициенты, учитывающие потерю прочности при частичном разрушении; μ — коэффициент демпфирования; $D_z^{\cdot\cdot}=z^{\cdot\cdot}/z_*^{\cdot\cdot}$ — безразмерное кинематическое возмущение (ускорение основания); s_P, s_z — безразмерные времена начала действия нагрузки P и возмущения $z^{\cdot\cdot}$, точка сверху обозначает производную по безразмерному времени s.

В упругой стадии $(i=1)$ $K_{m1}=1$, в остальных стадиях $(i=2, 3)$ коэффициент K_{mi} задается в информации в зависимости от типа и формы движения конструкции. В связи с возможным изменением форм движения предусмотрено введение скачков скорости посредством коэффициентов $K_{Vi}=D^{\cdot}(+s_i)/D^{\cdot}(-s_i)$, определяемых по формуле типа (10.99).

Нагрузку $P(s)$ можно ввести таблично-произвольной функцией или аналитически согласно схеме рис. 10.42, *б*. Кинематическое возмущение можно ввести таблицами размерных (безразмерных) ускорений $z''(D_z'')$, скоростей $z'(D_z')$ или задавать аналитически, аналогично программе FERMA. При задании кинематики в размерном виде в программе производится приведение к безразмерной форме: $s=\omega t$, $D_z''=z''/z''_*$. При задании скорости z' предварительно производится дифференцирование таблицы по времени t с помощью сплайн-функций.

Сопротивление системы с односторонней текучестью аппроксимировано трехзвенной диаграммой с ветвью разгрузки $R_P=D-D^*+R^*$, параллельной первому звену,

$$R=\begin{cases} D & (0\leqslant D<D_1) \\ C_2D+(1-C_2)D_1 & (D_1\leqslant D<D_2) \\ C_3D+(1-C_2)D_1+(C_2-C_3)D_2 & (D\geqslant D_2), \end{cases} \quad (10.141)$$

где D_i — переходные значения безразмерного перемещения; R^*, D^*— сопротивление и перемещение в момент перехода к разгрузке; C_i— угловые коэффициенты, определяемые через размерные жесткости деформируемой системы $C_i=K_i/K_1$ ($i=1, 2, 3$, $C_1=1$).

Для систем с двусторонней (переменной) текучестью переход на третий участок диаграммы не предусмотрен и параметр не используют.

Варианты безразмерных диаграмм сопротивления даны на рис. 10.43. На рисунке цифрами указаны стадии работы: *1* — упругая; *2* — пластическая (*а*, *б*, *г*); 2 — хрупкая (*в*); *2а* — обратной текучести (*г*); *3* — упрочнения (*а*); *3* — хрупкая (*б*); *4*, *5* — упругой разгрузки и повторного упругого нагружения.

Для конструкций из материалов, слабочувствительных к скорости деформации, параметры D_1 и D_2 задаются. Если использованы материалы, для которых переход к текучести или хрупкому разрушению связан со скоростными эффектами, D_1 и(или) D_2 определяются в программе с помощью критерия вида (10.61).

При $s=s_i$ реологические переходы будут осуществляться в опасных точках, число которых обозначим N. Для определенности эти точки пронумеруем $j=1, 2, 3,..., N$. Так как последовательность j произвольна, то $j\neq i$ и следует найти хронологию $j(i)$. Так, минимальное из всех $s^{(j)}$ будет s_1, т. е. установленное j соответствует стадии $i=1$; следующее $s^{(j)}$ будет s_2, т. е. найденное j будет отвечать $i=2$ и т. д.

Реологический переход в j-той точке (начало текучести или хрупкого разрушения) определяют выражением

$$\int_0^{s^{(j)}} \left|\left[\bar{\sigma}^{(j)}(s)\right]\right|^{\alpha_j} ds = \eta_j; \quad \eta_j = \omega t_{*j} \eta_{0j}^{\alpha_j};$$

$$\eta_{0j} = \frac{\sigma_{Tj}}{\left|\sigma_q^{(j)}\right|} \left(s^{(j)} \geqslant s_1, \quad \frac{\bar{\sigma}^{(j)}\left(s^{(j)}\right)}{\eta_{0j}} > 1 \right); \qquad (10.142)$$

где $\bar{\sigma}^{(j)} \equiv \sigma^{(j)}/\sigma_q^{(j)}$ — фуикция динамичиости напряжеиия $\sigma^{(j)}$ для j-той опасной точки; $\sigma_q^{(j)}$ — соответствующее иапряжение для упругой системы от статической иагрузки $q_н$.

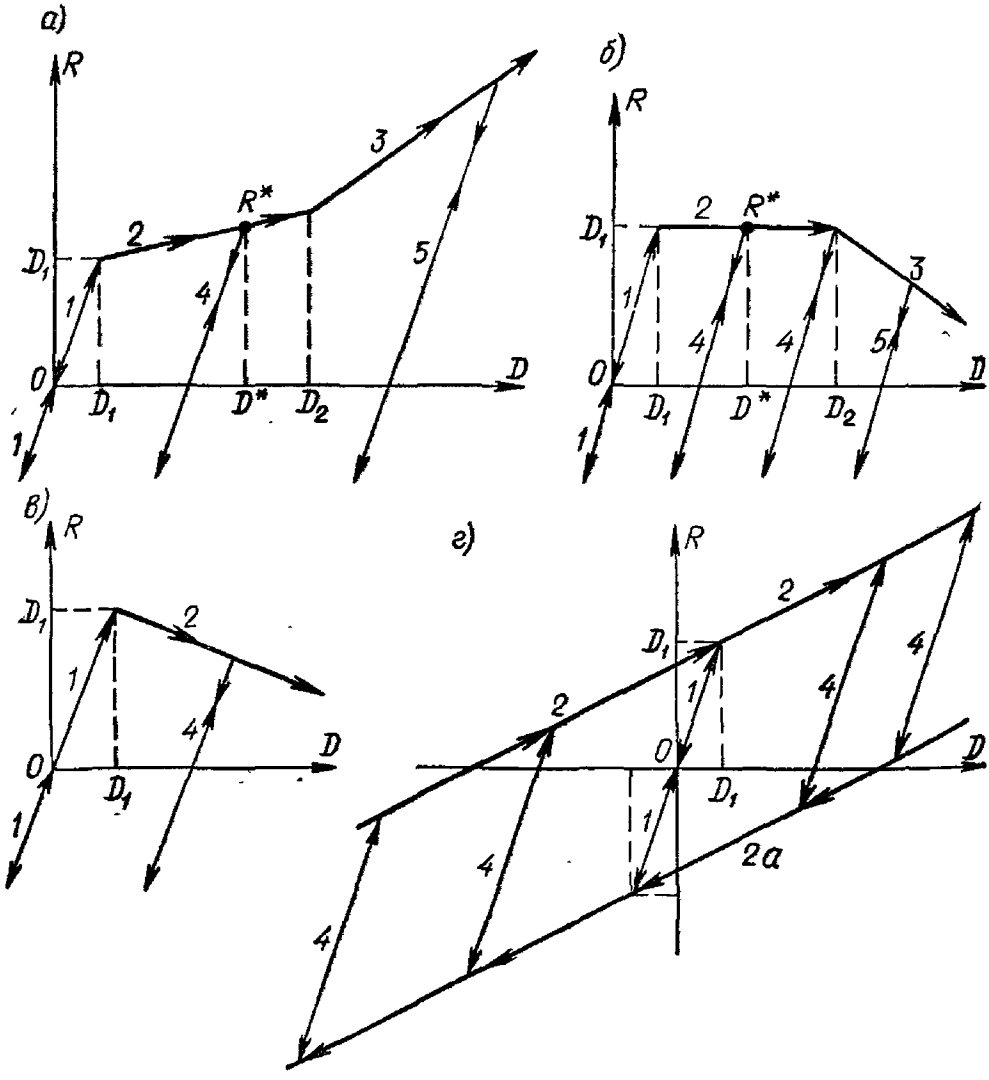


Рис. 10.43. Вариаиты диаграмм сопротивления с одиосторонией и перемеииой (двухстороиией) текучестью

а — упругопластичность с упрочнением; *б* — упругопластнчность с хрупким разрушением; *в* — упругохрупкость; *г* — упругопластичность

Для балок имеем $\bar{\sigma}^{(j)} \equiv M^{(j)}/M_q^{(j)}$, т. е. $\bar{\sigma}^{(j)}$ представляет также функцию динамичности изгибающего момента $M^{(j)}$ в сечении с опасной точкой ($M_q^{(j)}$ —изгибающий момент упругой конструкции от статической нагрузки q_H). Под $\sigma^{(j)}$, $\sigma_q^{(j)}$ можно понимать как компоненты тензора напряжений, так и эквивалентное напряжение, соответствующее подходящему условию текучести или прочности. Первое представление используют для случаев, когда напряженное состояние близко к условиям простого напряженного состояния и влияние всего одной компоненты тензора напряжений является определяющим.

Функции $\bar{\sigma}^{(j)}$ для трех стадий ($i=1, 2, 3$) примем аналогично (10.141)

$$\bar{\sigma}_{(j)} = \begin{cases} D & (0 \leqslant D < D_1) \\ B_2^{(j)} D + \left(1 - B_2^{(j)}\right) D_1 & \left(D_1 \leqslant D < D_2\right) \\ B_3^{(j)} D + \left(1 - B_2^{(j)}\right) D_1 + \left(B_2^{(j)} - B_3^{(j)}\right) D_2 & \left(D \geqslant D_2\right), \end{cases} \tag{10.143}$$

где $B_i^{(j)} = \beta_i^{(j)}/\beta_1^{(j)}$, $\beta_1^{(j)} = \sigma_q^{(j)}/y_q$ — модули перехода от напряжений к прогибу.

Соотношения (10.142) с учетом (10.143) приводятся к виду (если $\alpha_1 = \alpha_2$, то $N_1 = \eta_1$)

$$s_1 = s^{(1)}, \quad s_2 = s^{(2)}, \quad D_1 = D(s_1), \quad D_2 = D(s_2),$$

$$\int_0^{s_1} |D(s)|^{\alpha_1} ds = \eta_1 \quad (|R(s_1)| > \eta_{01}), \tag{10.144}$$

$$\int_{s_1}^{s_2} |N_2(s)|^{\alpha_2} ds = \eta_2 - N_1, \quad N_1 = \int_0^{s_1} |D(s)|^{\alpha_2} ds \quad (N_2(s_2) > \eta_{02}), \tag{10.145}$$

$$N_2(s) = \left(1 - B_2^{(1)}\right) D_1 + B_2^{(1)} D(s),$$

где индексом $j=1$ помечен материал с опасной точкой, в которой происходит исчерпание упругости, индекс i у параметров s_i, K_i, K_{vi}, D_i соответствует концу i-той стадии.

При фиксации экстремальных значений функции $R(D)$ использованы формулы:

$$R_m = \begin{cases} D_m & (0 < D_m \leqslant D_1;\ i=1) \\ D_1 - C_2(D_1 - D_m)\ (C_2 \geqslant 0) \\ D_1 \qquad (C_2 < 0) \end{cases} (D_1 \leqslant D_m < D_2;\ i=1,2)$$

$$\begin{cases} A_1 & (C_2 \geqslant 0,\ C_3 \geqslant 0 \text{ или } C_2 < 0,\ A_1 \geqslant D_1) \\ D_1[1 - C_2(1 - D_2 D_1^{-1})]\ (C_2 \geqslant 0,\ C_3 < 0) \\ D_1\ (C_2 < 0,\ A_1 \equiv D_1[1 - C_2(1 - D_2 D_1^{-1})] - C_3(D_- - D_m) < D_1). \end{cases} \Big\} (D_m \geqslant D_2,\ i=3)$$

(10.146)

Программой предусмотрен расчет и выдача на печать безразмерных значений искомых функций с заданным интервалом по времени или их экстремумов, причем до-

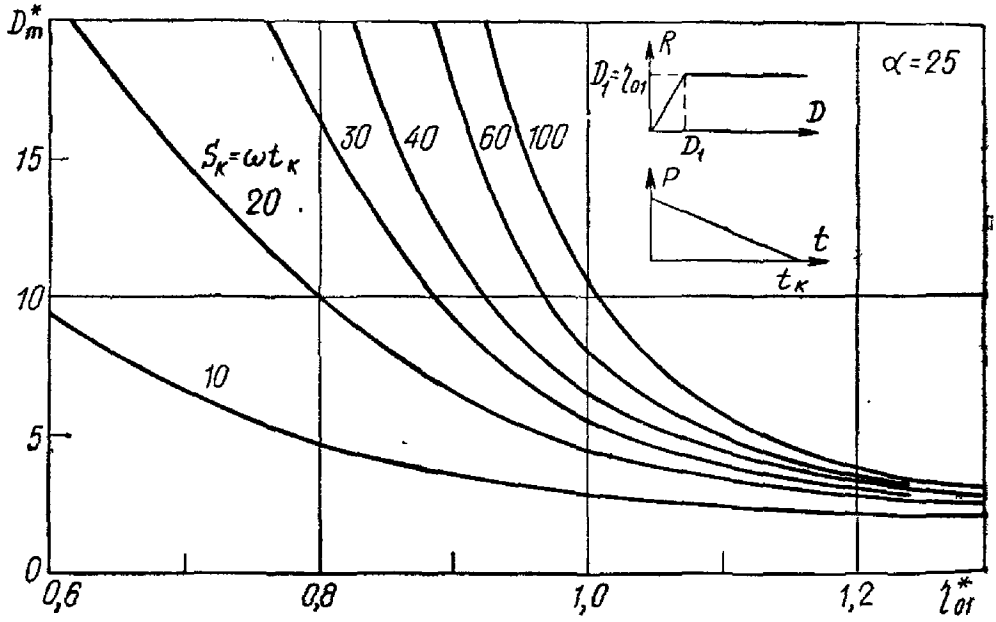


Рис. 10.44. Предельные значения коэффициентов динамичности при выходе на квазистатический режим ($D_1/\eta_0=\sigma(s_1)/\sigma_T=1$) однопролетных балок с шарнирными опорами, армированных сталью класса А-III, под действием треугольного импульса

пустим непрерывный счет ряда вариантов. Возможно одновременное варьирование нескольких параметров задачи и сквозной счет с выдачей по всем вариантам двумерных таблиц коэффициентов динамичности (экстремумов обоих знаков).

Размерные величины, из которых составлены парамет-

ры задачи η_{0j}, η_j, K_i, C_i, $B_l^{(i)}$, K_{Vi}, для конкретной конструкции определяются известными методами строительной механики и динамики сооружений. Константы α_j характеризуют чувствительность материалов к скорости деформации, кроме того, в задачу могут входить параметры для нагрузки. Параметры η_1 и (или) η_2 влияют на решение, если выполняются ограничения для (10.144) и(или) (10.145), иначе решение зависит только от η_{01} и (или) η_{02}.

Укажем на условия появления независимости решения от параметра η_1, связанные с весьма низкочастотными конструкциями. Для них интеграл (10.144) насыщается при $D<\eta_{01}$ ($\sigma<\sigma_T$), а затем согласно ограничению на (10.144) пластическая стадия работы наступает по достижении статического предела текучести (квазистатические условия нагружения). Границе η_1^* (η_{01}^*) между областями независимости от η_1 ($\eta_{01}<\eta_{01}^*$) и независимости от η_{01} ($\eta_{01}<\eta_{01}^*$), на которой $D_1/\eta_{01}^*=\sigma(s_1)/\sigma_T=1$, соответствуют максимальные значения коэффициентов динамичности D_m^* на рис. 10.44. В областях, ниже кривых, D_m не зависит от η_{01}. Заметим, что для некоторых типов нагрузок и диапазонов параметров выход на квазистатический режим соответствует практически нереальным частотам. По данным числового экспериметра на ЭВМ (см. рис. 10.44) при $s_k=20$—40, $\eta_{01}^*=0{,}87$ получено $\eta_1(\eta_{01}^*)=10^{-3}$, т. е. $\omega=\eta_1/(t_*\eta_{01})^{\alpha_1}=0{,}1$ рад/с и период колебаний $T=63$ с, а при $\eta_{01}^*=1{,}1$ $\eta_1(\eta_{01}^*)=1$, $\omega=0{,}29$ рад/с, $T=22$ с.

Рассмотрим примеры расчета однопролетных балок на действие поперечной динамической нагрузки, равномерно распределенной вдоль пролета. Диаграмму $\sigma\sim\varepsilon$ для стали примем по динамической диаграмме Прандтля.

Шарнирно опертая упругопластическая (слабоармированная железобетонная, двутавровая стальная) балка. Такая балка, работающая в двух стадиях, рассмотрена выше. Параметры задачи: погонная масса m, момент инерции сечения I (момент сопротивления W), пролет l, модуль Юнга E, предел текучести σ_T, константы материала α, t_*. После приведения уравнений для балки к безразмерному виду получено: $K_m=0{,}8468$, $K_V=1{,}2295$, $\eta_0=8\sigma_T W/(q_H l^2)$, $\eta=\eta_0^{\alpha}\,\omega t_*$, $\omega^2=97{,}54\,EI/(ml^4)$. Параметры B_2, C_2 не используют.

В пластической стадии отношение пластического момента в шарнире к изгибающему моменту от статического действия характерной нагрузки $R=M_0/M_q\equiv D_1$. Коэффициенты динамичности момента R_m и напряжения равны D_1. Функция динамичности поперечной силы Q (из условия динамического равновесия балки как кинематической

системы из двух жестких звеньев) $Q=\frac{1}{4}P+\frac{3}{4}R$. Так как $R_m=D_1$, то для убывающей нагрузки $P(s)$ для конструкции, работающей за пределом упругости,

$$Q_m \approx \frac{1}{4} P(s_1) + \frac{3}{4} D_1. \qquad (10.147)$$

Для треугольной не очень короткой нагрузки с некоторым запасом можно брать вместо $P(s_1)<1$ максимум давления (к которому отнесена функция P, т. е. $P(s_н)=1$). Тогда получим $Q_m \approx \frac{1}{4}+\frac{3}{4} D_1$, где D_1 можно взять по графикам рис. 10.21—10.28.

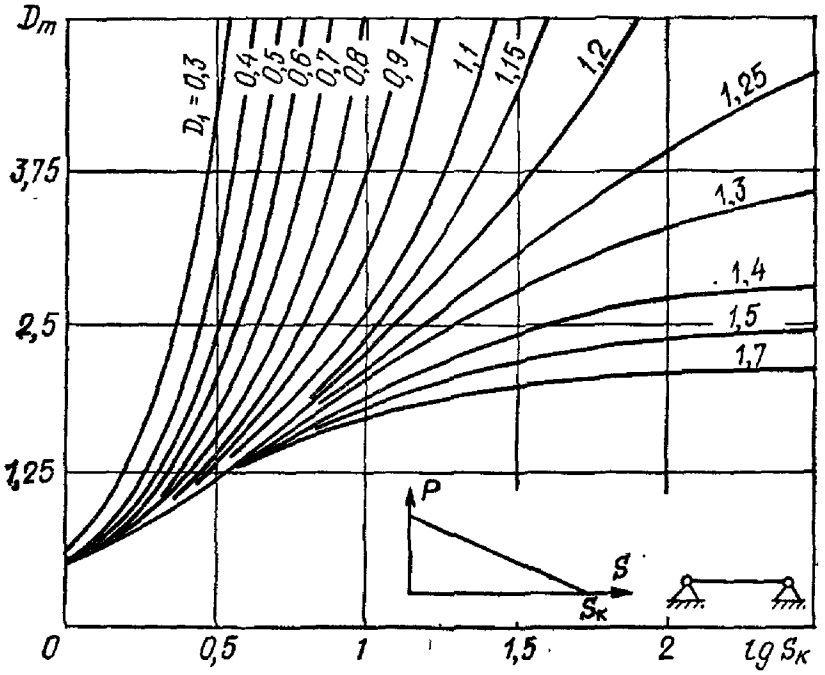


Рис. 10.45. Ударные спектры шарнирно опертых упругопластических балок $D_m(s_k, D_1)$ (для балок с арматурой класса А-III, коэффициенты D_m не могут превышать значений по рис. 10.44)

Промежуточный параметр $D_1=\sigma(\tau)/\sigma_q$, дающий динамический предел текучести $\sigma(\tau)$, определяется набором исходных безразмерных параметров задачи. Поэтому результаты расчетов представим в виде зависимости коэффициента динамичности прогиба D_m от величины D_1 и параметров нагрузки. Для конструкций с упрочнением в систему параметров следует добавить коэффициенты C_2 и D_2 определяемые видом диаграммы материала $\sigma \sim \varepsilon$.

Графики коэффициентов D_m (ударные спектры) для балок без упрочнения и наиболее часто встречающихся нагрузок приведены на рис. 10.45, 10.46. Серия кривых с $\Phi=0$ соответствует нагрузке с постепенным нарастанием, а затем спадом. Кривые с $\Phi=2$ соответствуют нагрузкам, содержащим фазу дифракции.

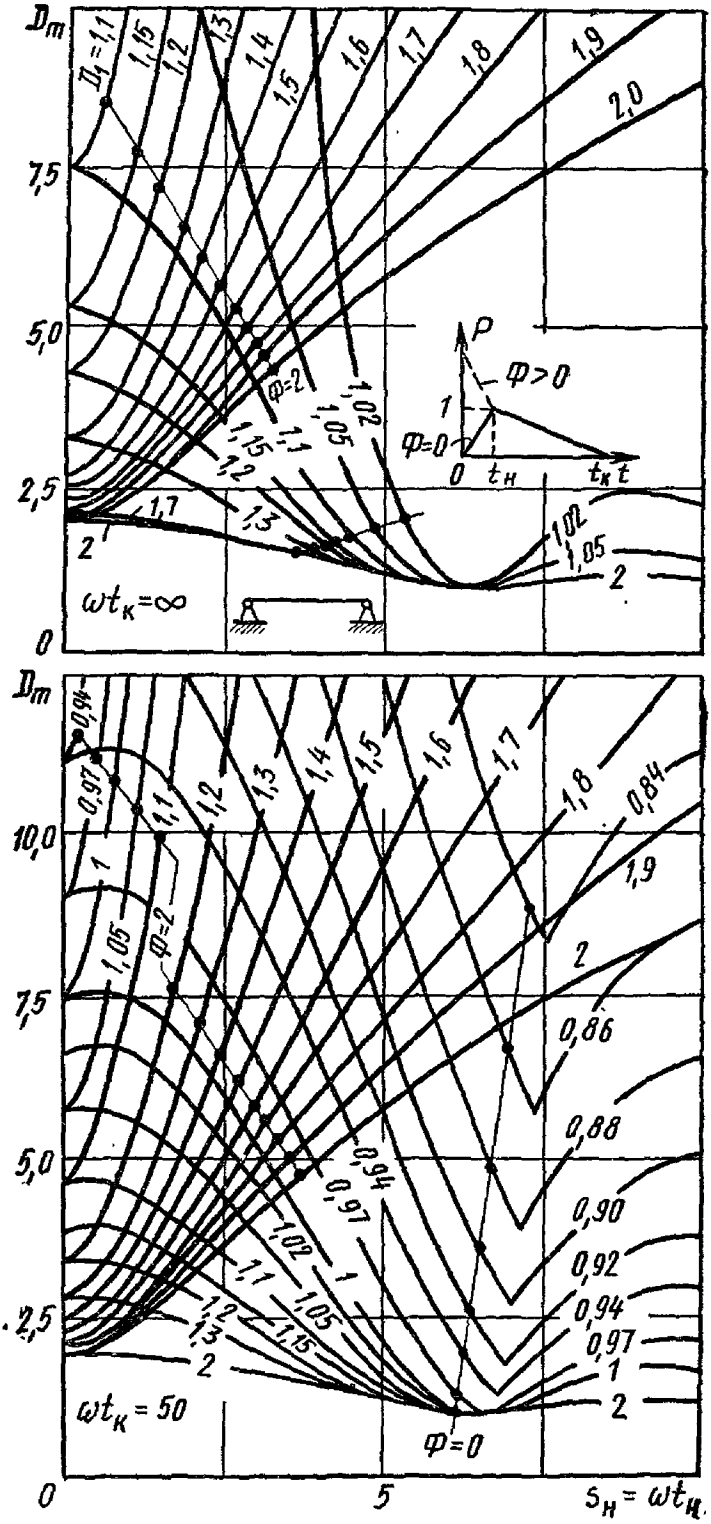


Рис. 10.46. Ударные спектры шарнирно опертых упруго-пластических балок $D_m(s_к, D_1, \Phi)$ при двух значениях $s_к = \omega t_к$

Шарнирно опертая упругохрупкая или упругохрупкопластическая балка. Такие схемы встречаются при работе железобетонных балок, когда разрушается бетон сжатой зоны (или стальных балок, когда сжатая зона теряет устойчивость). В обоих случаях сопротивление смещению резко снижается, что может привести к катастрофическому нарастанию прогибов. Разрушение (потеря устойчивости) может происходить как в упругой, так и в пластической стадии. Балка имеет две опасных точки в опасном сечении (центр пролета): в растянутой арматуре (или в крайне растянутой фибре) $j=1$ и сжатой фибре $j=2$, причем η_2 определяют по нормальному напряжению $\sigma_q^{(2)}$ от изгиба. При $s_1=s^{(1)}<s^{(2)}$, $s_1<s_m$ балка из упругой стадии переходит в пластическую, а затем, если $s_2=s^{(2)}<s_m$ — в хрупкую. При $s_1=s^{(2)}<s^{(1)}$, $s_1<s_m$ шарнир образуется при переходе из упругой стадии в хрупкую. При $s>s_1$ балка рассматривается как механизм из двух жестких звеньев.

С началом хрупкого разрушения сопротивление балок считается убывающим с D линейно до потери несущей способности $R=0$ при $D=D_*$ (для железобетонных конструкций с арматурой класса А-I, с процентом армирования более 1,5 % $D_*\sim 8$ при $s_1<s_2$ и $D_*\sim$ ~ 3 при $s_2<s_1$). Для балок, работающих за пределом упругости, коэффициенту динамичности момента соответствует R_m, а опорной реакции — величина, определяемая приведенной ниже формулой (10.155) для Q_{m3}.

На рис. 10.47 для упругохрупких балок (для бетона принято $\alpha=15$ [69]) приведены графики зависимости коэффициента D_m (при действии нагрузки треугольной формы) от параметров D_1, s_k и C_2. Здесь, по-прежнему, D_1 берут из графиков п. 10.2, а $C_2<0$ характеризует темп спада несущей способности. При пересечении прямой $R(D)$ с осью абсцисс конструкция разрушается.

Графики коэффициентов D_m, времен s_2 перехода к хрупкому разрушению и s_m достижения максимума прогиба для упругопластических хрупких балок и нагрузки с $s_k=\omega t_k\to\infty$ приведены на рис. 10 48, причем номерам кривых соответствуют диапазоны значений η_2, указанных в табл. 10.5.

Таблица 10.5. Диапазон значений η_2 для кривых

C_2	1	2	3
—0,02	$\geqslant 63$	—	$<0,63$
—0,05	$\geqslant 63$	32	$<0,63$
—0,1	$\geqslant 160$	63	$<6,3$

Для треугольной нагрузки в диапазонах D_1 от 0,3 до 1,7 и S_k от 1 до 316 зависимость $D_m(s_k, D_1)$ практически не отличается от рис. 10 45). Времена s_2, s_m в зависимости от s_k и D_1 при $\alpha_2=15$ и средних значениях $\eta_2=0{,}63$, $C_2=-0{,}5$ приведены на рис. 10.49, причем переходное значение D_2 находится в различных областях плоскости D_1—s_k, номера которых соответствуют номерам участков диаграммы R—D.

Упругопластическая система с зубом текучести. Данная модель,

предложенная Ю. Н. Работновым для сталей с явно выраженными зубом и площадкой текучести, характеризуется резким спадом напряжения от верхнего динамического предела текучести σ_{s_1} к нижнему динамическому пределу текучести $\sigma_п$, причем последний может несколько превышать статический предел текучести $\sigma_т$. Предел текучести $\sigma(s_1)$ определяется выражением $\sigma(s_1)/\sigma_т = D_1/\eta_0$, а величина зуба текучести — отношением $\sigma(s_1)/\sigma_п = D_1 П$, причем величина $П = \sigma_п/\sigma_q$ заключена в интервале $\eta_0 \leqslant П < D_1$. При $П = \eta_0$ нижний ди-

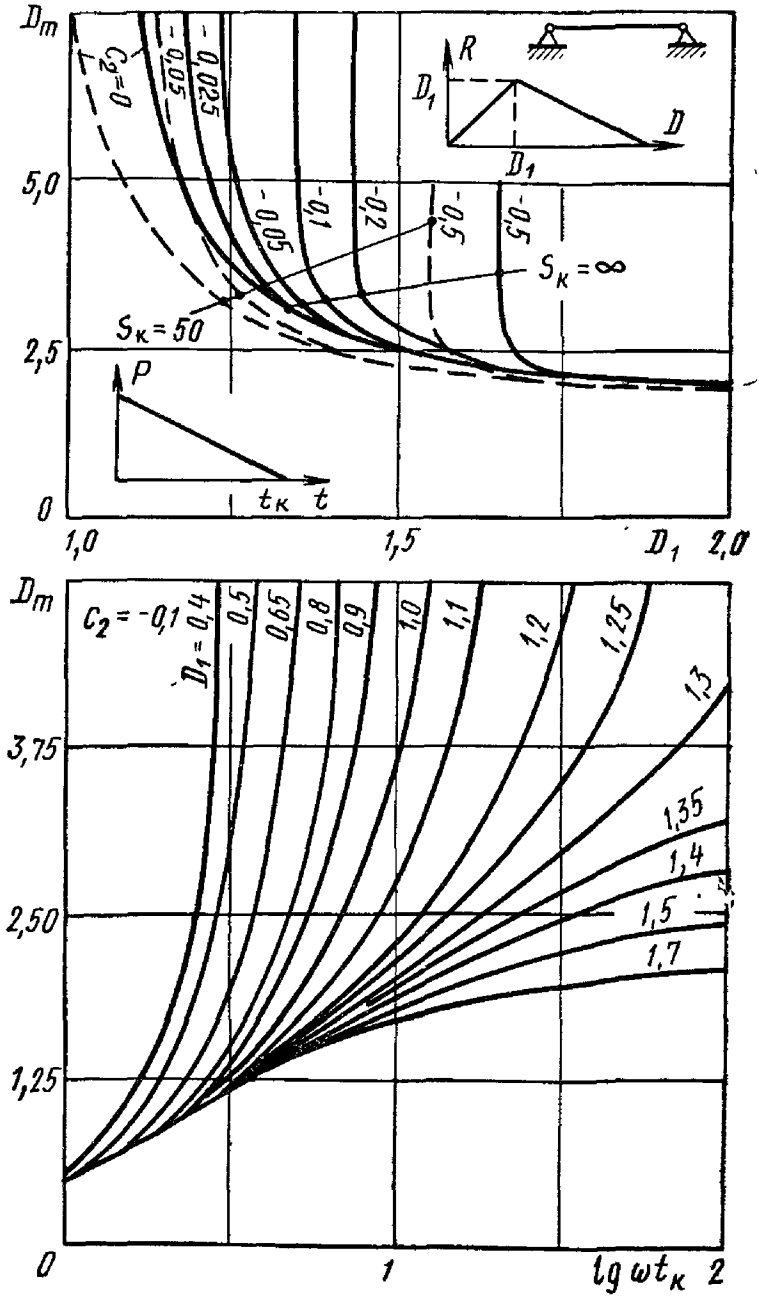


Рис. 10.47. Коэффициенты D_m упругохрупких балок

намический предел текучести совпадает со статическим $\sigma_д = \sigma_т$, а при $П = D_1$ имеем идеальную упругопластическую диаграмму Прандтля без зуба текучести.

В упругопластической стадии $R = П$ и движение системы описывается уравнением $D'' = P - П$ при переходных условиях, соответ-

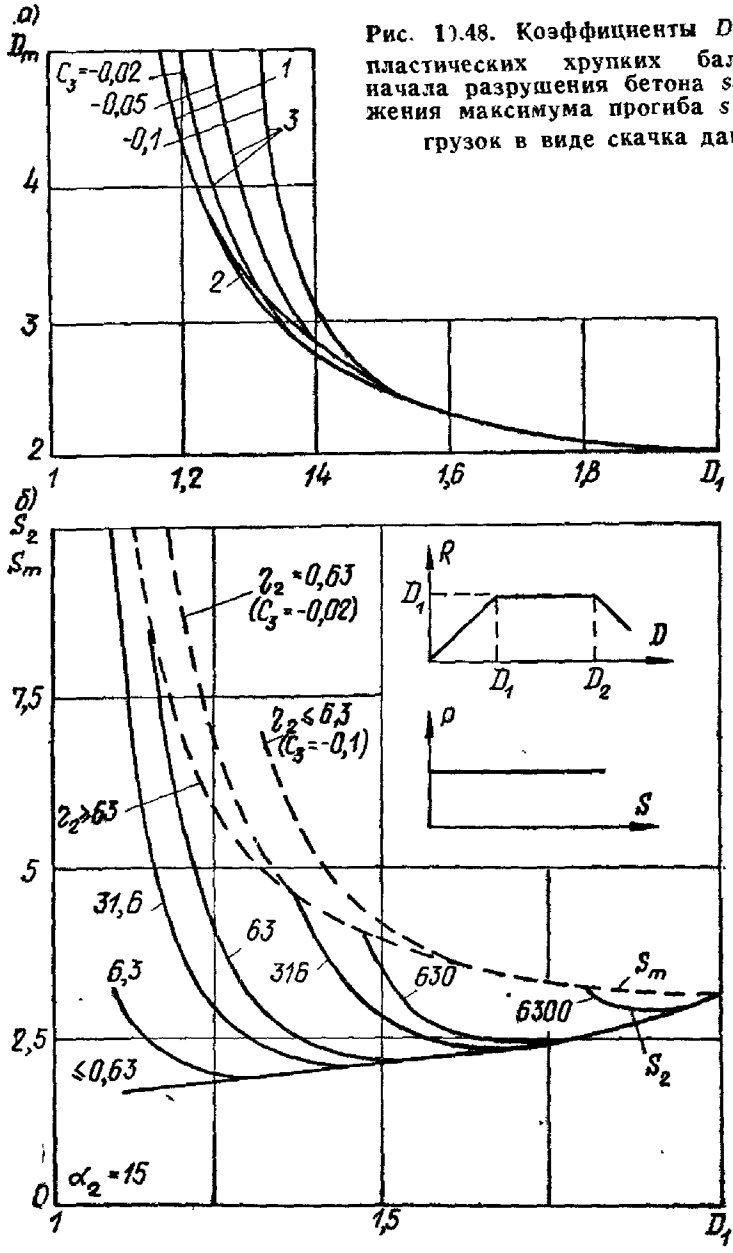


Рис. 10.48. Коэффициенты D_m упругопластических хрупких балок, время начала разрушения бетона s_2 и достижения максимума прогиба s_m для импульсных нагрузок в виде скачка давления

ствующих непрерывности функций D и D' при $s = s_1$ (т. е. пренебрегается изменением формы движения конструкции при переходе от упругой к упругопластической стадии).

На рис. 10.50 приведены графики для коэффициентов D_m в зависимости от безразмерных параметров задачи D_1, $П$, s_k для тре-

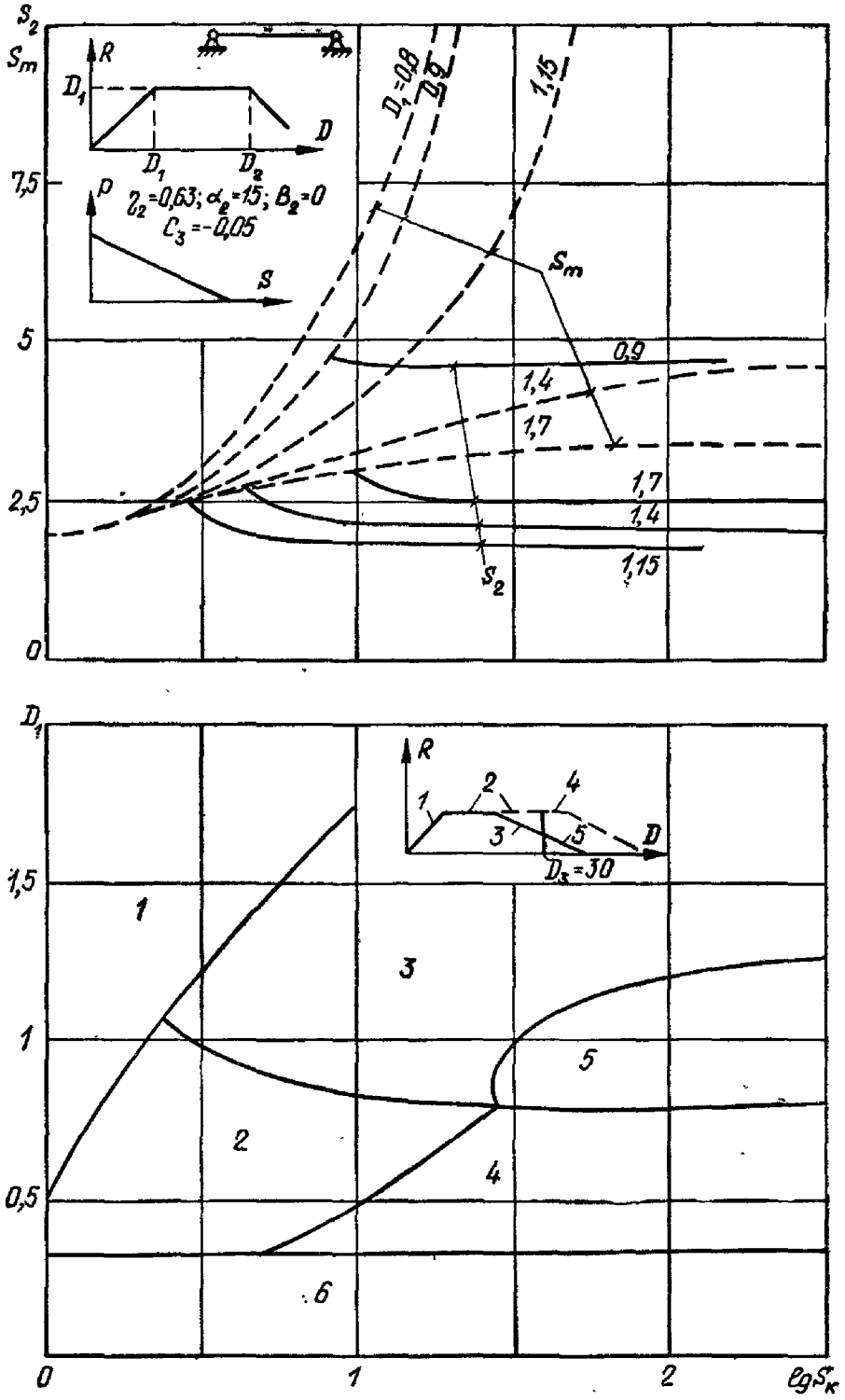


Рис. 10.49. Времена s_2, s_m и области (в плоскости D_1—s_k) состояния упруго-пластических хрупких балок при действии треугольной нагрузки

угольной нагрузки. Коэффициенты D_m явно не зависят от η_0, поэтому предполагается, что $\Pi \geqslant \eta_0$. Штриховые линии на рисунке соответствуют числу упругих прогибов $z_m \equiv D_m/D_1$, по которому иногда нормируют предельные состояния импульсивно нагруженных конструкций.

С возрастанием зуба текучести и нижнего предела текучести (т. е. параметров D_1/Π, Π) коэффициент динамичности D_m убывает, причем более существенным является влияние Π. Коэффициент D_m возрастает с длительностью импульса s_k. При реальном диапазоне отношения $D_1/\Pi \sim 1$—2 заметное влияние зуба текучести наблюдает-

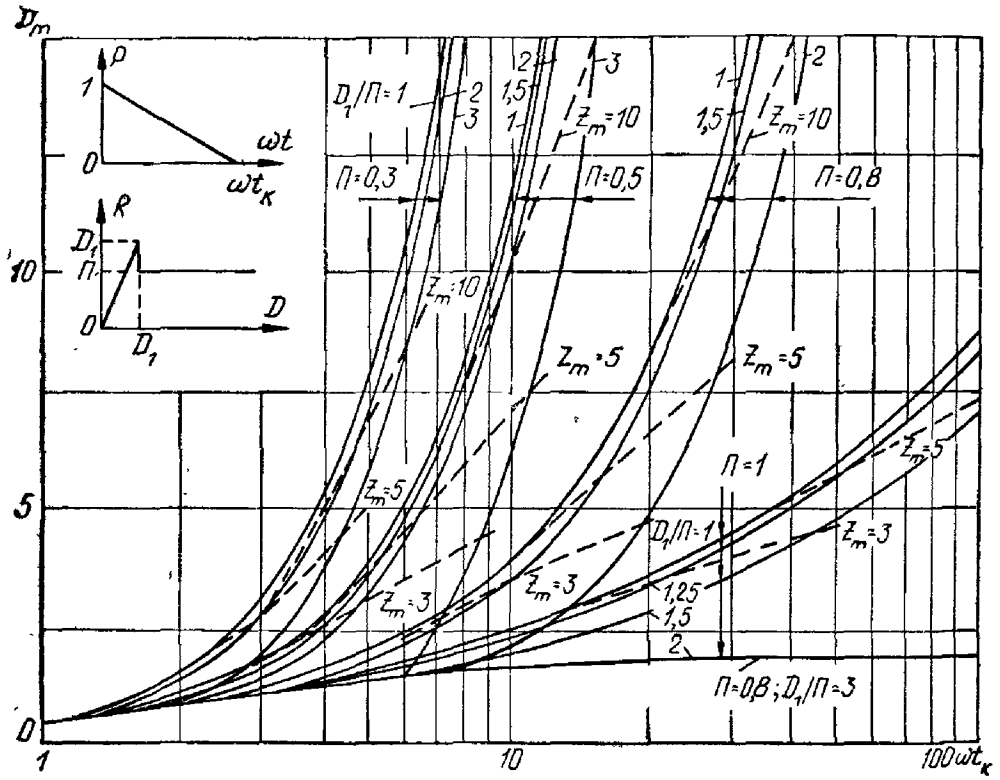


Рис. 10.50. Ударный спектр упругопластической системы с зубом текучести

ся при $\Pi > 0{,}7$. При $\Pi = \text{const}$ коэффициент D_m убывает с ростом зуба текучести, причем тем заметней, чем короче импульс. Повышение влияния зуба текучести с ростом Π связано с уменьшением запаса пластической работы системы.

Балка, защемленная по концам. Пусть балка имеет постоянные погонную массу, жесткость сечения и момент сопротивления. При указанных предпосылках, а также равномерно распределенной по пролету динамической нагрузке умеренной интенсивности в балке возможно образование двух пластических шарниров (по шарниру в каждом из опорных сечений), а затем третьего шарнира в середине пролета. Работа балки характеризуется тремя стадиями: I упругой, II упругопластической, III пластической. Переход от стадии I к стадии II сопровождается образованием шарниров у опор, а к стадии III — центрального шарнира.

Предполагается, что диаграмма σ—ε стали имеет площадку текучести большой протяженности, и деформации при работе конструкции не выходят за ее пределы, т. е. упрочнение стали не возникает. Это приводит к возможности аппроксимировать расчетную диаграмму σ—ε динамической диаграммой Прандтля с пределом текучести $\sigma(\tau)$, соответствующим времени запаздывания пластической деформации. Поскольку τ зависит от режима $\sigma(t)$, а в опорном и пролетном сечениях балки режимы изменения напряжений во времени различны, введем обозначения для двух режимов $\sigma^{(1)}(t)$, $\sigma^{(2)}(t)$ и двух переходных времен $\tau^{(1)}$ — для перехода со стадии I к стадии II и $\tau^{(2)}$ — для перехода от стадии II к стадии III. Соответствующие динамические пределы текучести будут: для опорного сечения $\sigma^{(1)}(\tau^{(1)})$, для пролетного $\sigma^{(2)}(\tau^{(2)})$.

Рассмотрим (10.142). Для балки с постоянными вдоль пролета параметрами имеем для всех сечений $\alpha=\text{const}$, $t_*=\text{const}$, $\sigma_T=\text{const}$, величина ω также является константой. Как известно из статического расчета упругой балки с постоянными параметрами, при действии равномерно распределенной нагрузки отношение опорного $M^{оп}$ изгибающего момента к моменту $M^{пр}$ в середине пролета остается постоянным $\beta\equiv|M^{оп}|/|M^{пр}|=2$. В статике пластические деформации в опорном и центральном сечениях наступают при статическом пределе текучести σ_T, т. е. предельные моменты опорный и центральный равны: $\beta_ш=|M^{оп}_ш|/|M^{пр}_ш|=1$, что очевидно, обусловливает образование двух пластических шарниров у опор, а затем третьего — в середине пролета. Такую схему разрушения будем применять и для динамического расчета.

Примем, что поведение стали в условиях динамического нагружения описывается спектром диаграмм Прандтля с уровнями площадок текучести, соответствующими динамическим пределом текучести $\sigma(\tau)$. Очевидно, в динамике отношение $\beta_ш$ для балок с $W=\text{const}$, равное отношению динамических пределов текучести $\beta_ш=|M^{оп}(\tau^{(1)})|/|M^{пр}(\tau^{(2)})|=|\sigma^{(1)}(\tau^{(1)})|/|\sigma^{(2)}(\tau^{(2)})|$, будет отличаться от единицы.

Обозначим через $\sigma_q^{(1)}$ и $\sigma_q^{(2)}$ статические напряжения в опорном и центральном сечениях от характерной нагрузки $q_н$. Их отношение $|\sigma_q^{(1)}|/|\sigma_q^{(2)}|=2$. Отсюда, введя соответствующие индексы, получим $\eta_{01}/\eta_{02}=1/2$, $\eta_1/\eta_2=(1/2)^\alpha$ и так как $\alpha\gg1$, то $\eta_1\ll\eta_2$ и критерий (10.142) дает $s^{(1)}<s^{(2)}$, т. е. $s^{(1)}=s_1$, что соответствует первоначальному шарниру в опорном сечении балки.

При переменных параметрах сечения по пролету первоначальному образованию шарниров у опор соответствует условие

$$\frac{\eta_1}{\eta_2}=\frac{t_{*1}}{t_{*2}}\left(\frac{\sigma_{T1}}{|\sigma_q^{(1)}|}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{|\sigma_q^{(2)}|}{\sigma_{T2}}\right)^{\alpha_2}<1,$$

одновременному образованию опорных и пролетного $\eta_1/\eta_2=1$ и первоначальному образованию пролетного шарнира $\eta_1/\eta_2>1$. Для одинаковых t_*, σ_T и α в первом случае имеем

$$\frac{\eta_1}{\eta_2}=\left(\frac{|\sigma_q^{(2)}|}{|\sigma_q^{(1)}|}\right)^\alpha=\left(\left|\frac{M_2}{M_1}\right|\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^\alpha=\left(\frac{W_1}{\beta W_2}\right)^\alpha<1,$$

и так как $\alpha>1$, то $W_1/(\beta W_2)<1$. Это условие практически всегда выполняется, в связи с чем ниже рассмотрен именно этот случай.

Одночленные приближения уравнений движения получим, задав формы линий прогибов на трех стадиях в виде функций, удовлетворяющих условиям опорных закреплений. Для упругой стадии, приняв в качестве базисной функции X_1 уравнение упругой линии балки с защемленными опорами под действием равномерно распределенной статической нагрузки, запишем выражение для линии прогибов

$$Y = y_0(t)\,X_1(\alpha_0), \quad X_1 = 1 - 2\alpha_0^2 + \alpha_0^4 \quad (-1 \leqslant \alpha_0 \leqslant 1), \quad (10.148)$$

где $\alpha_0=2x/l$ — безразмерная координата с началом в центре балки.

По методу Бубиова—Галеркина для случая $q\equiv q(s)$ $(s=\omega t)$ получим уравнение

$$D^{\cdot\cdot}(s) = P - D(s);$$

$$D = \frac{y_0}{y_q} = \frac{M^{\text{оп}}}{M_q^{\text{оп}}} = \frac{M^{\text{пр}}}{M_q^{\text{пр}}} = \frac{|M^{\text{оп}}| + M^{\text{пр}}}{|M_q^{\text{оп}}| + M_q^{\text{пр}}} = R, \qquad P = \frac{q(t)}{q_{\text{н}}},$$

$$\omega^2 = \frac{1}{m}\int_0^l X_1(x)\,dx \Big/ \int_0^l X_1^2(x)\,dx = \frac{504B}{ml^4},$$

где y_q, $M_q^{\text{оп}}$, $M_q^{\text{пр}}$ — статические значения прогиба и моментов от нагрузки $q_{\text{н}}$,

$$y_q = \frac{q_{\text{н}} l^4}{384B}; \quad M_q^{\text{пр}} = \frac{q_{\text{н}} l^2}{24}; \quad M_q^{\text{оп}} = -2M_q^{\text{пр}}.$$

В упругой стадии работы конструкций (как приведенной системы) функции динамичности прогиба и внутренних усилий равны $D(s)$ и при $s_m<s_1$ все коэффициенты динамичности совпадают и равны D_m.

Для опорного сечения балки $(j=1)$

$$M_q^{(1)} = M_q^{\text{оп}}, \quad \sigma_q^{(1)} = M_q^{(1)}/W; \quad \beta_1^{(1)} = |\sigma_q^{(1)}|/y_q = 32B/(Wl^2).$$

Для пролетного сечения

$$M_q^{(2)} = M_q^{\text{пр}}, \quad \sigma_q^{(2)}/W, \quad \beta_1^{(2)} = |\sigma_1^{(2)}|/y_q = 16B/(Wl^2);$$

$$\gamma = \beta_1^{(1)}/\beta_1^{(2)} = 2.$$

Соответственно безразмерные параметры η_1, η_2 имеют значения:

$$\eta_1 = \omega t_* \left(\frac{\sigma_T}{|\sigma_q^{(1)}|}\right)^{\alpha}; \qquad \eta_2 = \omega t_* \left(\frac{\sigma_T}{|\sigma_q^{(2)}|}\right)^{\alpha} =$$

$$= \left(\frac{|\sigma_q^{(1)}|}{|\sigma_q^{(2)}|}\right)^{\alpha} \eta_1 = 2^{\alpha}\eta_1.$$

При $\alpha>1$ получаем $\eta_1<\eta_2$ и с учетом (10.144) имеем

$$\int_0^{s^{(1)}} D^{\alpha}(s)\,ds < \int_0^{s^{(2)}} D^{\alpha}(s)\,ds,$$

т. е. $s^{(1)}<s^{(2)}$ и первоначально пластические шарниры образуются в опорных сечениях балки.

Поскольку η_2 зависит от η_1 и α, то ясно, что для рассматриваемой балки по сравнению с шарнирно опертой число независимых инвариантов не возросло вследствие постоянства жесткости сечения по пролету. В дальнейшем будем пользоваться для характеристики конкретного варианта задачи величиной η_1.

Если $s_1<D_m$, то при $s=s_1$ у опор возникнут пластические шарниры и балка перейдет в упругопластическую стадию. Для этой стадии ($i=2$, $s_1<s<s_2$) примем линию прогибов балки в виде, позволяющем учесть моменты на концах,

$$Y_2 = y_0(\tau_1)\,X_1(\alpha_0) + (y_0 - y_0(\tau_1))\,X_2(\alpha_2),$$

$$X_2 = 1 - \frac{6}{5}\alpha_0^2 + \frac{1}{5}\alpha_0^4, \qquad (10.149)$$

где X_1 — форма изгиба шарнирно опертой балки от равномерной статической нагрузки.

Коэффициенты K_{Vi} будем получать, пользуясь условием сохранения в моменты s_i количества движения балки

$$K_{Vi} = \frac{D^{\cdot}(+s_i)}{D^{\cdot}(-s_i)} = \int_{-1}^{+1} \frac{\partial y(\alpha_0, -s_i)}{\partial t}\,d\alpha_0 \Big/ \int_{-1}^{+1} \frac{\partial y(\alpha_0, +s_i)}{\partial t}\,d\alpha_0. \qquad (10.150)$$

Заметим что по условию сохранения кинетической энергии балки (10.99) получается величина $K_{V1}=0{,}898$, на 7 % превышающая значение K_{V1}, вычисленное из условия сохранения количества движения.

Для упругопластической стадии, применив метод Бубнова-Галеркина, получим уравнение движения, которое после приведения к безразмерному виду и соблюдения условия сопряжения сопротивлений R системы в переходный момент времени $S_i[(R(-s_i)=R(+s_i)]$ приобретает вид $\frac{31}{30}D^{\cdot\cdot} = P - R$, $R = D_1 + \frac{1}{5}(D - D_1)$.

Сопоставив с (10.140), (10.141), получаем $K_2=31/30=1{,}033$; $C_2=1/5$.

Если $s_m<s_2$, то в балке при $s>s_m$ наступит упругая разгрузка. При $s_2<s_m$ возникнет пластический шарнир в центре пролета и балка перейдет в следующую стадию работы ($i=3$).

Для определения s_2 по (10.142) найдем вид функции $\bar{\sigma}_2$ (для центрального сечения) и параметр $B_2^{(2)}$. С учетом (10.149) запишем

$$M = -By'' = -B\left[y_0(s_1)\,X_1'' + (y_0 - y_0(s_1))\,X_2''\right] = -\frac{4B}{l^2}\left[y_0(s_1)\times\right.$$

$$\left.\times\left(-4 + 12\alpha_0^2\right) + \left(y_0 - y_0(s_1)\right)\left(-\frac{12}{5} + \frac{12}{5}\alpha_0^2\right)\right].$$

Для опорных сечений $j=1$, $\alpha_0=\pm 1$, $M_{q1}=\pm 32\,By_q/l^2$, т. е. $\bar{\sigma}=M^{(1)}/M_{q1}=D_1$ и сравнение с (10.143) дает $B_2^{(1)}=0$. Впрочем функцией $\bar{\sigma}_1$ можно не интересоваться, так как в опорном сечении происходит течение, а коэффициент динамичности момента и напряжения для опорного сечения при работе балки за пределом упругости равен величине D_1 ($K_M^{\text{оп}}=K_\sigma^{\text{оп}}=D_1$).

Для пролетного сечения имеем $j=2$, $\alpha_0=0$, $M_{q2}=16\,By_q/l^2$, т. е.

$$\bar{\sigma}_2=M^{(2)}/M_q^{(2)}=D_1+\frac{3}{5}(D-D_1). \qquad (10.151)$$

Сравнение с (10.143) дает $B_2^{(2)}=3/5$.

Из выражений для функций $\bar{\sigma}_2$ видно, что коэффициент динамичности момента и напряжения в пролетном сечении, если $s_m<s_2$, $D_m<D_2$ (т. е. до образования пластического шарнира в пролете), равен

$$K_{\text{м}}^{\text{пр}}=(\bar{\sigma}_2)_{max}=D_1+B_2^{(2)}(D_m-D_1)=\left(1-B_2^{(2)}\right)D_1+$$

$$+B_2^{(2)}D_m=\frac{2}{5}D_1+\frac{3}{5}D_m \quad (D_m<D_2).$$

Найдем отношение

$$\bar{M}=\frac{|M^{\text{оп}}|+M^{\text{пр}}}{|M_q^{\text{оп}}|+M_q^{\text{пр}}}=$$

$$=\frac{D_1\frac{1}{12}q_{\text{н}}l^2+[D_1+3/5\,(D-D_1)]\,1/24q_{\text{н}}l^2}{1/8q_{\text{н}}l^2}=$$

$$=D_1+1/5\,(D-D_1)=R,$$

$$R_m=\left(K_qK_{\text{м}}^{\text{оп}}+K_{\text{м}}^{\text{пр}}\right)\left(1+K_q\right)^{-1},\quad K_{\text{м}}^{\text{пр}}=\left(1+K_q\right)R_m-K_qK_{\text{м}}^{\text{оп}},$$

$$K_q=|M_q^{\text{оп}}|/M_q^{\text{пр}}.$$

С учетом (10.143) и (10.151) получим ($C_2/B_2^{(2)}=\xi=1/3$)

$$\bar{M}=R=D_1+C_2(D-D_2)=D_1+\xi(\bar{\sigma}_2-D_1)=(1-\xi)D_1+$$

$$+\xi\bar{\sigma}_2=(1-\xi)\bar{\sigma}_1+\xi\bar{\sigma}_2. \qquad (10.152)$$

Итак, имеем общий коэффициент момента

$$K_{\text{м}}=\frac{2}{3}K_{\text{м}}^{\text{оп}}+\frac{1}{3}K_{\text{м}}^{\text{пр}}=\frac{4}{5}D_1+\frac{1}{5}D_m=R_m.$$

Заметим, что $K_{\text{м}}^{\text{пр}}$ можно также определить по формуле, вытекающей из (10.152),

$$K_{\text{м}}^{\text{пр}}=3R_m-2K_{\text{м}}^{\text{оп}}=3R_m-2D_1.$$

Найдем функцию динамичности поперечной силы Q^* и опорной реакции из уравнения

$$Q^0 = -By'' = -B\left[y_0(\tau_1)X_1'' + (y_0'' - y_0(\tau_1)X_2'')\right] =$$

$$= -\frac{2\cdot 96}{5}\frac{\alpha_0 B}{l^3}\left[4y_0(\tau_1) + y_0\right].$$

Подставив $\alpha_0 = \pm 1$ (значение α_0 на опоре) и отнеся Q^0 к статическому значению $Q_q^0 = 1/2\, q_н l$, получим функцию динамичности опорной реакции

$$Q = \frac{Q^0}{Q_q^0} = \frac{384B}{5q_н l^4}\left[4y_0(\tau_1) + y_0\right] = \frac{1}{5}(4D_1 + D).$$

Коэффициент динамичности по опориой реакции и поперечной силе на опоре

$$K_Q = Q_m = \frac{4}{5}D_1 + \frac{1}{5}D_m = R_m = K_м,$$

т. е. он равен общему коэффициенту момента [см. формулы (10.146) для K_Q в случае трехзвенной диаграммы $R\ (D)$]. Отметим, что если максимум прогиба достигается на стадии $i=2$, то $D_m = 5R_m - 4D_1$.

Переход в пластическую стадию ($i=3$) определяют согласно (10.142) при образовании пластического шарнира в центре пролета, т. е. в сечении $\alpha_0 = 0$. Примем линию прогибов в виде

$$Y = y_0(t)X_3,\ X_3 = 1 - |\alpha_0|. \qquad (10.153)$$

Из условия сохранения количества движения, подставив в (10.150) выражения (10.149), (10.153), получим $K_{V2} = 1{,}28$ (из условия сохранения кинетической энергии $K_{V2} = 1{,}23$).

Уравнение динамического равновесия жесткого элемеита (полулубалки), по концам которого приложены момеиты $M_ш^{оп}$ и $M_ш^{пр}$,

$$y_0'' + 12\left(M_ш^{оп} + M_ш^{пв}\right)/\left(ml^2\right) = 3/2q/m.$$

или в безразмерном виде

$$\frac{7}{8}D'' = P - R; \quad R = D_1 + \frac{1}{5}(D_2 - D_1) =$$

$$= \frac{M_ш^{оп} + M_ш^{пр}}{M_q^{оп} + M_q^{пр}} = \overline{M} = \text{const}; \qquad (10.154)$$

т. е. $K_3 = 7/8 = 0{,}875$.

Из (10.141) при $D > D_2$

$$R = D + (C_2 - 1)(D - D_1) + (C_3 - C_2)(D - D_2) =$$

$$= D_1 + C_2(D_2 - D_1) + C_3(D_2 - D).$$

Сравиив с предыдущим, имеем $C_3 = 0$. Так как при $s > s_2$ напряжения в шариирах не меняются, то из (10.143) получим

$$B_3^{(1)} = B_3^{(2)} = 0; \quad \bar{\sigma}_1 = D_1; \quad \bar{\sigma}_2 = D_1 + B_2^{(2)}(D_2 - D_1) =$$
$$= \frac{2}{5} D_1 + \frac{3}{5} D_2,$$

причем функция общего момента

$$\bar{M} = R = D_1 + C_2 (D_2 - D_1) = (1 - C_2) D_1 + C_2 D_2 =$$
$$= \frac{4}{5} D_1 + \frac{1}{5} D_2 = \text{const}.$$

Смещение $D_2 = D(s_2) = 5R_m - 4D_1 < D_m$, т. е.

$$K_{\text{м}}^{\text{пр}} = \bar{\sigma}_2 = \frac{2}{5} D_1 + 3R_m - \frac{12}{5} D_1 = 3R_m - 2D_1.$$

Таким образом, при $s > s_2$ $K_{\text{м}}^{\text{пр}}$ не зависит от D_m и для его фиксации необходимо иметь значение D_2 или R_m.

Коэффициент динамичности опорной реакции в стадии $i=3$ определяют как в случае шарнирно опертой балки, но с учетом момента на опоре, т. е.

$$K_Q = \frac{Q_m}{Q_q} \left(\frac{1}{4} P + \frac{3}{4} R \right)_{max}.$$

Для обеих стадий ($i=2$ и $i=3$) можно обобщить зависимости для коэффициентов динамичности моментов

$$K_m = R_m, \quad K_{\text{м}}^{\text{оп}} = D_1, \quad K_m^{\text{пр}} = 3K_{\text{м}} - 2D_1.$$

Для коэффициента динамичности поперечной силы следует проверить, на какой стадии достигнут максимум прогиба. При выполнении равенства (10.154) имеем $i=2$, а при условии $D_2 < D_m$ $i=3$, т. е.

$$K_Q = \begin{cases} R_m & (5R_m = D_m + 4D_1) \\ \left(\frac{1}{4} P + \frac{3}{4} R \right)_{max} \leqslant \frac{1}{4} P_m + \frac{3}{4} R_m & (5R_m \leqslant D_m + 4D_1). \end{cases}$$

Балка, защемленная по концам, с непостоянными по пролету параметрами. Учтем различие постоянных жесткостей $B^{\text{оп}}$, $B^{\text{пр}}$ и моментов сопротивления $W^{\text{оп}}$, $W^{\text{пр}}$ сечений в приопорных зонах (длиной a) и центральной зоне ($l-2a$); $a/l=0{,}23$ [16]. Опасные точки в растянутых зонах опорного и центрального сечений обозначим соответственно $j=1$ и $j=2$, а для крайних фибр сжатых зон этих сечений $j=3$ и $j=4$. Константы α, $\sigma_{\text{т}}$, t_* для точек $j=1$, 2 считаются одинаковыми, так же как и для точек $j=3$, 4, что соответствует однотипности материалов как в растянутых, так и сжатых зонах. Работа конструкции характеризуется тремя стадиями ($i=1$, 2, 3); *1* — упругой; *2* — упругопластической $\eta_1 < \eta_2$ (пластические шарниры у опор); *3* — пластической (шарниры у опор и в центре пролета).

При $\eta_1=\eta_2$ одновременно образуются три шарнира и балка из стадии *1* переходит в стадию *3*. При $\eta_1\leqslant\eta_2$ $s_2<s_{3,4}$, материал в сжатых зонах сохраняет прочность. Случаи первоначального образования центрального шарнира ($\eta_2<\eta_1$) или хрупкого разрушения ($s_{3,4}<s_m$) не рассматриваются. При приведении по Бубнову-Галеркину использованы базисные функции и параметры статически нагруженных упругих балок [16] при ограничениях

$$\beta_1 \equiv \frac{B^{\text{оп}}}{B^{\text{пр}}} \leqslant 3; \quad \frac{\left|M_q^{(1)}\right|}{M_q^{(2)}} = \frac{2K_0}{2-3K_0} \geqslant \frac{1}{2};$$

$$K_0 = \frac{0{,}269+0{,}731\beta_1}{0{,}46+0{,}54\beta_1}.$$

В стадии 3 балку рассматривают как механизм из двух жестких звеньев. Полученные расчетом функции динамичности и их экстремумы отнесены к соответствующим статическим параметрам — прогибу y_q, моментам $M_q^{(i)}$ и опорной реакции Q_q упругой балки

$$y_q = q_{\text{н}}\, l^4\, \nu_2 \left(384\, B^{\text{пр}}\right)^{-1}; \quad M_q^{(1)} = -\frac{1}{12}\, q_{\text{н}}\, l^2 K_0,$$

$$M_q^{(2)} = \frac{1}{24}\, q_{\text{н}}\, l^2 (3-2K_0); \quad Q_q = \frac{1}{2}\, q_{\text{н}}\, l,$$

$$\nu_2 = 5 - 4K_0 + 16\left[0{,}23\,(K_0-1) - 0{,}0529\,(K_0-0{,}4071)\left(1-\beta_1^{-1}\right)\right].$$

Параметр η_2 определяется отношениями моментов сопротивления и жесткостей, а K_{V1} — только отношением жесткостей:

$$\eta_2 = \eta_1\, \gamma^{\alpha_1}; \quad K_{V1} = a_1,$$

$$\gamma = \frac{\left|\sigma_q^{(1)}\right|}{\sigma_q^{(2)}} = \frac{\left|M_q^{(1)}\right|}{M_q^{(2)}}\,\frac{W^{\text{пр}}}{W^{\text{оп}}} = \frac{2K_0}{3-2K_0}\,\frac{W^{\text{пр}}}{W^{\text{оп}}} \gg 1;$$

$$a_1 = 0{,}898 + \left(0{,}99K_0 - 0{,}382\right)\beta_1^{-1} - 0{,}092\left(7{,}609\,K_0 - 1\right).$$

Значения безразмерных параметров задачи, необходимых для пуска программы REDIN приведена в табл. 10.6. Заметим, что все параметры, кроме η_i, зависят от β_1, а η_2 может зависеть от η_1, α_1 и γ. Для нагрузок взрывного типа первый максимум функции D при $s=s_m$ является расчетным. При $s_m<s_1$ балка работает упруго и коэффициенты динамичности по всем параметрам равны D_m. Если $s_1<s_m<s_2$, работа балки ограничена стадией *2*, при $s_m>s_2$ — стадией *3*, причем

$$D_2 = D(s_2) = R_m\, C_2^{-1} - \left(C_2^{-1}-1\right) D_1 < D_m,$$

R — в обоих случаях — безразмерный суммарный момент

$$R = \left(\left|M^{\text{оп}}\right| + M^{\text{оп}}\right)\left(\left|M_q^{(1)}\right| + M_q^{(2)}\right)^{-1}.$$

Коэффициенты динамичностн моментов на опоре ($K_{\text{м}}^{\text{оп}}$) и в пролете ($K_{\text{м}}^{\text{пр}}$) определяют по формулам:

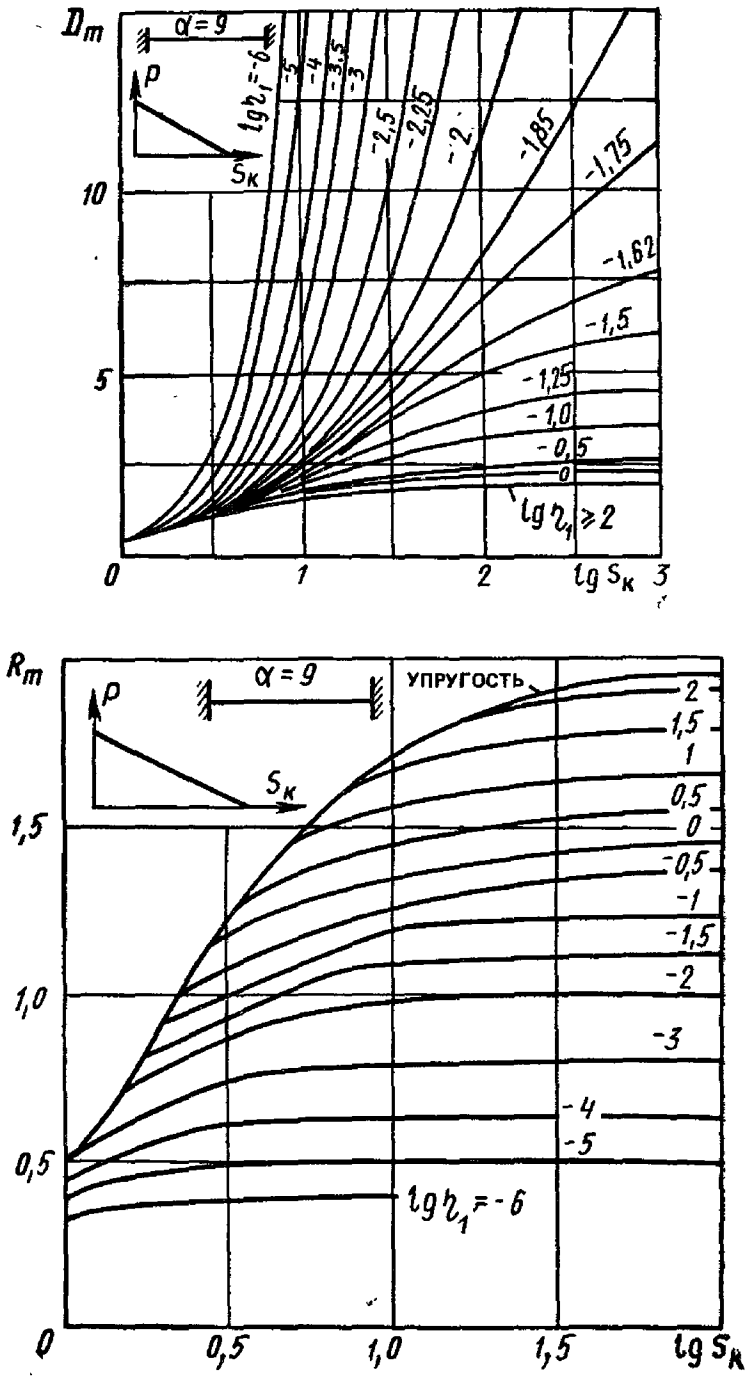
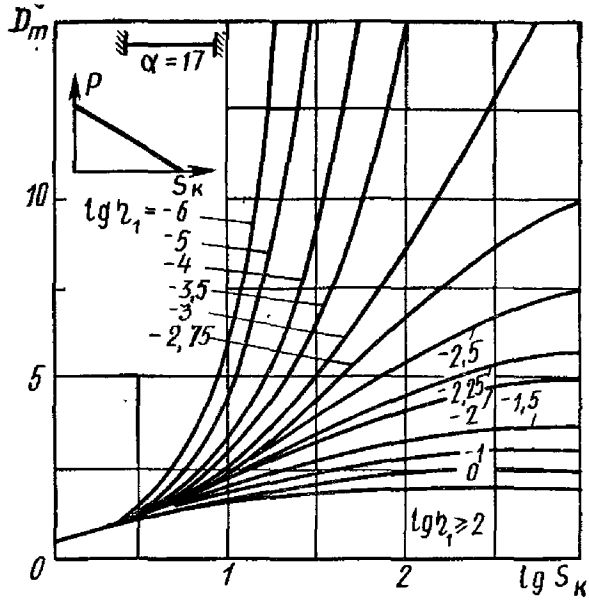


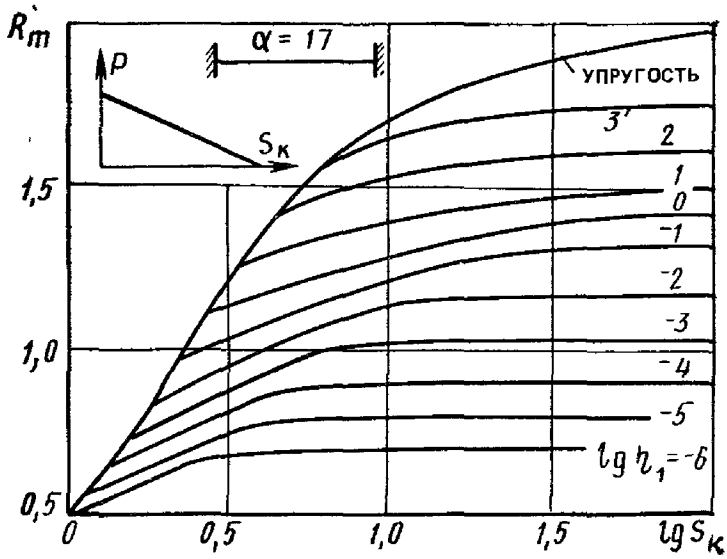
Рис. 10.51. Ударные спектры балок с защемленными опорами и постоянными параметрами вдоль пролета

$$K_{\text{м}}^{\text{оп}} = D_1; \quad K_{\text{м}}^{\text{пр}} = \left(3R_m - 2K_0 D_1\right)\left(3 - 2K_0\right)^{-1} =$$

$$= D_1 + B_2^{(2)}\left(D_m - D_1\right).$$

Коэффициент динамичиости опорной реакции в стадиях 2 (Q_{m2}) и 3 (Q_{m3}) находят из выражеиий





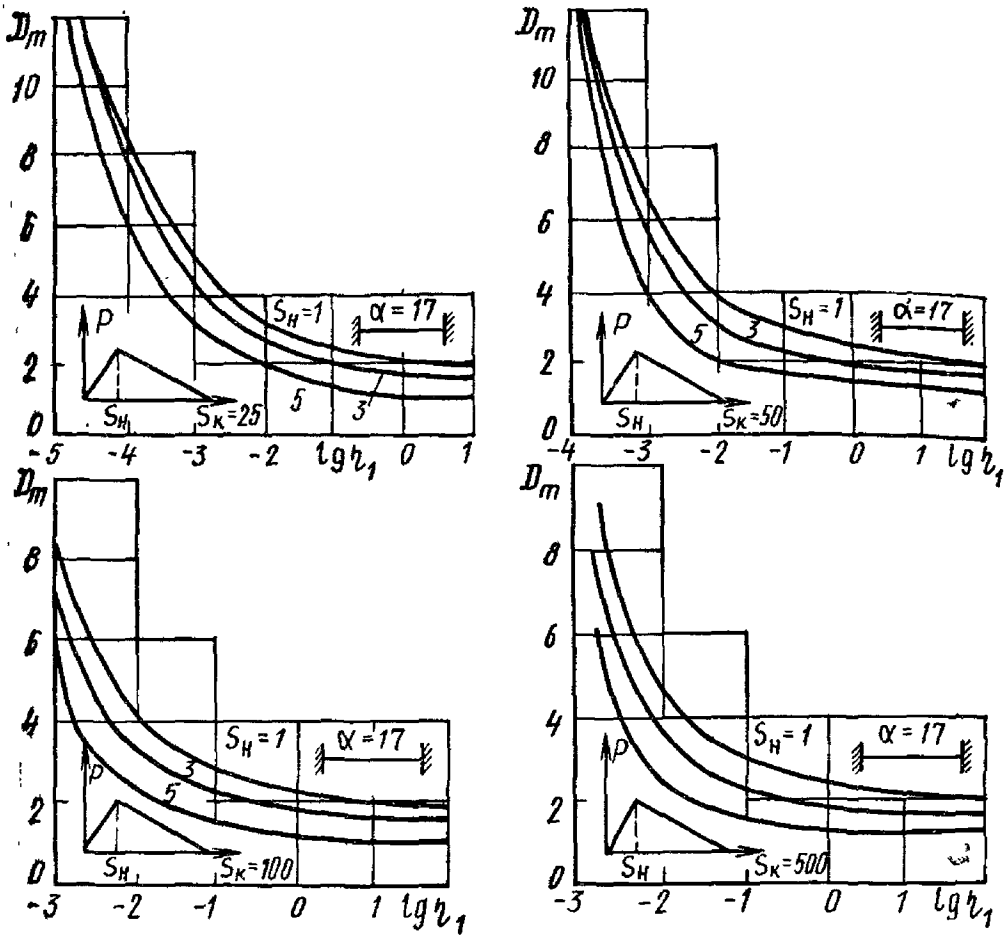
$$Q_{m2} = R_m; \qquad Q_{m3} = \left(\frac{1}{4}P + \frac{3}{4}R\right)_{max}. \qquad (10.155)$$

При $\beta_1 = 1$, $\gamma = 2$ имеем частный случай балки с постоянными вдоль пролета параметрами, $\eta_2 = 2^{\alpha_1}\eta_1$.

Графики коэффициентов динамичности для балок с защемленными концами приведены на рис. 10.51—10.52.

Сводка параметров для расчета балок

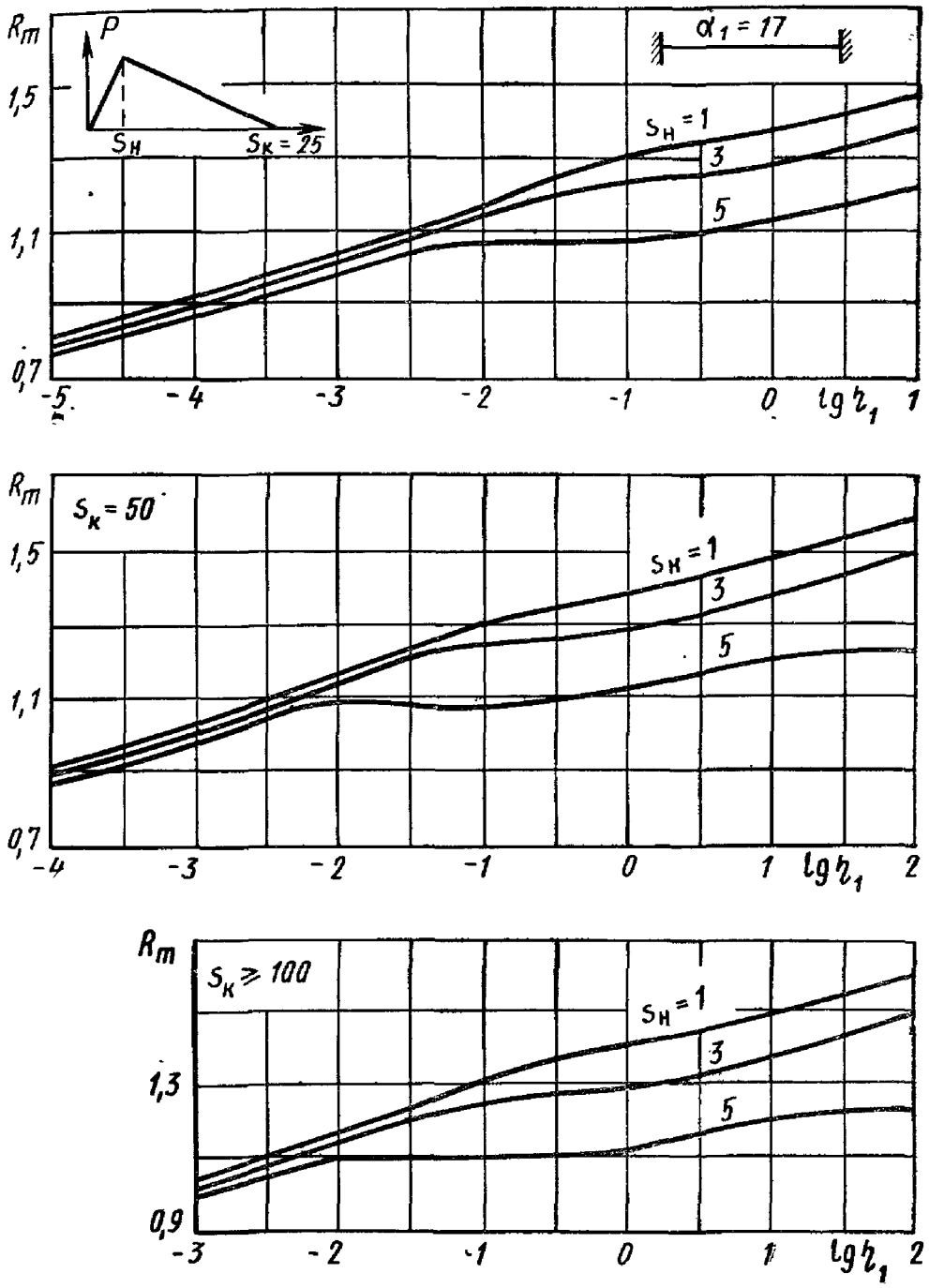
Значения безразмерных параметров динамического расчета однопролетных балок с обеими шарнирными



и защемленными опорами по программе REDIN приведены в табл. 10.6.

При расчетах плит задача усложняется из-за трудности задания форм движения (разрушения) в пластической стадии. Для железобетонных плит за пределом упругости обычно используют схему разрушения «Конверт» [106] с линейными пластическими шарнирами, превращающими конструкцию в кинематически связанную систему жестких плоских звеньев, что соответствует одной обобщенной координате, т. е. системе с одной степенью свободы. В [22] даны коэффициенты приведения к схеме упругопластического осциллятора изгибаемых конструкций (без учета скачков скорости K_{VI}, связанных с изменением форм движения). Параметры ω, y_q, σ_q, необходимые для образования безразмерных величин задачи, можно взять из справочной литературы [4, 5, 21, 23, 118].

Для примера в табл. 10.7 приведена выдача программой на АЦПУ ЭВМ ударных спектров, полученных в результате упругопластического расчета железобетонной шарнирноопертой балки с ар-



матурой класса A-III ($\alpha=25$) на действие нагрузки рис. 10.42 ($\omega t_0=0$, $\omega t_2\to\infty$, $\Phi\equiv\dfrac{q_2}{q_1}=2$, $K_{V1}=1{,}23$, $K_m=0{,}8468$, $\eta_{01}=0{,}001$) при варьировании η_1(Э1), ωt_1/SH). Пяти напечатанным числам каждого варианта соответствуют величины и обозначаются: s_1(S), s_m(SM), $D_1(D_1)$, $D_m(KY)$, $R_m(KR)$. При значениях $D>D_m$, превышающих заказанное ограничение счета $D_{гр}=20$, напечатаны звездочки. Соответствующие графики функций D_1, s_1 даны на рис. 10.24, 10.25.

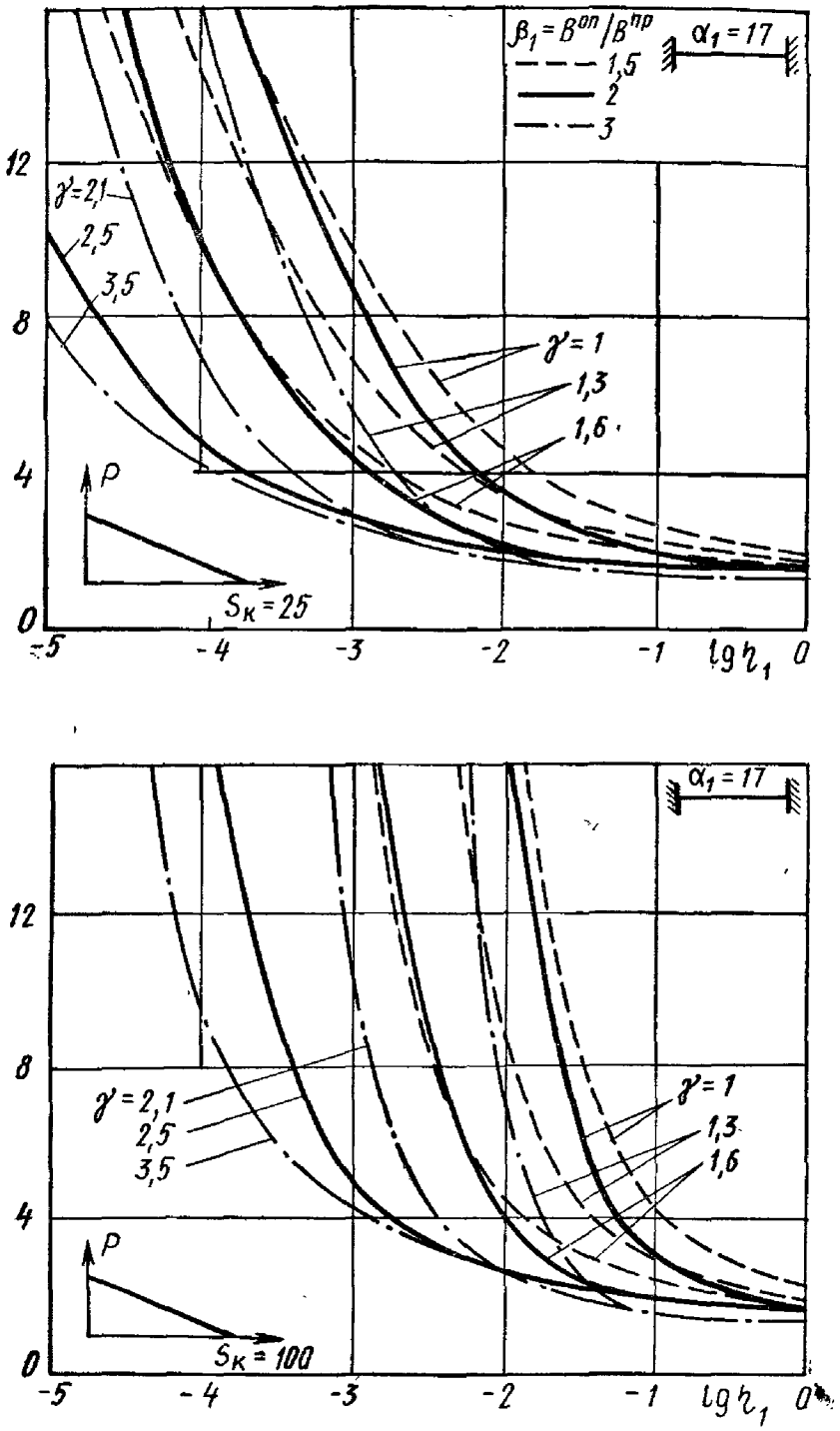
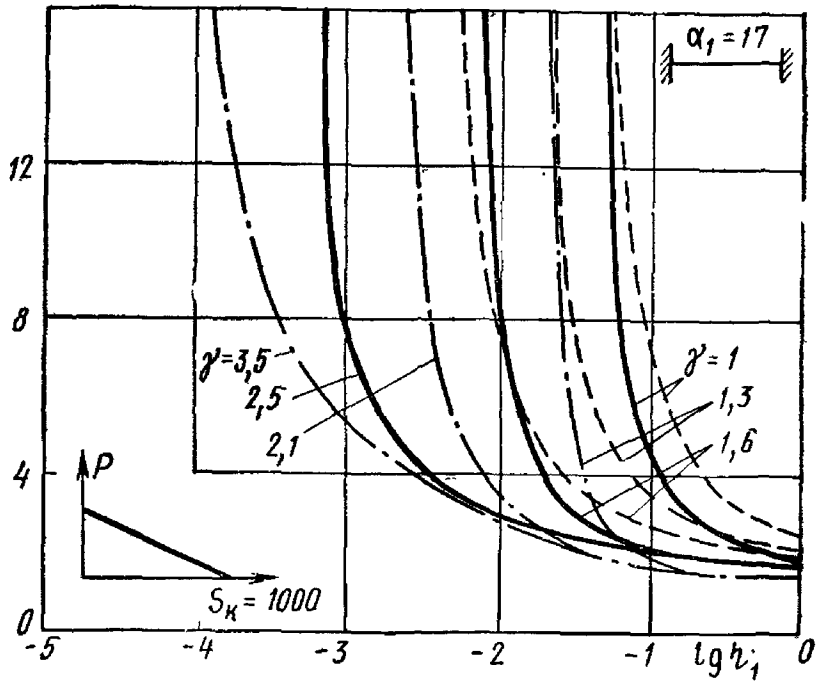
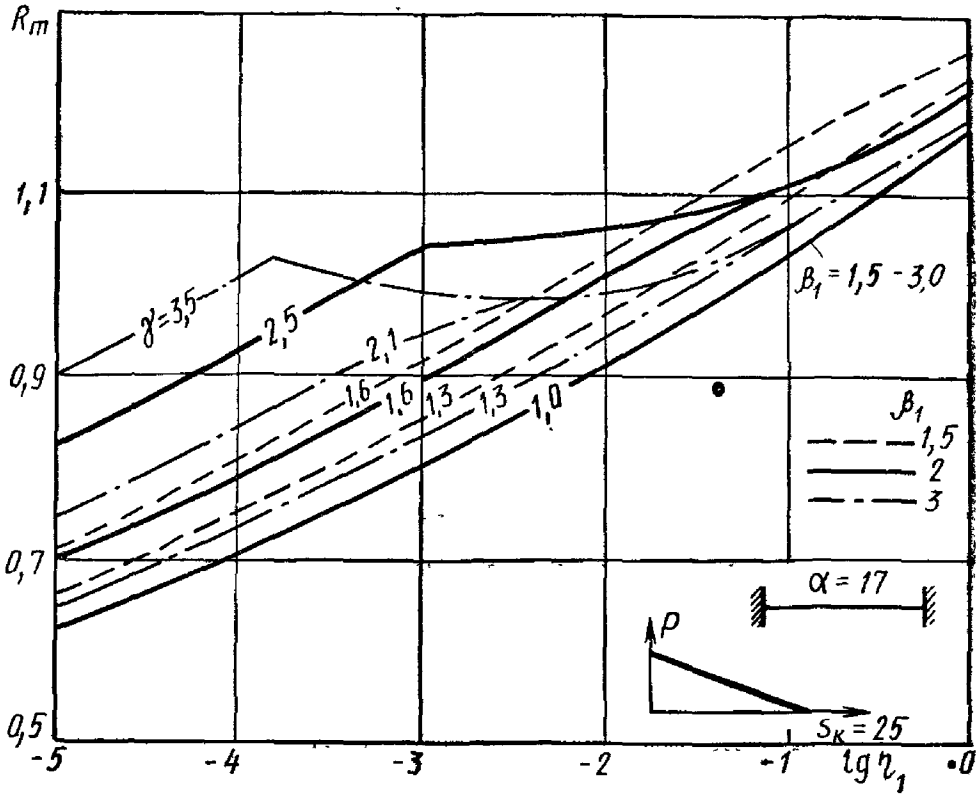
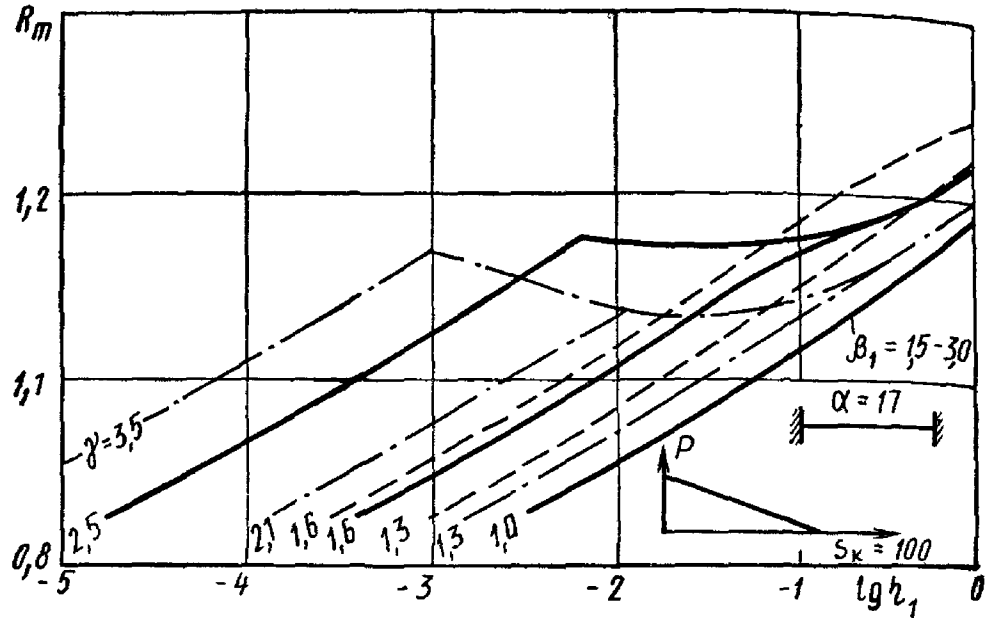
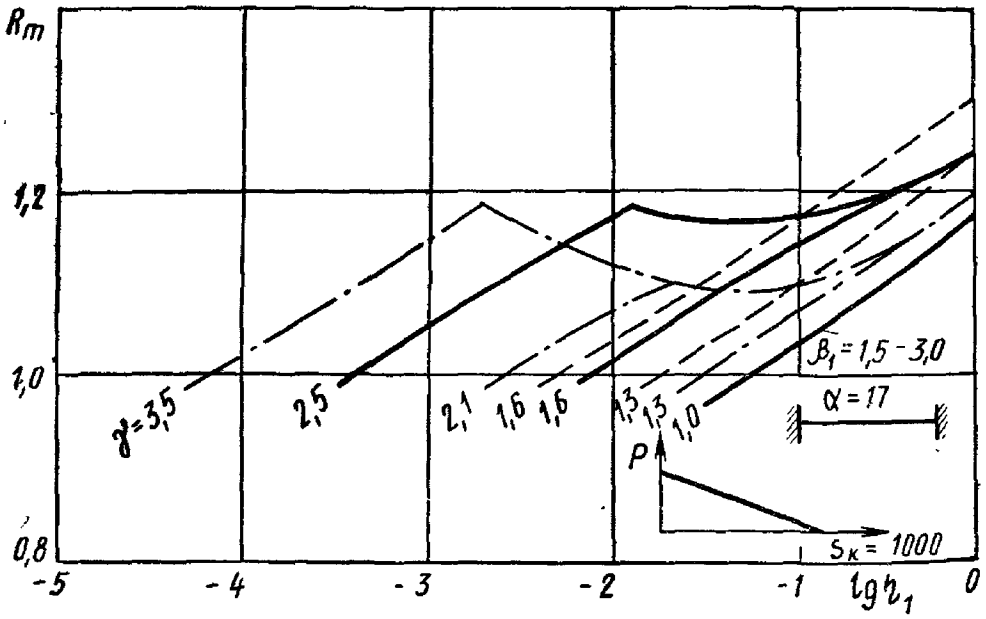


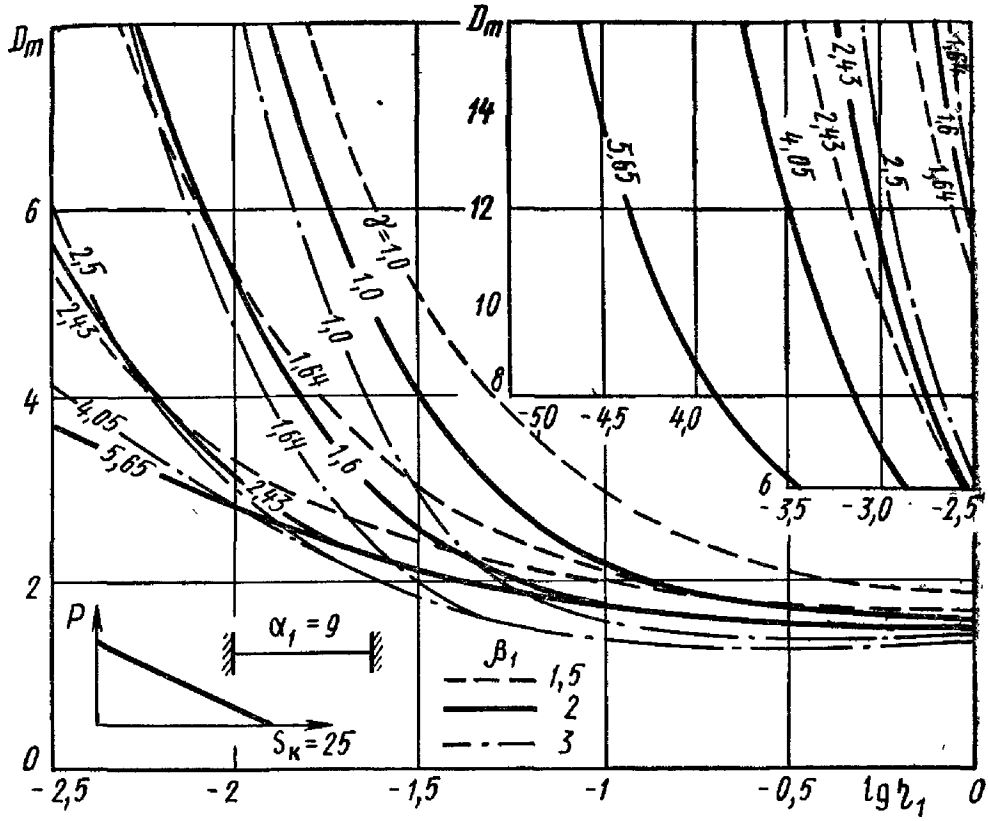
Рис. 10.52. Ударные спектры балок с защемленными опорами и различными параметрами β_1 и γ в центральной и приопорной зонах

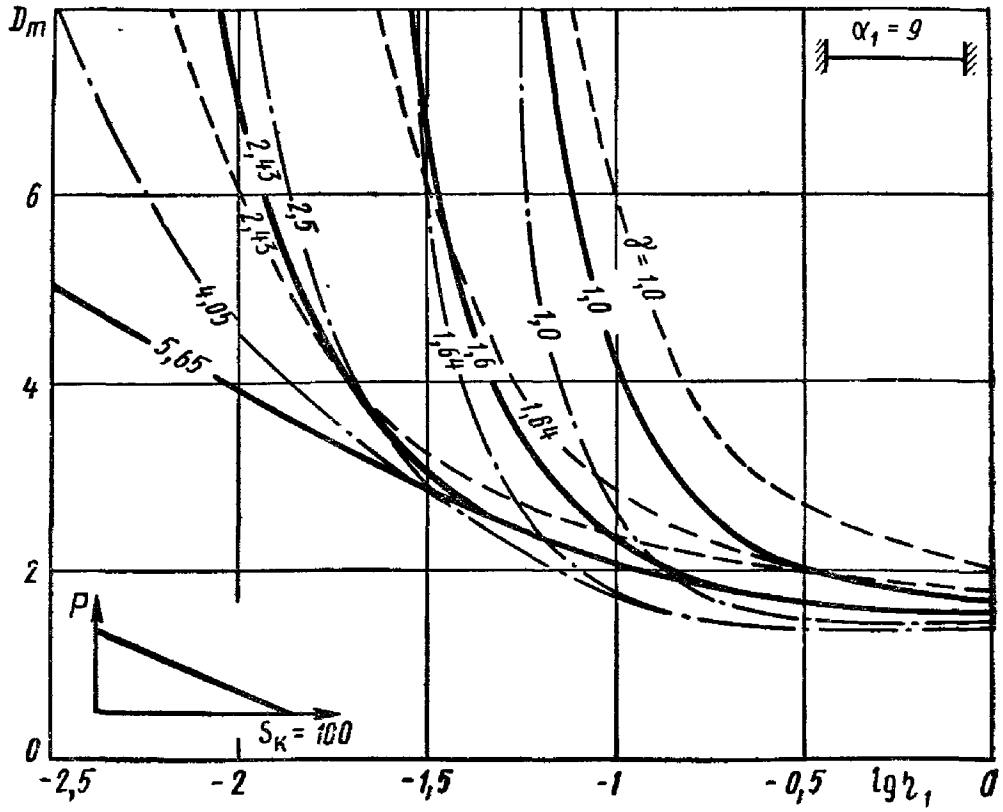

α1 = 17
12
8
4
0
γ=3,5
2,5
2,1
γ=1
1,3
1,6
P
Sк = 1000
-5
-4
-3
-2
-1
0
lg η1

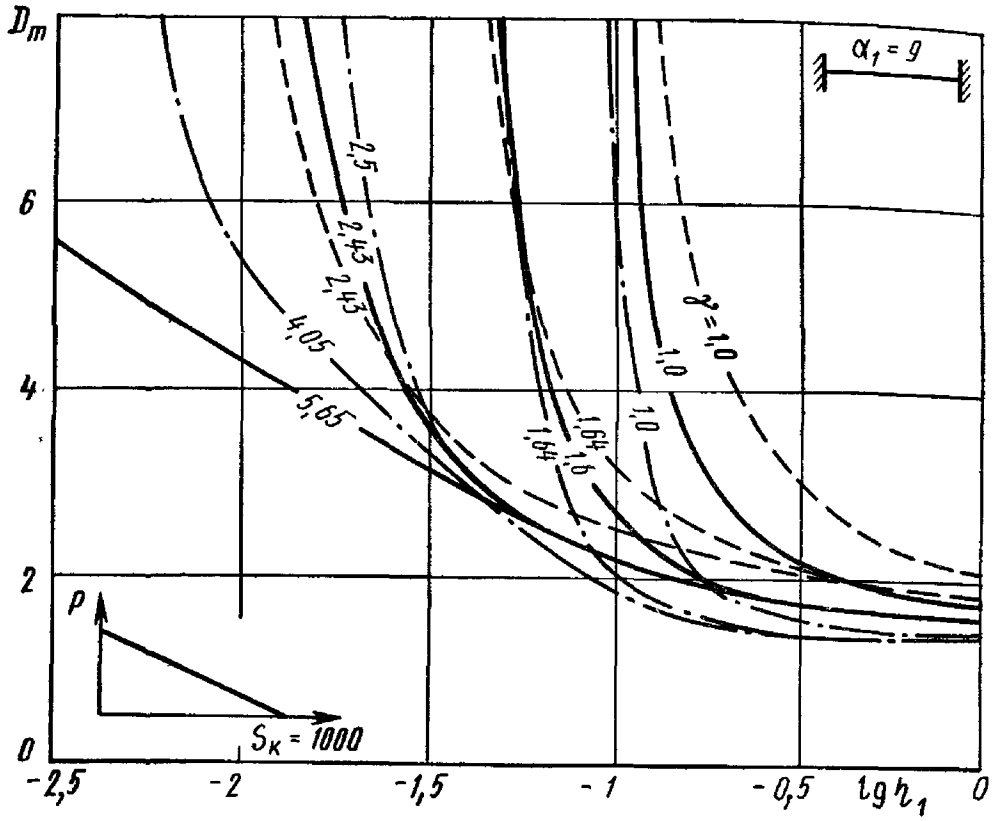

Rm
1,1
0,9
0,7
0,5
γ=3,5
2,5
2,1
1,6
1,6
1,3
1,3
1,0
β1 = 1,5 - 3,0
β1
1,5
2
3
α = 17
P
Sк = 25
-5
-4
-3
-2
-1
0
lg η1

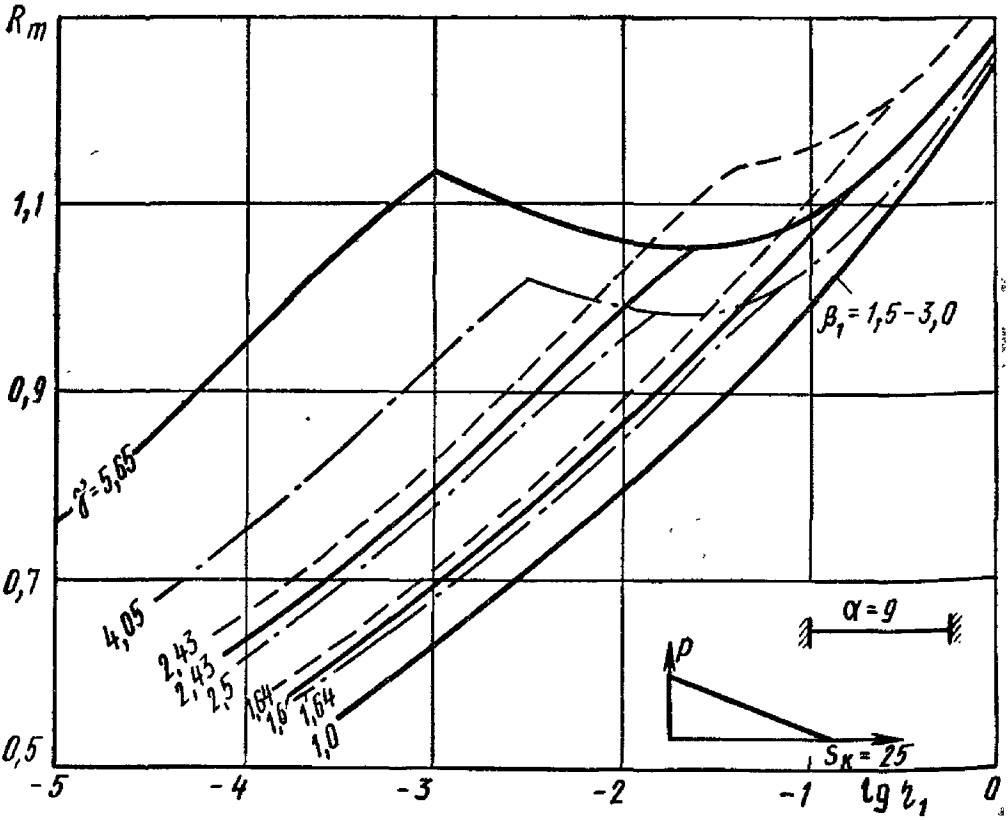

R_m
1,2
1,1
0,8
-5
-4
-3
-2
-1
0
$\lg h_1$
γ=3,5
2,5
2,1
1,6
1,6
1,3
1,3
1,0
β_1 = 1,5 - 3,0
α = 17
P
$S_к$ = 100


R_m
1,2
1,0
0,8
-5
-4
-3
-2
-1
0
$\lg h_1$
γ=3,5
2,5
2,1
1,6
1,6
1,3
1,3
1,0
β_1 = 1,5 - 3,0
α = 17
P
$S_к$ = 1000


D_m
$\gamma=1,0$
1,0
1,64
1,6
2,5
2,43
4,05
5,65
$\alpha_1 = 9$
P
$S_к = 25$
β_1
1,5
2
3
$\lg \lambda_1$


D_m
$\alpha_1 = 9$
$\gamma=1,0$
1,0
1,64
1,6
2,5
2,43
4,05
5,65
P
$S_к = 100$
$\lg \lambda_1$


D_m
$\alpha_1 = g$
6
4
2
0
2,5
2,43
2,43
4,05
5,65
1,64
1,6
1,0
1,0
$\gamma = 1,0$
p
$S_K = 1000$
-2,5
-2
-1,5
-1
-0,5
$\lg h_1$
0


R_m
1,1
0,9
0,7
0,5
$\beta_1 = 1,5-3,0$
$\gamma = 5,65$
4,05
2,43
2,43
2,5
1,64
1,6
1,64
1,0
$\alpha = g$
p
$S_K = 25$
-5
-4
-3
-2
-1
$\lg h_1$
0

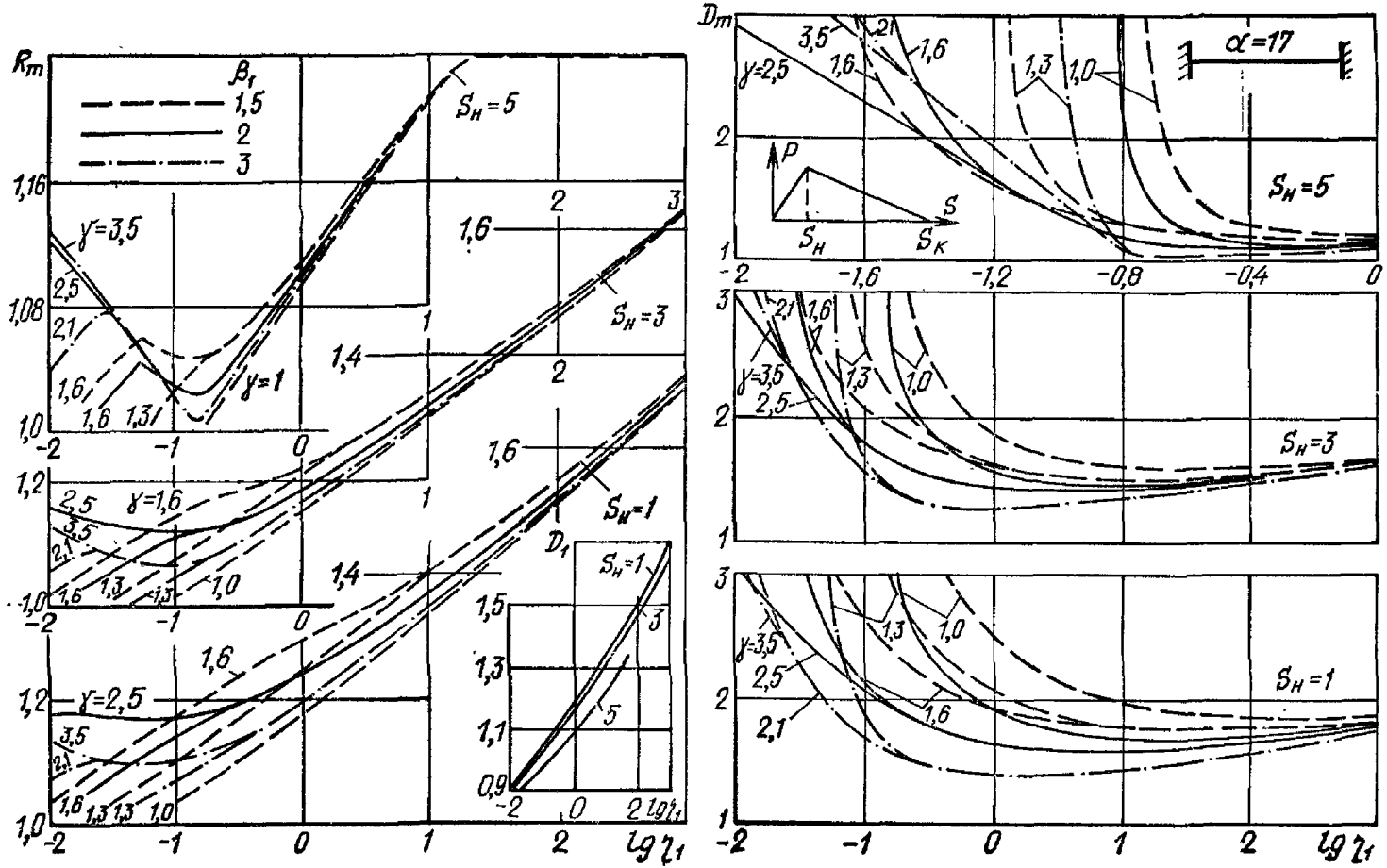

R_m
β_1
1,5
2
3
$S_н=5$
$S_н=3$
$S_н=1$
$\gamma=3,5$
2,5
2,1
1,6
1,3
1,0
$\gamma=1$
$\gamma=1,6$
$\gamma=2,5$
D_1
$\lg\eta_1$
D_m
$\alpha=17$
P
S
$S_н$
$S_к$

Таблица 10.6. Параметры для расчета однопролетных балок с защемленными (А) и шарнирными (Б) опорами по программе REDIN

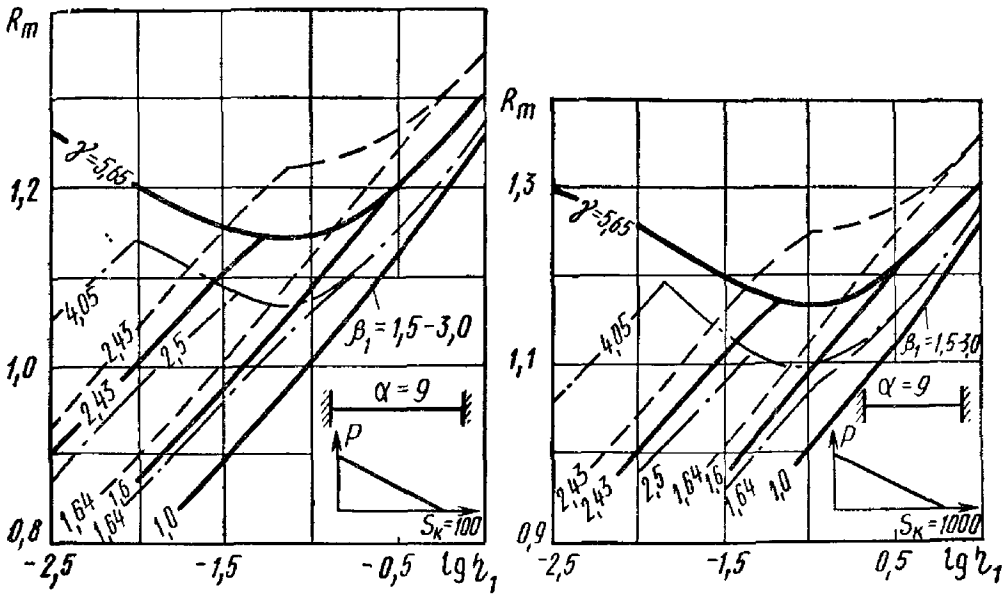
Схема опор	Стадия	i	Опасная точка	j	K_{Vi-1}	K_i	C_i	η_i	$B_i^{(2)}$	Условие
А	Упругопластическая	2	Арматура у опоры	1	a_1	$1{,}033\,\nu_2$	$0{,}2\,\nu_2$	η_1	$0{,}6\nu_2(3-2K_0)^{-1}$	$s_{3,4} \geqslant s_1$
	Пластическая	3	Арматура в центре	2	1,23	$0{,}875\,\nu_2$	0	$\eta_1\gamma^{\alpha_1}$	0	$s_{3,4} \geqslant s_2$
Б	Хрупкая	2	Сжатый бетон в центре	2	1,23	0,847	$(1-D_*/D_1)^{-1}$	η_2		$s_1 > s_2$ $D_m < D_*$
Б	Пластическая	2	Арматура в центре	1	1,23	0,847	0	η_1	0	$s_1 < s_2$
	Хрупкая	3	Сжатый бетон в центре	2	1	0,847	$D_1(D_2-D_*)^{-1}$	η_2		$D_m < D_*$

Таблица 10.7. Ударный спектр, выданный на АЦПУ ЭВМ программой REDIN

Э1	SH	2.000E—01	5.000E—01	1.000E+00	2.000E+00	3.000E+00	5000E+00	6.283E+00	7.069E+00	7.853E+00
1.000E+05	S	2.300	2.120	1.860	1.630	1.570	1.530	1.520	1.520	1.510
	SM	3.260	3.180	3.190	3.580	4.140	5.330	6.090	6.490	7.010
	D1	1.745	1.752	1.771	1.802	1.808	1.812	1.815	1.825	1.813
	KY	2.147	2.244	2.567	3.593	4.767	7.088	8.495	9.216	10.239
	KR	1.745	1.752	1.771	1.802	1.808	1.812	1.815	1.825	1.813
1.000E+04	S	2.120	1.950	1.720	1.530	1.480	1.450	1.440	1.430	1.430
	SM	3.500	3.440	3.520	4.040	4.750	6.170	7.120	7.800	8.329
	D1	1.610	1.613	1.627	1.653	1.657	1.668	1.668	1.657	1.663
	KY	2.293	2.416	2.812	4.066	5.555	8.654	10.794	12.401	13.655
	KR	1.610	1.613	1.627	1.653	1.657	1.668	1.668	1.657	1.663
1.000E+03	S	1.960	1.810	1.600	1.440	1.400	1.370	1.360	1.360	1.350
	SM	3.930	3.860	4.020	4.730	5.600	7.480	8.729	9.379	10.339
	D1	1.474	1.484	1.493	1.515	1.522	1.523	1.521	1.527	1.514
	KY	2.552	2.686	3.194	4.776	6.685	11.141	14.455	16.333	19.137
	KR	1.474	1.484	1.493	1.515	1.522	1.523	1.521	1.527	1.514

Продолжение

Э1	SH	2.000E−01	5.000E−01	1.000E+00	2.000E+00	3.000E+00	5000E+00	6.283E+00	7.069E+00	7.853E+00
1.000E+02	S	1.830	1.680	1.490	1.360	1.320	1.300	1.290	1.290	1.280
	SM	4.620	4.630	4.900	5.790	7.090	9.409	11.119	*	*
	D1	1.354	1.357	1.365	1.390	1.387	1.398	1.393	1.399	1.386
	KY	2.977	3.181	3.859	5.877	8.651	14.829	19.914	**	**
	KR	1.354	1.357	1.365	1.390	1.387	1.398	1.393	*	*
1.000E+01	S	1.710	1.570	1.400	1.280	1.250	1.230	1.220	1.220	1.220
	SM	6.010	6.020	6.370	7.889	9.619	*	*	*	*
	D1	1.238	1.244	1.256	1.266	1.269	1.274	1.268	1.273	1.277
	KY	3.835	4.090	4.976	8.064	12.021	**	**	**	**
	KR	1.238	1.244	1.256	1.266	1.269	*	*	*	*
1.000E+00	S	1.610	1.470	1.310	1.210	1.190	1.170	1.160	1.160	1.160
	SM	9.119	9.429	10.179	12.489	14.539	*	*	*	*
	D1	1.139	1.139	1.145	1.157	1.169	1.170	1.163	1.167	1.170
	KY	5.763	6.326	7.891	12.877	18.585	**	**	**	**
	KR	1.139	1.139	1.145	1.157	1.169	*	*	*	*



Глава 11. РАСЧЕТ СЖАТО-ИЗОГНУТЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЕ

11.1. Динамический расчет методом физической дискретизации. Программный комплекс DYNAMIC

Динамический расчет упругопластических конструкций заглубленных сооружений, взаимодействующих с волнами сжатия в грунте, в одно- и двумерной постановках на основе уравнений волновой динамики сплошных сред рассмотрен в [61, 67, 68]. О поведении материалов и конструкций при динамическом нагружении с учетом скоростных эффектов см. в [66, 69, 71].

Рассмотрим динамический расчет сооружений с использованием метода физической дискретизации, основанного на расчленении объекта на части и решении обыкновенных дифференциальных уравнений движения (вместе с уравнениями совместности и определяющими соотношениями) с помощью эффективных стандартных процедур. Преимущества метода (по сравнению с методами механики сплошной среды) в простоте схематизации объекта и малом объеме данных о свойствах материалов. Метод позволяет вести расчет заглубленных в грунт, а также наземных сооружений с учетом взаимо-

действий как с воздушной ударной волной, так и с сейсмовзрывными волнами в грунте.

Конструкцию произвольной геометрии (возможно криволинейную) совместно с прилегающим грунтовым массивом рассматривают как единый объект, схематизируемый плоской системой прямых стержней с конечным числом «инженерных» (переносных) степеней свободы. Полагается, что стержневая система обладает плоскостью материальной симметрии, совмещенной с главной плоскостью изгиба, в которой действуют нагрузки. Масса системы сосредоточена по концам стержней — в узлах, инерцией вращения которых пренебрегают. Напряженно-деформированное состояние определяют на основе предпосылок технической теории изгиба. Принимают гипотезы плоских сечений и о волокнистом (слоистом) строении стержней с пренебрежением касательными напряжениями. Стержень представляется системой параллельных невзаимодействующих слоев, находящихся в одноосном напряженном состоянии. Это позволяет для каждого слоя использовать соответствующее материалу уравнение состояния (модель), полученное в одномерном динамическом эксперименте. Гипотеза о волокнистом строении при нелинейно-упругом материале и малых деформациях справедлива при постоянном (не зависящем от напряжения) значении коэффициента Пуассона при растяжении и сжатии. Для физически нелинейных материалов техническая теория изгиба применима, если гипотезу о волокнистом строении стержней синтезировать с геометрической гипотезой плоских сечений [48].

Изменение геометрии системы связано с перемещениями узлов, что вызывает осевые (продольные) деформации и поворот стержней, сохраняющих прямолинейность. Стержни могут обладать изгибной и продольной жесткостью или только продольной. Стержни первого типа условно объединены в замкнутый контур произвольной формы, причем любая его часть может физически отсутствовать (фиктивные стержни). Стержни только с продольной жесткостью условно объединены в решетку. Они произвольно связаны между собой и с контуром, но их концы шарнирные. Учитывается ограничение, связаное с тем, что в один узел может сходиться не более двух стержней с изгибной жесткостью. Чтобы снять это ограничение, понадобится ввести для узлов вращательную степень свободы, т. е. инерцию вра-

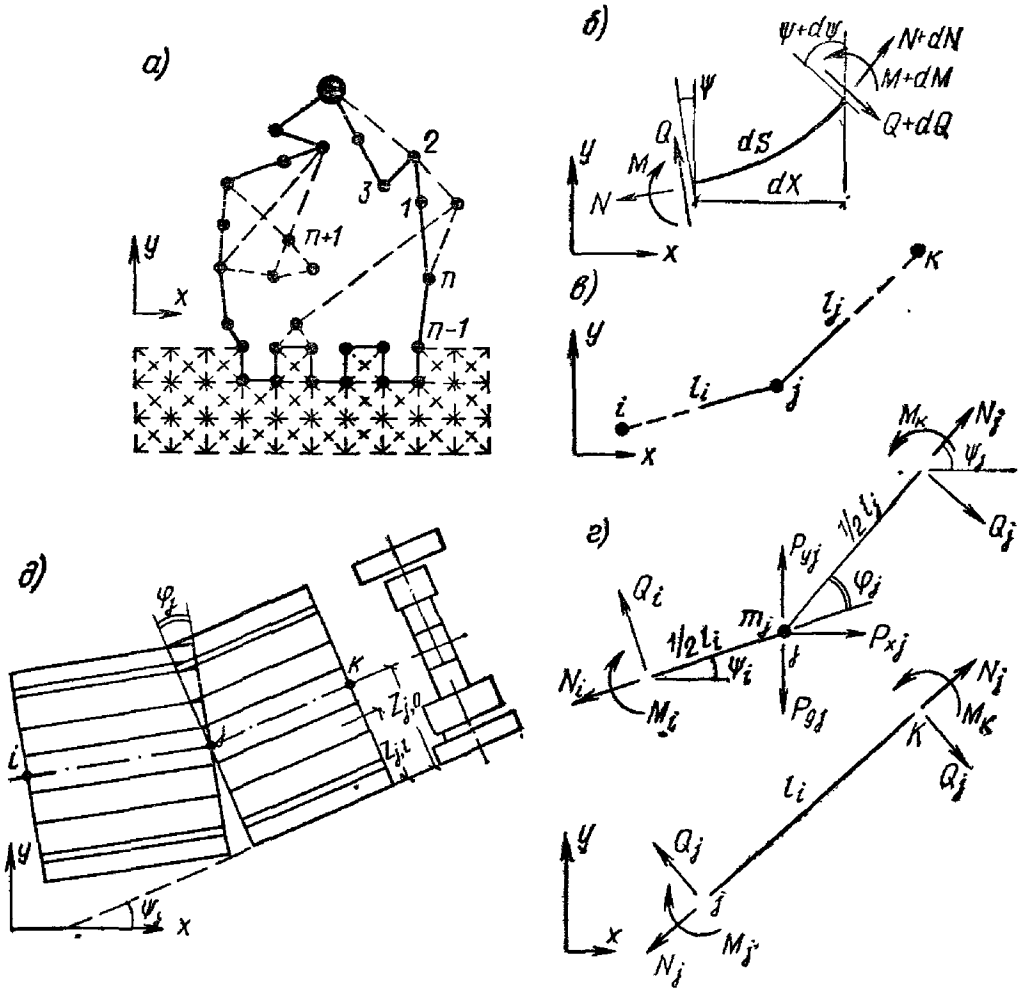


Рис. 11.1. Расчетная схема к программе DYNAMIC

а — общая схема надземного сооружения и аппроксимация грунтового массива основания; *б* — элемент кривого бруса; *в* — стержневая аппроксимация криволинейного элемента; *г* — система сил, действующих на узел и элемент; *д* — схема волокнистого строения элемента

щения узлов. Пример схемы объекта (рис. 11.1, *а*) представляет конструкцию (контур из *n* стержней), впаянную в квадратно-диагональную структуру (решетку), моделирующую грунтовый массив.

Криволинейные конструктивные формы также аппроксимируют ломаной, что позволяет вести расчет рамных, кольцевых, висячих и различных арочных сооружений. Весьма просто схематизируются балки и фермы любой пролетности. Конструктивные параметры объекта могут быть переменными по координатам, т. е. профили сечений и расположение материалов в слоях стержней могут различаться, что позволяет анализировать поведе-

ние железобетонных и достаточно сложных композитных конструкций.

Система уравнений дискретной системы включает уравнения движения узлов, условия совместности, соотношения для вычисления деформаций, уравнения состояния конструкционных материалов и сред.

Уравнения движения узлов дискретной топологически регулярной системы решают методом Рунге — Кутта второго порядка по единому алгоритму на этапе квазистатического расчета «набора веса» при нулевых начальных перемещениях и динамическом этапе с переходными условиями состояния системы, деформированной собственным весом, и возможно со скоростями узлов, вызванными действием импульсивных (ударных) нагрузок. В алгоритме учтены демпфирующие добавки к напряжениям типа искусственной вязкости в методах сквозного счета, слегка размывающие скачки давления в ударных волнах, распространяющихся в стержнях объекта.

Уравнения динамики контура представляют их аналог для кривого бруса (рис. 11.1, *б*). В прямоугольной инерциальной системе координат xy фиксируется начальная геометрия объекта — система узлов и стержней. Узлы контура нумеруют $j=1, 2, ..., n$ против часовой стрелки, а стержни длиной l_j имеют номера узлов, из которых они выходят (рис. 11.1, *в*), причем $i=j-1$, $k=j+1$, но, если $j=n$, то $k=1$ и, если $j=1$, то $i=n$. Нумерация узлов ($j=n+1, ..., n_1$) и элементов $j=n+1, ..., n_2$) решетки произвольная, кроме случая автоматического формирования регулярных сеток. В узлах центрируются инерция кинематика, кривизны, изгибающие моменты и нагрузки; в центрах стержней — осевые деформации, поперечные силы, деформации и напряжения в слоях.

Для элементарной зоны конструкции, содержащей j-тый узел (рис. 11.1, *г*), имеем систему уравнений движения:

$$m_j\ddot{X}_j = N_j\cos\psi_j - N_i\cos\psi_i + Q_j\sin\psi_j - Q_i\sin\psi_i + P_{xj};$$

$$m_j\ddot{Y}_j = N_j\sin\psi_j - N_i\sin\psi_i - Q_j\cos\psi_j + Q_i\cos\psi_i + P_{yj} - P_{gj},$$

где m_j — масса узла как полусумма масс сходящихся стержней и возможно, присоединенной массы среды; X_j, Y_j — координаты узлов; P_{xj}, P_{yj} — суммы проекций усилий в стержнях решетки, а также внешних сил (включая силы взаимодействия со средой), действующих на зоны съема нагрузок стержней, сходящихся в j-тый узел; N_j, Q_j — продольные и поперечные силы; ψ_j — углы наклона стерж

ней к оси x; $P_{gj}=m_j g_0$ — массовые силы; g_0 — ускорение свободного падения; $(\ *\ )^{\cdot} \equiv d(\ *\ )/dt$.

Для узлов решетки используют такие же уравнения при отсутствии поперечных сил. Через координаты X_j, Y_j и скорости $\dot{X}_j$, $\dot{Y}_j$ вычисляют углы ψ_j и углы смежности φ_j. С помощью встроенной в ПЛ/1 функции <ATAN> находят значения $\psi_j=\mathrm{ATAN}(\bar{Y}_j, \bar{X}_j)$ при $\bar{Y}_j=Y_k-Y_j$, $\bar{X}_j=X_k-X_j$. Для определения φ_j сначала вычисляют углы $\bar{\varphi}_j=\mathrm{ATAN}(\bar{Y}_j, \bar{X}_j)-\mathrm{ATAN}(\bar{Y}_i, \bar{X}_i)$, а затем производится корректировка с учетом скачка функции ATAN на 2π при $\bar{X}_j<0$ и переходе $\bar{Y}_j$ через нуль по одной из формул в зависимости от значений $\bar{X}_j$, $\bar{X}_i$, $\bar{Y}_j$, $\bar{Y}_i$, $\bar{\varphi}_j$.

Формулу $\varphi_j=2\pi-|\bar{\varphi}_j|$ используют при выполнении одного из следующих трех наборов условий:

$$1.\ \bar{Y}_i\geqslant 0,\quad \bar{Y}_j\leqslant 0,\quad \bar{X}_i\leqslant 0,\quad \bar{X}_j\leqslant 0;$$

$$2.\ \bar{Y}_i\geqslant 0,\quad \bar{Y}_j\leqslant 0,\quad \bar{X}_i\geqslant 0,\quad \bar{X}_j\leqslant 0,\quad |\bar{\varphi}_j|>\pi;$$

$$3.\ \bar{Y}_i\geqslant 0,\quad \bar{Y}_j\leqslant 0,\quad \bar{X}_i\leqslant 0,\quad \bar{X}_j\geqslant 0,\quad |\bar{\varphi}_j|>\pi,$$

а формулу $\varphi_j=\bar{\varphi}_j-2\pi$ — одного из трех наборов:

$$1.\ \bar{Y}_i\leqslant 0,\quad \bar{Y}_j\geqslant 0,\quad \bar{X}_i\leqslant 0,\quad \bar{X}_j\leqslant 0;$$

$$2.\ \bar{Y}_i\leqslant 0,\quad \bar{Y}_j\geqslant 0,\quad \bar{X}_i\leqslant 0,\quad \bar{X}_j\geqslant 0,\quad \bar{\varphi}_j>\pi;$$

$$3.\ \bar{Y}_i\leqslant 0,\quad \bar{Y}_j\geqslant 0,\quad \bar{X}_i\geqslant 0,\quad \bar{X}_j\leqslant 0,\quad \bar{\varphi}_j>\pi.$$

Для остальных случаев $\varphi_j=\bar{\varphi}_j$. При больших перемещениях, связанных, например, с разрушением части элементов, возможное их схлопывание фиксируется выполнением условия $|\varphi_j|\geqslant\pi$.

Деформации и их скорости вычисляют по формулам:

$$l_j=\sqrt{\bar{X}_j^2+\bar{Y}_j^2},\qquad \dot{l}_j=\left(\bar{X}_j\dot{\bar{X}}_j+\bar{Y}_j\dot{\bar{Y}}_j\right)/l_j,$$

$$\varepsilon_j=\ln\left(l_j/l_j^0\right),\quad \dot{\varepsilon}_j=\dot{l}_j/l_j.$$

Здесь и далее нуликом сверху помечены начальные значения величин.

Для проекций стержней можно записать

$$\bar{X}_j=l_j\cos\psi_j,\quad \bar{Y}_j=l_j\sin\psi_j$$

и после дифференцирования по t получим формулы для угловых скоростей

$$\dot{\psi}_j=\dot{\bar{Y}}_j/\bar{X}_j-\dot{\varepsilon}_j\operatorname{tg}\psi_j\equiv-\dot{\bar{X}}_j/\bar{Y}_j+\dot{\varepsilon}_j/\operatorname{tg}\psi_j,$$

в которых первый член соответствует угловой скорости элемента как твердого тела, а второй учитывает влияние скорости осевой деформации. Первую из формул используют при $|\operatorname{tg}\psi_j|<1$, а вторую — при $|\operatorname{tg}\psi_j|\geqslant 1$, $|\psi_j|\neq \neq\pi/2$. При $|\psi_j|=\pi/2$ $\dot{\psi}_j=-\Delta\dot{\bar{X}}_j/\Delta\bar{Y}_j$. По определению кривизна плоской кривой в точке A дается формулой $K=\lim_{B\to A}(\delta/\widetilde{AB})$, где δ — угол смежности, равный разности углов между осью x и касательными в точках A и B, $\widetilde{AB}$ — длина дуги между указанными точками. Аппроксимирующая формула для «кривизны ломаной» K_j в зоне узла контура $K_j=\varphi_j/A_j$, $A_j=1/2(l_i+l_j)$. Приращение кривизны γ_j, вызванное деформацией, равно разности текущей и начальной кривизны

$$\gamma_j=K_j-K_j^0,\quad \dot{\gamma}_j=\dot{K}_j=\left(\dot{\psi}_j-\dot{\psi}_i-\varphi_j\dot{A}_j/A_j\right)/A_j,\quad \dot{A}_j=1/2\left(\dot{l}_i+\dot{l}_j\right),$$

В слоях сечений (рис. 11.1, *д*) деформации $\varepsilon_{j,e}$ и их скорости определяют по формулам:

$$\varepsilon_{j,e}=\varepsilon_j+\bar{\gamma}_j\left(z_{j,e}-z_{j,0}\right),\qquad \dot{\varepsilon}_{j,e}=\dot{\varepsilon}_j+\dot{\bar{\gamma}}_j\left(z_{j,e}-z_{j,0}\right),$$

$$\bar{\gamma}_j=1/2\left(\gamma_j+\gamma_k\right),$$

где $z_{j,0}$ — координата центра массы сечения; $z_{j,e}$ — координата слоя

Таблица 11.1. **Модели конструкционных материалов и сред**

№ модели	Модель	Имя процедуры
1	Нелинейно-упругая	NIS4
2	Нелинейная упругохрупкая с раскрытием и схлопыванием трещин с залечиванием	NIS3
3	То же, без залечивания трещин	NIS1
4	Нелинейная упругопластическая (Григоряна) [33]	NIS10
5	Упруговязкая	NIS7
6	Упруговязкопластическая [62]	NIS8
7	Упругопластическая с упрочнением и обратной текучестью (Прандтля)	NIS2
8	То же, с динамическим пределом текучести, определяемым по интегральному критерию кинетического типа [77]	NIS31
9	Упругопластическая с динамическим пределом текучести и зависимостью напряжения от скорости пластической деформации [71]	NIS32
10	Мейзинг-типа (Ромберга-Осгуда) [100]	NIS9

Примечание. Указаны соответствующие моделям имена внешних процедур для ЕС ЭВМ на языке ПЛ/1.

Зависимость напряжения от деформации запишем в виде функционала $\sigma = F[\varepsilon(\theta), \theta]_{\theta=0}^{t}$. Напряжения в слоях $\sigma_{j,e}$ определяют по алгоритмам моделей табл. 11.1, проиллюстрированных на рис. 11.2 и соответствующих типам материалов согласно табл. 11.2 с учетом вероят-

Таблица 11.2. **Описание свойств материалов и сред моделями**

Материал, среда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Прокат стальных конструкций	+						+	+	+	+
Арматура железобетонных конструкций	+						+	+	+	+
Серый чугун — отливки	+		+							
Канаты стальные, пучки и пряди из канатной проволоки	+				+		+			
Дюралюмины	+		+				+			+
Бетон (в бетонных и железобетонных конструкциях), керамика, стекло	+		+		+	+				
Скальные породы	+		+	+	+	+				
Мягкие грунты маловлажные	+	+		+	+	+				
Водонасыщенные грунты	+	+								
Мерзлые грунты	+		+	+	+	+				
Материалы на основе полимеров	+		+		+	+	+			
Древесные материалы	+		+		+					

ных диапазонов интенсивности нагрузки, температуры, а для грунтов также структуры, пористости, влажности и других факторов.

Нормальные силы и изгибающие моменты в стержнях контура определяют суммированием элементарных усилий и моментов для $P(j)$ слоев с площадями $F_{j,e}$ $N_j = \sum\limits_{P(j)} F_{j,e}\sigma_{j,e}$, $\overline{M}_j = \sum\limits_{P(j)} F_{j,e}\sigma_{j,e}(z_{j,e} - z_{j,0})$. Изгибающие моменты, центрированные в узлах, определяют интерполяцией $M_j = \overline{M}_i + (\overline{M}_l - \overline{M}_i)/(1 + l_l/l_i)$, а поперечные си-

лы — из условия равновесия стержня $Q_j = (M_k - M_j)/l_j$. На каждом временно́м цикле в связи с возможностью частичного разрушения корректируют осевую линию контура. При сохранении в стержне контура только одного слоя сечение становится безмоментным, а при полном разрушении обращаются в нуль внутренние усилия, и стержень выключается из работы.

В стержне решетки, соединяющем два узла контура, усилие определяется от перемещений этих двух узлов,

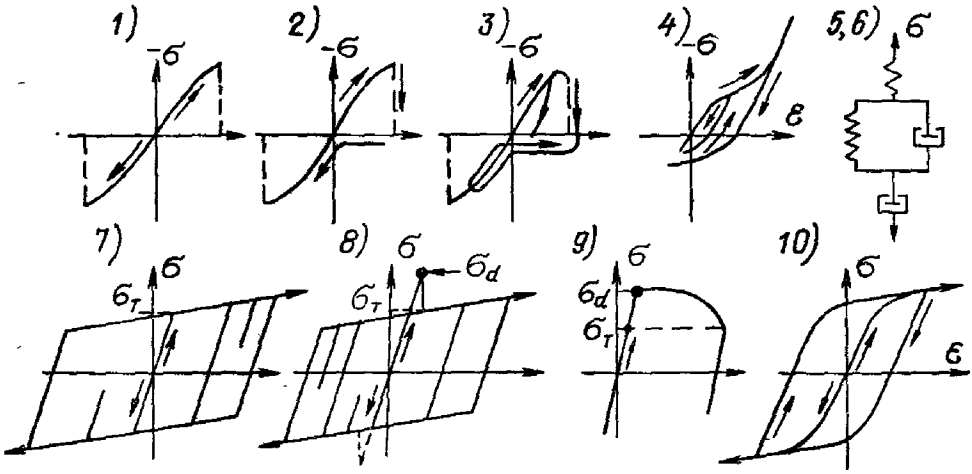


Рис. 11.2. Схемы, иллюстрирующие модели материалов

1—3 — нелинейные упругохрупкие, 4 — упругопластическую (Григоряна), 6 — упруговязкие, 7—10 — упругопластические различных типов

а затем компоненты усилия по осям передаются на указанные узлы. При наличии узлов решетки вычисляются усилия в ее стержнях от деформаций контура. Определяются параметры движения узлов решетки. Уточняются усилия в решетке от движения ее узлов и эти значения усилий передаются на контур. Смещения узлов решетки определяются решением системы уравнений движения этих узлов. Если размеры элементов решетки заметно меньше элементов контура, то возможно, что требуемый шаг счета по времени для узлов решетки Δt_p мельче шага счета для узлов контура $\Delta t_к$. При этом для узлов решетки решение ведется с более мелким шагом, чем для контура, причем $\Delta t_к/\Delta t_p$ — целое число. Этим достигается экономия машинного времени.

Статический расчет объекта (в процессе набора веса элементами конструкции до номинала к моменту $t_к$) осу-

ществляется с использованием релаксационной зависимости $g(t)$, удовлетворяющей условиям $g(0)=g(0)=$ $=g''(0)=g(t_к)=g''(t_к)=0, g(t_к)=g_0$ при повышенных параметрах демпфирования, уменьшающих динамические эффекты и минимизирующих время $t_к$. Приближенное значение $t_к$ соответствует времени 5—10 пробегов упругой волны вдоль вертикального габарита объекта. Скорости узлов от возможных ударных и волновых импульсов вводят при $t=t_к$ в начале динамического расчета.

Нагрузки на объект вырабатываются в результате взаимодействия с воздушной ударной волной и окружающим грунтом. Нагрузки от ударной волны вычисляют по методике п. 2.3 со взвешиванием узловых нагрузок с учетом сдвига по фазе в связи с набеганием волны на объект. Сейсмические возмущения вводят таблично (см. п. 2.5) как функции времени для ускорений узлов контура области грунтового массива с учетом продвижения волнового фронта. При ударах объекта движущимися массами их величины добавляют к массам соответствующих узлов. Начальную скорость V_j ударяемого узла с массой m_2 определяют по формуле $V_j=V_1/(1+m_2/m_1)$, где V_1 — скорость удара массой m_1.

В процессе счета анализ малоцикловой усталости элементов, важный при сейсмических воздействиях, ведут как для условий одноосного напряженного состояния по критерию [100]

$$\sum_i (\Delta_{pi}/\varepsilon_{ni})^z = 1, \quad z = 1 - 0{,}86\Delta_{ni}/\Delta_{pi},$$

где Δ_{pi} — разность максимума и минимума пластической деформации при i-той перемене знака; ε_{ni} — предельная пластическая деформация, растяжения, соответствующая пластической деформации от предварительного сжатия для i-того цикла ($\varepsilon_{ni}\sim 0{,}85$); Δ_{ni} — пластическая деформация от предварительного сжатия, возникшая до появления растягивающей пластической деформации цикла (рис. 11.3).

Расчет сжатых стержней на устойчивость выполняют согласно действующим СНиПам. Кроме того, предусмотрен расчет центрально-сжатых стержней решетки с использованием линейной зависимости Тетмайера — Ясинского (за пределом упругости)

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda \quad (\lambda < \lambda_* = \pi\sqrt{E/\sigma_y}),$$

где σ_y — предел упругости; E — модуль Юнга; $\lambda=l/r$ — гибкость (наименьшая); a, b — экспериментальные коэффициенты, $r=\sqrt{I/F}$ — радиус инерции сечения.

Для сшивания с эйлеровым напряжением для упругого стержня

$$\sigma_э = \pi^2 E/\lambda^2 \quad (\lambda \geqslant \lambda_*)$$

полагается, что при $\lambda=\lambda_*$ $\sigma_{кр}=\sigma_э=\sigma_y$, а при $\lambda\to 0$ $\sigma_{кр}=\sigma_в=a$, т. е. $b=(\sigma_в-\sigma_y)/\lambda_*$, $\sigma_{кр}=\sigma_в-(\sigma_в-\sigma_y)\lambda/\lambda_*$ или $\varphi \equiv \dfrac{\sigma_{кр}}{\sigma_в} = 1 - \dfrac{1-\sigma_y/\sigma_в}{\pi\sqrt{E/\sigma_y}}\lambda$ $(\lambda<\lambda_*)$,

где $\sigma_в$ — временное сопротивление.

Алгоритм сводится к следующему. По данным l, r, l σ_y, $\sigma_в$ вычисляют λ, λ_*, $\sigma_э$, φ, $\sigma_{кр}=\varphi\sigma_в$. Разрушение фиксируется: а) если $\lambda\geqslant\lambda_*$ и $\sigma>\sigma_э$; б) если $\lambda<\lambda_*$ и $\sigma>\sigma_{кр}$.

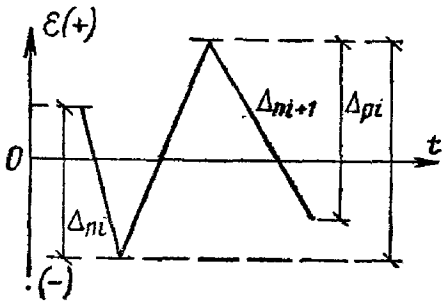


Рис. 11.3. Параметры режима $\varepsilon(t)$ к контролю малоцикловой усталости

Демпфирующие (вязкие) добавки к напряжениям в слоях сечений могут быть линейными $\sigma_1=\mu_1\dot{\varepsilon}$, квадратичными $\sigma_2=\mu_2\dot{\varepsilon}$ [115, 126] или комбинированными $\sigma_3=\sigma_1+\sigma_2$, где $\mu_1=\dfrac{1}{5}l_0\sqrt{\rho E}$, $\mu_2=2\rho l_0^2|\dot{\varepsilon}|$ — коэффициенты вязкости. Для упругих конструкций предусмотрен вариант вычисления внутренних усилий через кривизны γ и осевые деформации ε по формулам:

$$M = EI\gamma + \mu_1 I\dot{\gamma}; \quad N = EF\varepsilon + \mu_1 F\dot{\varepsilon},$$

где вторыми членами учтено вязкое линейное демпфирование.

Условие устойчивости численного счета накладывает ограничение на шаг счета Δt. Наиболее целесообразно использование условия устойчивости Куранта в комбинации с дополнительным условием, вытекающим из анализа уравнений колебаний сжато-изогнутых стержней [115], а именно условием невозрастания компонент Фурье:

$$\mu \leqslant 1 \quad (\mu^2 \geqslant 2\nu^2),$$
$$(\mu/(2\nu))^2 + \nu^2 \leqslant 1 \quad (\mu^2 \leqslant 2\nu^2),$$

$$\mu = \frac{2a}{\Delta l^2}\Delta t, \quad \nu = \frac{b}{2\Delta l}\Delta t, \quad a = \sqrt{EI/(\rho F)}, \quad b = \sqrt{E/\rho},$$

где I, F — момент инерции и площадь сечения, E — модуль Юига, ρ — плотность; Δl — размер элемента.

Эти условия должны минимизировать Δt по всей системе элементов контура. Для элементов решетки используют условие Куранта, и берут минимальное Δt.

Раскрывая выписанные условия, запишем ограничения на шаг счета (с коэффициентом $1/3$, учитывающим вязкие добавки)

$$\Delta t_1 \leqslant \frac{1}{6}\Delta l^2\sqrt{\rho/E}/i \quad (\Delta l/i \leqslant 2{,}824, \quad i = \sqrt{I/F}),$$

$$\Delta t_2 \leqslant \frac{2}{3}\Delta l\sqrt{\rho/E}\sqrt{1-(2i/\Delta l)^2} \quad (\Delta l/i > 2{,}824).$$

Формула для Δt_1 соответствует условию Неймана для упругих балок без учета продольных усилий. Так как, по Куранту, с учетом коэффициента $1/3$

$$\Delta t_0 = \frac{1}{3}\Delta l\sqrt{\rho/E},$$

то $K_1 = \dfrac{\Delta t_1}{\Delta t_0} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta l}{i}$, $\quad K_2 = \dfrac{\Delta t_2}{\Delta t_0} = 2\sqrt{1-K_1^{-2}}$.

Минимизируя K_1 по всем элементам контура (кроме фиктивных), имеем $(K_1)_{min}$. Ограничение для Δt_1 дает $\Delta l/i = 2K_1 \leqslant 2{,}824$ или $K_1 \leqslant 1{,}412$. Практический интерес представляет условие $K_1 < 1$, соответствующее переходу на шаг счета $\Delta t_1 < \Delta t_0$. Условие для Δt_2 всегда является менее жестким, чем условие Куранта, так как $K_2 > 1$. Так как при разрушении части сечения элемента радиус инерции i убывает, то в процессе счета не появляется необходимость дальнейшего уменьшения шага.

Алгоритм автоматического выбора шага Δt таков. Вычисляется минимальное (по всем элементам системы) значение Δt_0. Далее в цикле по n элементам контура определяется $K = (\Delta l/i)_{min}$. Если $K_1 = K/2 < 1$, то принимается $\Delta t = K_1\Delta t_0$. Иначе сохраняется шаг счета Δt_0. Поскольку формула для K_2 дает значение $K_2 > 1{,}41 > 1$ (при $K_1 > 1{,}412$), то второе условие не проверяется. Полученные ограничения относятся к упругим элементам. Так как, например, при деформации металла за пределом упругости, а также бетона и других материалов проявв-

ляются свойства, отвечающие мягким диаграммам $\sigma-\varepsilon$, т. е. убыванию мгновенного модуля E, то вычисленное значение Δt при развитии деформаций будет обеспечивать устойчивость решения с запасом.

Описанный метод реализован в виде программного комплекса DYNAMIC [54, 83, 140] для ЕС ЭВМ, состоящего из 78 модулей на языке ПЛ/1, снабжен необходимым сервисом и обладает большими возможностями, в частности, связанными с прерыванием и продолжением счета, т. е. анализом конструкций на повторные воздействия с учетом остаточных деформаций и напряжений от прошлых нагрузок.

11.2. Расчет упругопластических конструкций по программе KONTUR

Проблемно-ориентированный программный комплекс DYNAMIC модульного типа. На базе полного комплекта модулей основной версии могут быть сформированы программы для решения частных задач. Одна из таких программ KONTUR предназначена для расчета криволинейных упругих и упругопластических конструкций (без решетки) с анализом перехода сечения в пластическую стадию по соотношению между внутренними усилиями.

Переход сечения конструкции из упругой стадии работы в пластическую осуществляется постепенным распространением пластических деформаций от крайних фибр к внутренним слоям сечения, пока пластическими деформациями не будет охвачено все сечение, что соответствует его «предельному состоянию». Часто в целях упрощения расчета полагают, что переход сечения от упругой стадии к пластической происходит мгновенно. При этом предельное состояние сечения определенной формы характеризуется предельными значениями внутренних усилий — изгибающего момента M, продольной N и поперечной Q сил, связанных соотношением, которому соответствует предельная поверхность $F_1(M, N, Q)=0$. Максимальное значение предельного пластического момента $M_{max}=M_0$ достигается в сечении, работающем в условиях чистого изгиба — при отсутствии продольной и поперечной сил. В общем случае появление этих сил вызывает уменьшение предельного момента M, причем влияние продольной силы обычно более существенно, чем поперечной. В дальнейшем будем пренебрегать влия-

нием поперечной силы и упругопластической стадией работы сечения, полагая, что переход из упругой стадии в пластическую соответствует предельному состоянию сечения, характеризуемому соотношением

$$F_0(X,Y)=0, \quad X=N/N_0, \quad Y=M/M_0, \tag{11.1}$$

где M_0 — предельный пластический момент для сечения при отсутствии продольной силы; N_0 — предельная продольная сила для сечения площадью F при отсутствии изгибающего момента, $N_0=F\sigma_т$.

Предельное значение изгибающего момента $M_т$ по упругому моменту сопротивления W $M_т=\sigma_т W$ соответствует достижению предела текучести $\sigma_т$ в наиболее удаленной от нейтральной оси фибре сечения. Значение $M_0=M_т$ имеет место для идеального двутавра и (приближенно) для слабоармированных изгибаемых железобетонных элементов с одиночной арматурой в растянутой зоне. Для реальных профилей $M_0>M_т$. По аналогии с упругим вводят пластический момент сопротивления $W_{пл}$ и коэффициент формы сечения $K_1\geqslant 1$ $K_1=M_0/M_т=W_{пл}/W$.

Функция (11.1) представляет замкнутую кривую, ограничивающую область упругого состояния сечения. В табл. 11.3 приведены значения W, K_1 и F_0 для некоторых сечений [39]. Если сечение обладает двойной симметрией и материал ведет себя идентично при растяжении и сжатии, то предельная кривая (11.1) также будет симметричной относительно осей X и Y и достаточно F_0 фиксировать в одном квадранте (рис. 11.4, *а*). Для кривизны K_r элемента, относительно удлинения ε_0 его оси и уравнения (11.1) существует связь

$$\varepsilon_0/K_r=-dM/dN. \tag{11.2}$$

Согласно (11.2) вектор скорости обобщенного пластического перемещения элемента является внешней нормалью к предельной кривой (11.1), т. е. соотношение (11.2) является обобщением основного принципа теории пластического течения на случай сжато-изогнутых стержней. (В теории пластического течения на основании термодинамического постулата Друкера доказывается, что вектор скорости пластической деформации нормален гладким участкам поверхности текучести в пространстве напряжений).

На основании [126] внутренние усилия в сечении определяют в такой последовательности. Изгибающий момент M и нормальную силу N вычисляют как для упру-

ТАБЛИЦА 11.3 ПАРАМЕТРЫ СЕЧЕНИЙ

СЕЧЕНИЕ	W	K_1	F_0
	$1/2\,Fh$	1	$Y+\lvert X\rvert-1=0$
	$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\frac{f}{F}\right)Fh$	1–1,5	$Y+\left(\frac{f}{F}\left(2-\frac{f}{F}\right)\right)^{-1}\cdot X^2-1=0 \quad \left(0\leqslant\lvert X\rvert\leqslant\frac{f}{F}\right),\ \left(1-\frac{1}{2}\frac{f}{F}\right)Y+\lvert X\rvert-1=0 \quad \left(\frac{f}{F}\leqslant\lvert X\rvert\leqslant 1\right)$
	$1/6\,Fh$	1,50	$Y+X^2-1=0$
	$1/2\,Fh$	2	$Y-(1-\lvert X\rvert)(3-2\sqrt{1-\lvert X\rvert})=0$
	$1/4\,Fh$	1,27	$Y-\cos\frac{\pi}{2}X=0$
	$1/8\,Fh$	1,70	$\sqrt[3]{Y}\sqrt{1-Y^{2/3}}+\arccos\sqrt[3]{Y}-\frac{\pi}{2}\lvert X\rvert=0$
	$\frac{f_1}{F}Fh$	1	$Y-\left(\frac{F}{f_1}-1\right)(X+1)=0 \quad \left(-1\leqslant X\leqslant -1+2\frac{f_1}{F}\right),\quad Y+X-1=0 \quad \left(-1+2\frac{f_1}{F}\leqslant X\leqslant 1\right)$
	$5/36\,Fh$	1,80	$Y-(1+X)(1-2X)=0 \quad (-1\leqslant X\leqslant 0),\quad Y+X-1=0 \quad (0\leqslant X\leqslant 1)$
	$1/12\,Fh$	2,34	$Y-\left(\sqrt{2}-\sqrt{1+X}\right)(1+X)/(\sqrt{2}-1)=0$
	$1/3\,Fh$	1,125	$Y+\frac{4}{3}X^2-1=0 \quad \left(0\leqslant X\leqslant\frac{1}{2}\right),\quad \frac{3}{4}Y+X-1=0 \quad \left(\frac{1}{2}\leqslant X\leqslant 1\right)$

ПРИМЕЧАНИЯ: ДЛЯ ДВУТАВРА $K_1=3/2\,(2-f/F)/(3-2f/F)$; f – ПЛОЩАДЬ СТЕНКИ;
F – ПЛОЩАДЬ; h – ВЫСОТА СЕЧЕНИЯ; f_1 – ПЛОЩАДЬ МЕНЬШЕГО ПОЯСКА

гих элементов. Затем проверяют условие (11.1). Если точка $P_и(X_н, Y_н)$ расположена внутри области, ограниченной кривой (11.1), сечение работает упруго, в противном случае имеет место пластическое состояние материала сечения и производится корректировка значений M и N приведением их к предельной кривой F_0 перемещением точки $P_н$ по нормали к F_0.

Алгоритм вычисления внутренних усилий, реализуемый на ЭВМ, сводится к следующему. Если сечение не

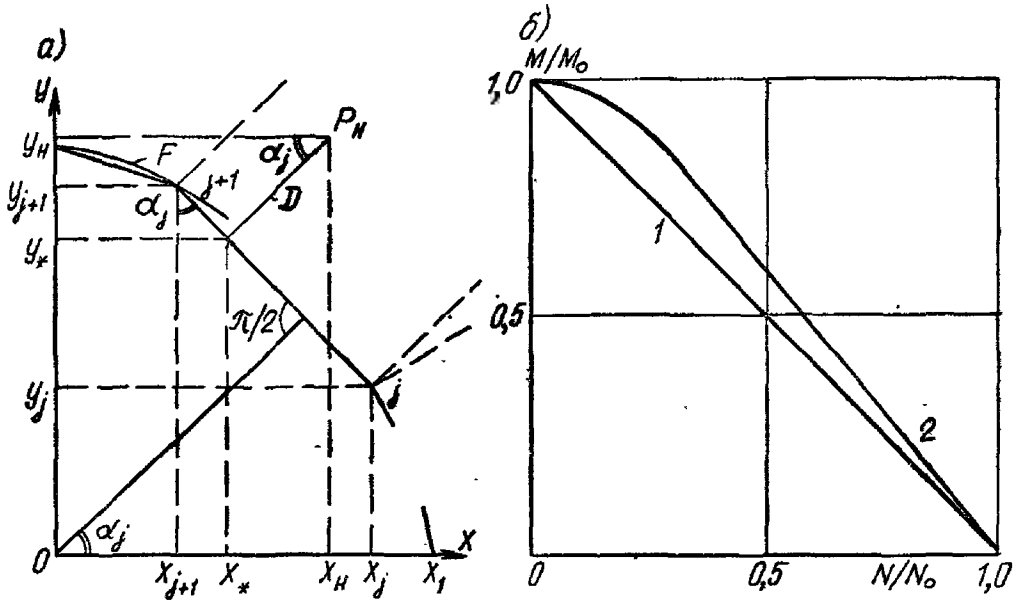


Рис. 11.4. Схема к корректировке внутренних усилий на предельную кривую при ее кусочно-линейной аппроксимации (*а*); предельная кривая для идеального двутавра *1*, двутаврового прокатного сечения *2* (*б*)

обладает симметрией или материал работает различно на растяжение и сжатие, задают F_0 для всех квадрантов, но расчет ведут (как в случае задания для одного квадранта при наличии симметрии) с преобразованием на первый квадрант и возвращением в квадрант, откуда был начат расчет.

Отображение предельной кривой на первый квадрант аппроксимируется ломаной (рис. 11.4, *а*). Угловые точки нумеруют $j=1, 2, ..., k$ с обходом против часовой стрелки, $j=1$ соответствует пересечению F_0 с положительным направлением оси X. Номер отрезка ломаной совпадает с номером угловой точки, из которой он выходит. Для каждого элемента конструкции в цикле по k участкам проверяют наличие выброса за пределы F_0 в область не-

допустимых состояний. Запоминают знаки $\operatorname{sgn} X_в$, $\operatorname{sgn} Y_в$ исходных величин N/N_0, M/M_0, полученных упругим расчетом, которые отображают на первый квадрант в точку $X_н=|X_в|$, $Y_н=|Y_в|$. Вычисляют расстояние D от входной точки $P_н(X_н, Y_н)$ до прямой j-того участка по ее нормальному уравнению

$$D_j=(X_н-X_j)\cos\alpha_j+(Y_н-Y_j)\sin\alpha_j,$$

где X_j, Y_j — координаты угловой точки отрезка; α_j — угол между нормалью к отрезку и осью X.

При $D_j>0$ точка $P_н$ и начало координат находятся по разные стороны от j-того отрезка. Координаты проекции $P_н$ на j-тый отрезок

$$X_*=X_н-D_j\cos\alpha_j,\quad Y_*=Y_н-D_j\sin\alpha_j.$$

При $D_j>0$ выброс произошел на j-том участке, если $A<Y_н\leqslant B$, где $A=Y_j+(X_н-X_j)\operatorname{tg}\alpha_j$, $B=Y_{j+1}+(X_н-X_{j+1})\operatorname{tg}\alpha_j$, или в зоне j-той угловой точки, если $B\leqslant Y_н<C$, где $C=Y_{j+1}+(X_н-X_{j+1})\operatorname{tg}\alpha_{j+1}$. В первом случае откорректированные значения усилий $X_к=X_*$, $Y_к=Y_*$, а во втором $X_к=X_j$, $Y_к=Y_*$. Для возврата в исходный квадрант значения $X_к$, $Y_к$ умножаются на соответствующие знаки $\operatorname{sgn} X_в$, $\operatorname{sgn} Y_в$. Вязкие добавки коррекции не подлежат.

11.3. Примеры расчета

Для иллюстрации работы комплекса DYNAMIC рассмотрим примеры расчета сжато-изогнутых конструкций и моделирование грунтового массива стержневой системой.

1. Расчет сооружения с остовом из круговых арок радиусом R и высотой $H=R=5$ м с плоским полом на действие воздушной ударной волны $\Delta P_ф=0{,}25$ МПа, $\tau_+=0{,}5$ с. Волна набегает на сооружение, ортогонально его продольной оси, причем учитывается дифракция волны в результате ее взаимодействия с аркой (см. п. 2.3). Арки совместно с полом выполнены из стальных двутавров № 40, установленных вплотную, что соответствует ширине съема нагрузки 15,5 см на каждую арку при погонной массе 57 кг/м. Расчеты выполнены в двух вариантах: а) по программе DYNAMIC с использованием гипотезы о волокнистом строении стержней и модели материала NIS2 (диаграмма Праидтля) без упрочнения; б) по программе KONTUR, с учетом предельной кривой текучести M—N (11.1) для двутаврового сечения. Значения констант $E=2{,}06\cdot10^5$ МПа, $I=1{,}91\cdot10^4$ см^4, $F=72$ см^2, $\sigma_т=230$ МПа. Для варианта а) сечение разбито на 6 слоев, причем каждая из полок представлена слоем $15{,}5\times1{,}3=20{,}15$ см^2. Для варианта б) принято $M_0=1{,}15\,\sigma_т W=0{,}253$ МН·м, $N_0=\sigma_т F=1{,}64$ МН. Конструкция аппроксимирована 30 элементами, а ее криволинейная часть — 15. Опорные узлы арки приняты неподвижными.

Результаты расчета приведены на рис. 11.5, из которого видна степень сходимости вариантов. Расчет по варианту б) дает повышенные значения перемещений, т. е. содержит некоторый запас.

2. Расчет динамической устойчивости упругого стержня с начальной погибью. Данная задача в различной постановке изучалась М. А. Лаврентьевым, А. Ю. Ишлинским, А. С. Вольмиром и другими авторами. Было установлено теоретически и экспериментально

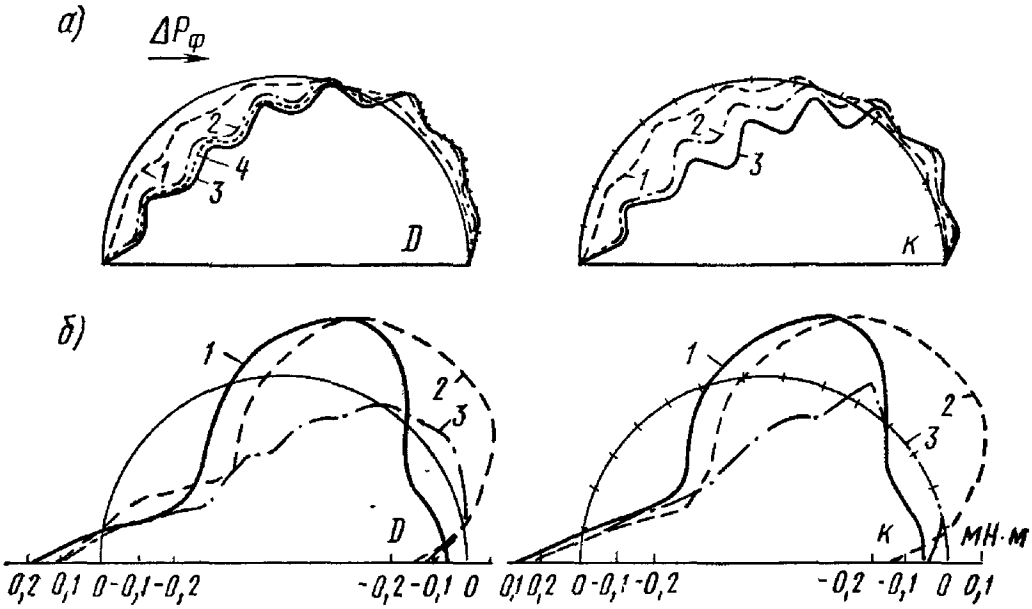


Рис. 11.5. Результаты расчета упругопластической арки на действие воздушной ударной волны с учетом дифракционного и квазистационарного обтекания

а — деформации бесшарнирной арки при действии ударной волны в моменты времени $t=0{,}042$ с (кривая *1*); 0,084 с (кривая *2*), 0,12 с (кривая *3*), 0,441 с (кривая 4), полученные расчетом по программе DYNAMIC (помечено буквой *D*) и KONTUR (K), перемещения увеличены в 2 раза; *б* — эпюры изгибающих моментов, построенные на исходном контуре арки при $t=0{,}012$ с (кривая *1*), 0,03 с (кривая *2*) и 0,12 с (кривая *3*)

[26, 27], что с ростом скорости нагружения упругого стержня, например путем принудительного сближения его концов, возрастает воспринимаемое стержнем усилие, которое может существенно превышать эйлерову нагрузку, тем больше, чем меньше начальная погибь. В опытах при продольном ударе были также зафиксированы поперечные колебания с образованием в зависимости от гибкости стержня различного числа полуволн с переходом на одну полуволну.

По программе DYNAMIC проведен расчет динамической устойчивости упругого стержня при действии продольного удара с различными скоростями большой массы, прилипающей к стержню и обеспечивающей практически постоянную скорость средней относительной деформации ε за весь период наблюдения. Стержень длиной $l=2{,}4$ м с шарнирами по концам оперт при $x=l$ на жесткую преграду. По концу $x=0$ осуществляли удар жесткой массой. Стержню задавалась начальная погибь по второй форме статического равновесия. Модуль упругости материала $E=2{,}06\cdot10^5$ МПа,

плотность $\rho=7850$ кг/м^3. Момент инерции и площадь сечения $I=115$ см^4, $F=26{,}8$ см^2 (радиус инерции $i=\sqrt{I/F}=2{,}07$ см, гибкость $\lambda=l/i=116$). Отношение амплитуды δ начальной погиби к радиусу инерции и пролету $\delta/i=0{,}116$, $\delta/l=0{,}001$. Время пробега упругой волны вдоль стержня $\tau=4{,}7\cdot10^{-4}$ с, периоды собственных поперечных колебаний стержня (без учета продольной снлы) по первым двум формам $T_{(1)}=3{,}46\cdot10^{-2}$ с, $T_{(2)}=8{,}65\cdot10^{-3}$ с.

В результате решения получена сложная картина вибраций стержня, связанная с продольными и изгибными волнами. На рис. 11.6 показано изменение продольной силы при ударах с начальными скоростями $V_0=1$ и 3 м/с, что соответствует $\varepsilon^{\cdot}=0{,}417$ и $1{,}25$ с$^{-1}$. Как видно, на начальном этапе постепенного роста нагрузки ее

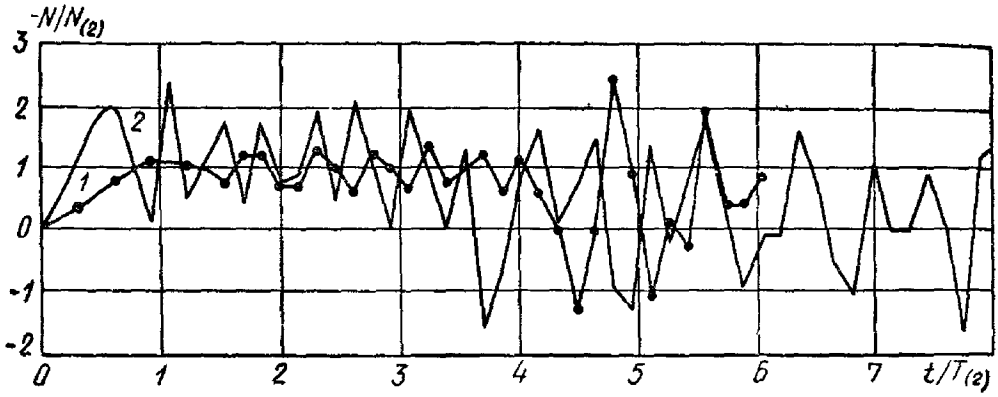


Рис. 11.6. Изменение продольной силы в стержне с начальной погибью по второй форме равновесия при продольном ударе со скоростью $V_0=1$ м/с (кривая *1*) и 3 м/с (кривая *2*). Эйлерова снла $N_{(1)}=1/4N_{(2)}$

максимумы соответственно превысили эйлерову силу в 4,5 и 8 раз. Предельное сжимающее усилие по второй форме при $\varepsilon^{\cdot}=0{,}417$ с$^{-1}$ превышено незначительно, тогда как при $\varepsilon^{\cdot}=1{,}25$ с$^{-1}$ превышено в два раза, что объясняется поддерживающим влиянием инерции поперечных смещений стержня. Далее для обоих вариантов удара наблюдается (рис. 11.7) колебательная неустойчивость с переходом от двух полуволн к одной примерно через четыре периода собственных колебаний по второй форме. При этом в стержне появляются периодически растягивающие усилия. Полученные результаты согласуются с данными [26, 27].

3. Расчет упругой однопролетной шарнирно опертой балки на действие равномерно распределенного мгновенного импульса $S=218$ Н·с/м. При действии равномерно распределенного импульса балка (кроме опорных точек) приобретает начальную скорость $V_0=S/m$, где m — погонная масса. Аналогичная ситуация имеет место при ударе балки, движущейся со скоростью V_0, ортогонально своей оси, о жесткие опоры. Начальные условия задачи $Y(X,\ 0)=0$ $(0\leqslant X\leqslant l)$, $V(X,\ 0)=V_0$ $(0<X<l)$, $V(0,\ 0)=V(l,\ 0)=0$.

Пролет балки $l=2$ м, плотность материала $\rho=8\cdot10^3$ кг/м^3, модуль упругости $E=2{,}1\cdot10^5$ МПа, площадь сечения $F=26{,}3$ см^2, момент инерции сечения $I=1{,}809\cdot10^3$ см^4, частота $\omega=\pi^2l^{-2}\sqrt{EI/(\rho F)}=$

$=1{,}04\cdot10^3$ рад/с, $V_0=10{,}4$ м/с. Результаты расчета представлены на рис. 11 8 для различных моментов времени.

Расчеты, проведенные при разбиении балки на 16, 32 и 64 элемента, показали, что заметное различие в решении наблюдается только в изгибающих моментах. При увеличении числа элементов от 32 до 64 различие в моментах было несущественным. Макси-

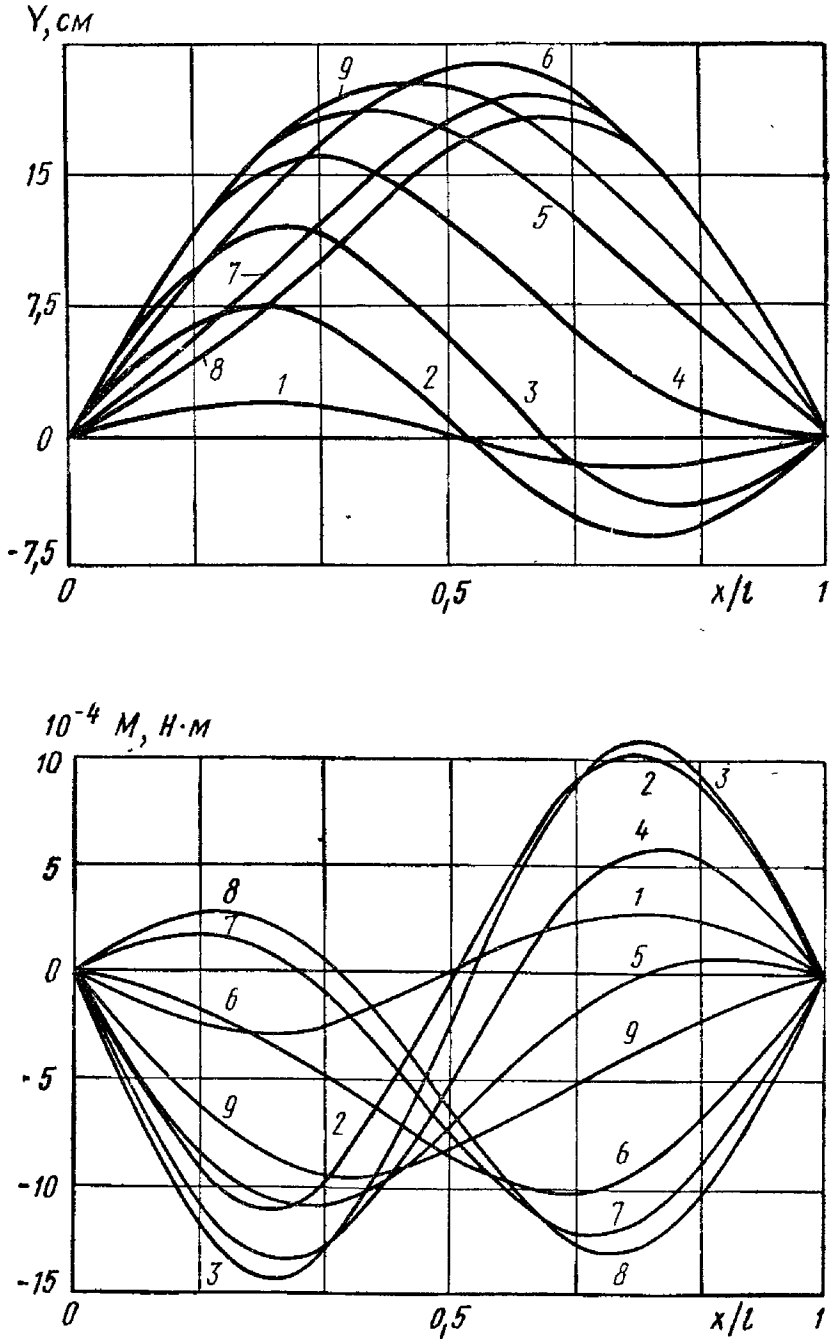


Рис. 11 7. Перестройка упругой линии стержня Y в диапазоне колебательной неустойчивости при $V_0=1$ м/с и $t/T_2=1{,}09$; 3,26; 3,88; 4,19; 4,34; 4,50; 5,66; 5,00; 5,28 (кривые *1—9*) и эпюры изгибающих моментов M

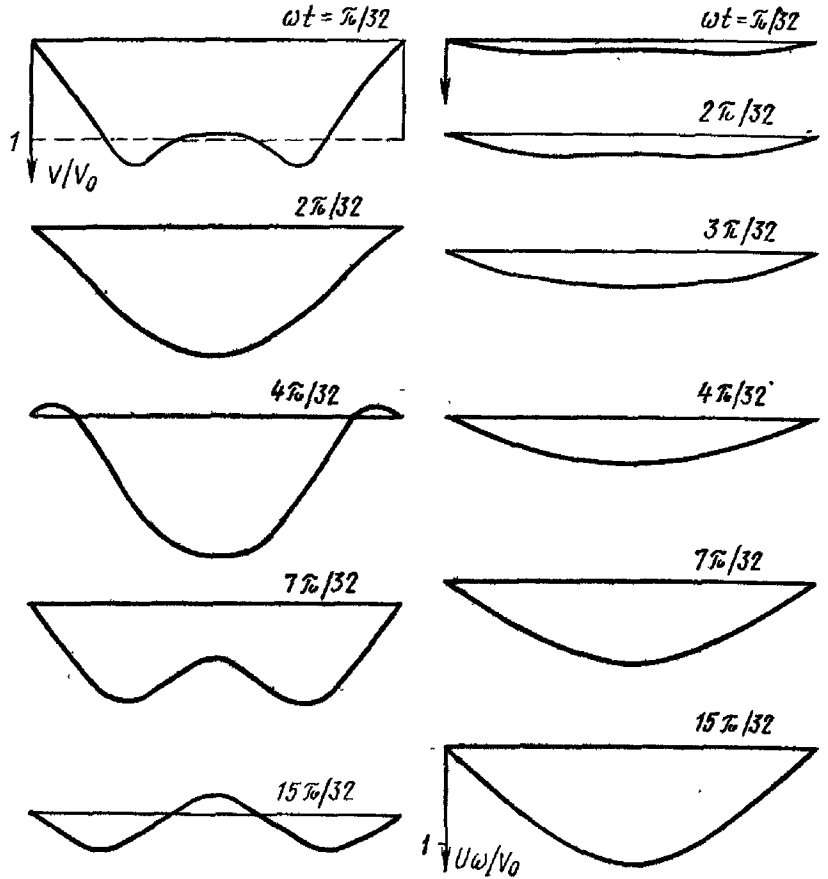
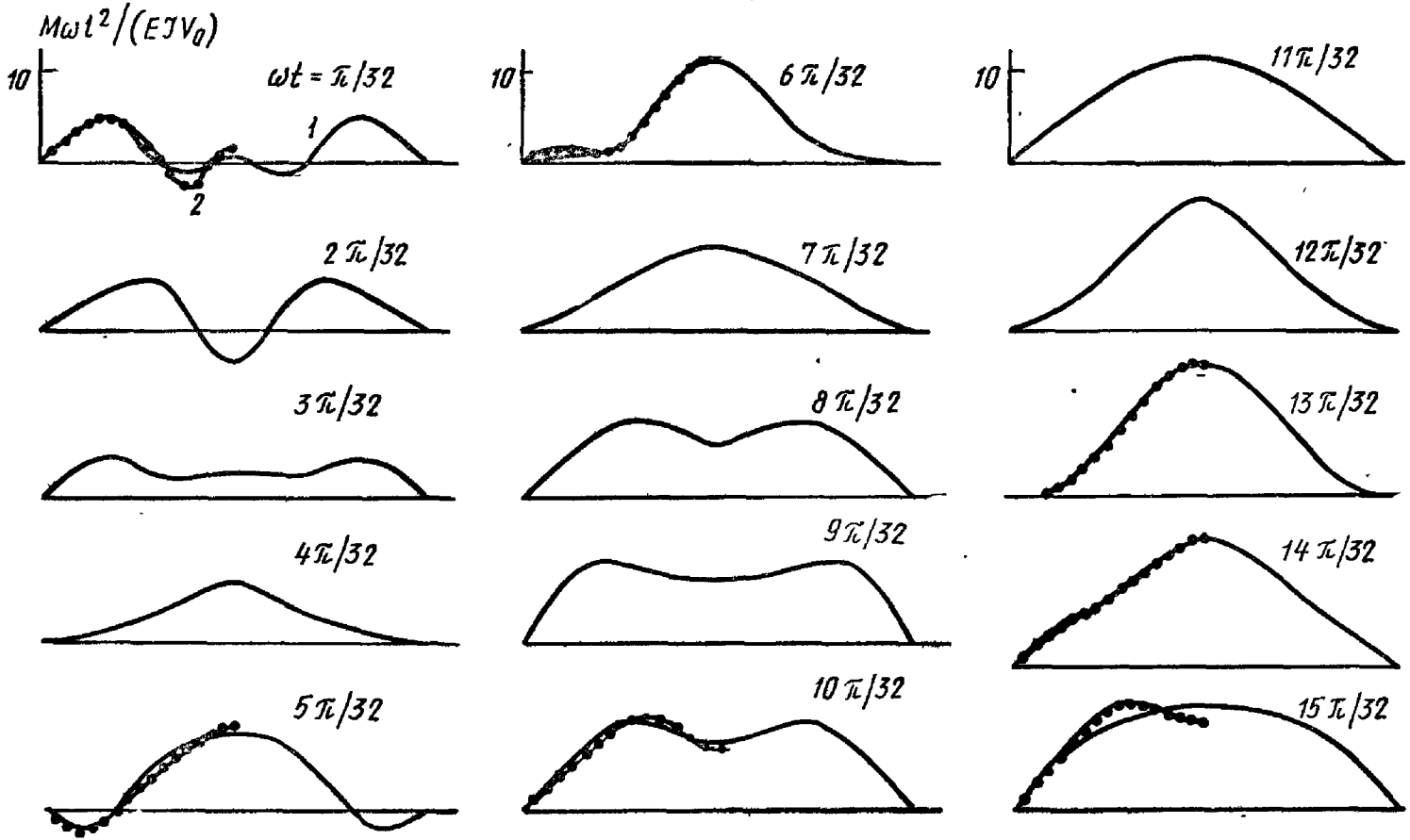


Рис. 11.8. Эпюры скоростей V, прогибов U и изг ющих моментов M балки под действием мгнове го импульса; в расчете использовано 16 (кривые 32 элемента (кривые 2)


$M\omega t^2/(EJV_0)$
10
$\omega t = \pi/32$
1
2
$2\pi/32$
$3\pi/32$
$4\pi/32$
$5\pi/32$
10
$6\pi/32$
$7\pi/32$
$8\pi/32$
$9\pi/32$
$10\pi/32$
10
$11\pi/32$
$12\pi/32$
$13\pi/32$
$14\pi/32$
$15\pi/32$

мальное значение прогиба $U_m = 1{,}26$ см достигнуто при $\omega t = 3/16\pi$. Максимум изгибающего момента $M_m = 1{,}42 \cdot 10^5$ Н·м достигнут при $\omega t = 13/32\pi$.

Решение аналогичной задачи в рядах получено Бндерманом [103]. При использовании 17 членов ряда максимальные значения прогиба и момента $U_m = 1{,}1 \cdot 4\, V_0/(\pi\omega) = 1{,}40$ см, $M_m = 1{,}154 \times 4\pi EIV_0/(\omega l^2) = 1{,}35 \cdot 10^5$ Н·м, т. е. прогиб в численном решении меньше на 10, а момент больше на 4,8 %.

Групповая скорость C изгибных волн в цилиндрических стержнях (с отношением радиуса к длине волны более 0,15) находится в диапазоне $C_s < C < S_2$, где C_s — скорость волны Релея; S_2 — скорость волны сдвига. В среднем $C/C_0 \sim 0{,}6$ ($C_0 = \sqrt{E/\rho}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0{,}29$), т. е. $C \sim 3 \cdot 10^3$ м/с. Время начала столкновения изгибных волн, идущих от опор, в центре балки можно ожидать при $t = 1/3000$ с, т. е. $\omega t = 0{,}347$. Как видно из рис. 11.8, столкновение изгибных волн отмечается при $\omega t = 4/32\pi$, что соответствует указанному выше значению t.

11.4. Моделирование волн сжатия в грунте стержневой структурой

Волны в сплошной среде можно моделировать с использованием метода стержневой аппроксимации. Стержневая система формируется таким образом, чтобы получить нужную геометрию для области решения, а также обеспечить эквивалентные жесткостные и инерционные свойства. Наиболее удобными являются шарнирно-стержневые системы, сформированные по регулярным треугольной и квадратно-диагональной схемам (рис. 11.9, *а*). При большом числе ячеек таких структур они при определенных условиях могут быть эквивалентом пластинок, работающих в своей плоскости. Жесткостные свойства упругой пластинки определяют двумя упругими константами, например, модулем упругости E_0 и коэффициентом Пуассона μ_0 [114].

Параметры треугольной стержневой системы, эквивалентной по жесткости изотропной пластинке единичной толщины ($\delta = 1$), при $\mu_0 = 1/3$ определяют соотношением

$$E_1 F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} a \delta E_0, \qquad (11.3$$

где E_1 — модуль Юнга материала стержней; F_1 — площадь поперечного сечения стержней.

Рассмотрим более подробно стержневую систему сформированную по квадратно-диагональной схеме. Эк-

вивалентность по жесткостным свойствам изотропной пластинки ($\delta=1$, $\mu_0=1/3$) определяют соотношением

$$E_1 F_1 = \sqrt{2}\, E_2 F_2 = 3/4 a\delta E_0, \qquad (11.4)$$

где E_1 — модуль Юнга материала элементов, составляющих квадраты; E_2 — модуль Юнга для диагональных элементов; F_1, F_2 — соответствующие площади поперечных сечений элементов; a — размер стороны квадратной ячейки.

При $\mu_0 \neq 1/3$ пластинка приобретает свойства ортотропии, т. е. зависимости от поворота осей координат. Для сохранения изотропии при $\mu=1/3$ имеется возможность выбора только одной упругой константы E_0.

Инерционные свойства сплошной среды определяются ее плотностью ρ. Массам узлов $M_j=\delta\rho A_j$ стержневой системы соответствуют площади A_j примыкающих участков поверхности пластинки. Внутренний узел контролирует площадь $A=a^2$, граничный $1/2 a^2$ и угловой $1/4 a^2$. Соответствующие значения масс

$$M_{\text{вн}} = \delta\rho a^2, \quad M_{\text{гр}} = 1/2\delta\rho a^2, \quad M_{\text{уг}} = 1/4\delta\rho a^2.$$

К внутреннему узлу сходится восемь стержней с половинным объемом $2a$ $(F_1+\sqrt{2}F_2)$ и соответствующей массой

$$M = 2a\,(F_1\rho_1 + \sqrt{2}\,F_2\rho_2),$$

где ρ_1, ρ_2 — плотности материалов стержней.

Приравняв $M=M_{\text{вн}}$, получим

$$\rho a\delta = 2\,(F_1\rho_1 + \sqrt{2}\,F_2\rho_2). \qquad (11.5)$$

Исключив отсюда площади сечений посредством (11.4), получим

$$\frac{1}{C_{\text{пл}}^2} = \frac{\rho}{E_0} = \frac{3}{2}\left(\frac{\rho_1}{E_1} + \frac{\rho_2}{E_2}\right). \qquad (11.6)$$

Скорость продольной упругой волны в пластинке $C_{\text{пл}} = \sqrt{E_0/\rho}$, а в стержнях $C_j=\sqrt{E_j/\rho_j}$ $(j=1,2)$, т. е.

$$\frac{1}{C_{\text{пл}}^2} = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{C_1^2} + \frac{1}{C_2^2}\right)$$

и в случае $C_1=C_2$ имеем $C_1=\sqrt{3}C_{\text{пл}}$,

$$E_1/\rho_1 = E_2/\rho_2 = 3E_0/\rho. \qquad (11.7)$$

Отсюда видно, что при соблюдении равенства (11.5), обеспечивающего эквивалентность инерционных свойств

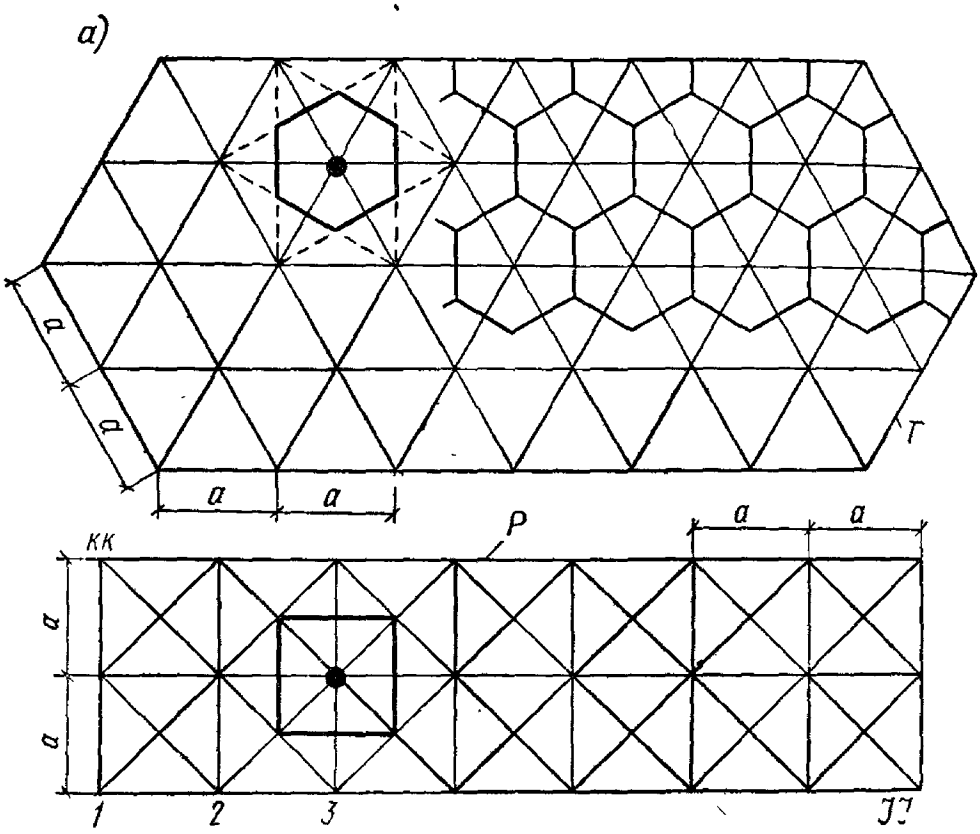


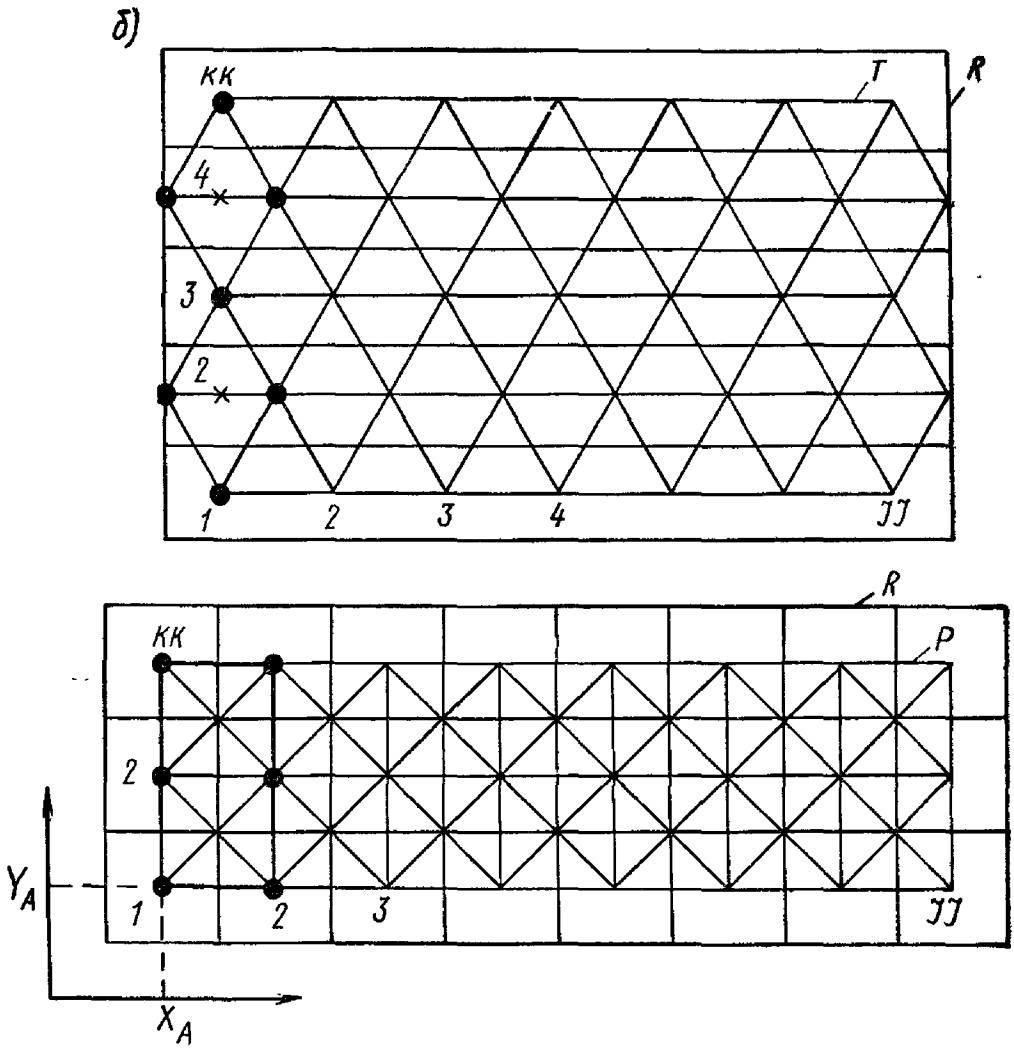
Рис. 11 9. Стержневая аппроксимация сплошной среды по треугольной *T* и квадратно-диагональной *P* схемам (*а*) программы DYNAMIC и совмещение сеток с прямоугольной сеткой *R* модуля ISOLIST (*б*), реализуемое программой PRINTR

стержневой модели, и (11.4) — ее жесткостных свойств, нельзя точно удовлетворить условию равенства скоростей упругих волн в среде и в стержнях модели. Скорости продольных волн в стержнях будут в $\sqrt{3}=1{,}732$ раза превышать скорость продольных волн в среде.

Четыре соотношения (11.4), (11.7) между шестью величинами ρ_i, E_i, F_i, $(i=1,2)$ дают возможность выбрать две из них в качестве независимых. Если задать $E_1=E_2=E_0$, то получим $\rho_1=\rho_2=1/3\rho$, $F_1=\sqrt{2}F_2=3/4a\delta$, а при $\rho_1=\rho_2=\rho$ $E_1=E_2=3E_0$, $F_1=\sqrt{2}F_2=1/4a\delta$.

В обоих вариантах продольные жесткости, погонные массы и скорости волн совпадают, причем погонные массы стержней $m_1=\sqrt{2}\,m_2=\rho_1F_1=1/4\rho a\delta$.

Аналогично можно получить значения параметров для внешних (граничных) стержней области. Жесткости стержней, образующих внешний прямоугольный контур,



равны $^1/_2E_1F_1$. При $E_1=E_0$ площади сечений этих стержней равны $^1/_2F_1$. Плотность ρ_0 для внешних стержней найдем из равенства

$$M_{\text{гр}} = 1/2\delta\rho a^2 = 1/2\rho_1 F_1 a + \rho_2 F_2 a\sqrt{2} + 1/2\rho_0 F_1 a, \qquad \rho_0 = 1/3\rho.$$

Для стержней, сходящихся к угловому узлу, плотность ρ_y определяют из равенства

$$M_y = 1/4\delta\rho a^2 = 1/2\rho_y F_1 a + 1/2\rho_2 F_2 a\sqrt{2},$$
$$\rho_y = 1/3\rho = \rho_0.$$

Таким образом, стержни контура области стержневой структуры имеют плотность остальных стержней. Погонные массы контурных стержней $m_{\text{гр}} = {}^1/_2 m_1$.

Параметры квадратно-диагональной стержневой структуры, моделирующей сплошную упругую среду (пластинку) при $\mu_0 = {}^1/_3$ и $E_1 = E_2 = E_0$, даны в табл. 11.4.

Таблица 11.4. Параметры квадратно-диагональной структуры

Элементы	Погонная масса	Плотность	Площадь сечения
Стороны квадратов решетки	$m_1 = {}^1/_4 \rho a \delta$	$\rho_1 = {}^1/_3 \rho$	$F_1 = {}^3/_4 a \delta$
Диагонали решетки	$m_1/\sqrt{2}$	ρ_1	$F_1/\sqrt{2}$
Контурные стержни	${}^1/_2 m_1$	ρ_1	${}^1/_2 F_1$

Для перехода от плоского напряженного состояния для пластинки к плоской деформации (для массива грунтовой среды) следует использовать значения коэффициента Пуассона μ и модуля Юнга E по формулам:

$$\mu = \mu_0/(1+\mu_0), \quad E = (1-\mu^2)\,E_0, \tag{11.8}$$

при $\mu_0 = {}^1/_3$ имеем $\mu = {}^1/_4$, $E = 15/16\ E_0$.

Соответствующие значения модуля сдвига G и модуля объемной деформации K упругой среды определяют формулами:

$$G = 1/2E\,(1+\mu)^{-1}, \text{ при } \mu = 1/4 \quad G = 2/5E;$$
$$K = 1/3E\,(1-2\mu)^{-1}, \text{ при } \mu = 1/4 \quad K = 2/3E.$$

Соотношения (11.4), (11.6) переходят в следующие:

$$E_1 F_1 = \sqrt{2}\,E_2 F_2 = 3/4 a\delta E\,(1-\mu^2)^{-1};$$
$$\frac{\rho}{E}(1-\mu^2) = \frac{3}{2}\left(\frac{\rho_1}{E_1} + \frac{\rho_2}{E_2}\right),$$

т. е. при $\mu = {}^1/_4$

$$\rho/E = 8/5\,(\rho_1/E_1 + \rho_2/E_2).$$

Скорость продольных волн при плоской деформации

$$C = \sqrt{\left(K + \frac{4}{3}G\right)/\rho} = \sqrt{\frac{3K(1-\mu)}{\rho(1+\mu)}}.$$

При $\mu = {}^1/_4$

$$C = \sqrt{6/5E/\rho}.$$

Соотношение между скоростями волн

$$\frac{1}{C^2} = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{C_1^2} + \frac{1}{C_2^2}\right)$$

и при $C_1 = C_2$ $C_1 = \sqrt{8/3}\,C = 1{,}63\,C$, т. е. скорос

в стержнях в 1,63 раза больше, чем в упругом массиве.

Примем $E_1=E_2=E/(1-\mu^2)$, тогда

$$\rho_1=\rho_2=\frac{5\rho}{16(1-\mu^2)}.$$

При $\mu=1/4$ получим $\rho_1=\rho_2=1/3\rho$, $F_1=\sqrt{2}F_2=3/4a\delta$, что совпадает с вариантом моделирования волн в пластинке, т. е. при $\mu=1/4$, $E_1=E_2=16/15E$ справедливы соотношения табл. 11.4.

Для расчета заглубленного в грунт сооружения его контур совмещают с элементами сетки и корректируют значения узловых масс в зоне сооружения для обеспечения его средней плотности. При этом следует иметь в виду, что уменьшение масс узлов в зоне сооружения (по сравнению с массами узлов грунтовой среды) эквивалентно снижению плотности моделирующего материала соответствующих стержней, а увеличение масс узлов — повышению плотности. При этом в первом случае следует корректировать (в сторону уменьшения) шаг счета, а во втором (увеличения) — счетную вязкость.

Выдача таблиц результатов расчета по программе DYNAMIC волн в грунтовой среде и их взаимодействия с сооружениями может быть дополнена печатью на АЦПУ графиков изолиний различных параметров в области решения, осуществляемой посредством модуля ISOLIST и переходника — программы PRINTR, читающей с MD информацию с результатами расчета. При этом обеспечивается совмещение сеток, формируемых этими программами автоматически (рис. 11.9, *б*). Для выделения зоны, занятой на сетке сооружением произвольной формы, указывают границы областей перекрытия (рис. 11.10, *а*). При построении сеток в программе DYNAMIC узлы и элементы стержневой системы нумеруются автоматически (рис. 11.10, *б*).

Приведем примеры расчета волн в среде с параметрами $\rho=2{,}77\cdot10^3$ кг/м^3, $G=2{,}7\cdot10^4$ МПа, $\mu=1/4$. Прямоугольная область (рис. 11.11) с квадратно-диагональной сеткой 8×7, $a=20$ м, а затем 16×16, $a=10$ м и осью симметрии $X=0$ загружена на участке поверхности L равномерным давлением, изменяющимся во времени по закону

$$q=q_m a_0^2\left(a_0^2+(t-t_0)^2\right)^{-1} \quad (0\leqslant t\leqslant 2t_0), \qquad (11.9)$$

где амплитуда давления $q_m=18{,}6$ МПа; $a_0=0{,}01$ с; $t_0=0{,}04$ с.

Соответствующие параметры стержневой системы: $\rho_1=9{,}23\times10^2$ кг/м^3; $E_1=7{,}2\cdot10^4$ МПа; $\delta=1$ см; для $a=20$ м $F_1=1{,}5\cdot10^3$ см^2, $m_1=1{,}385$ кг/см; для $a=10$ м E_1 и m_1 уменьшены в два раза. Дан-

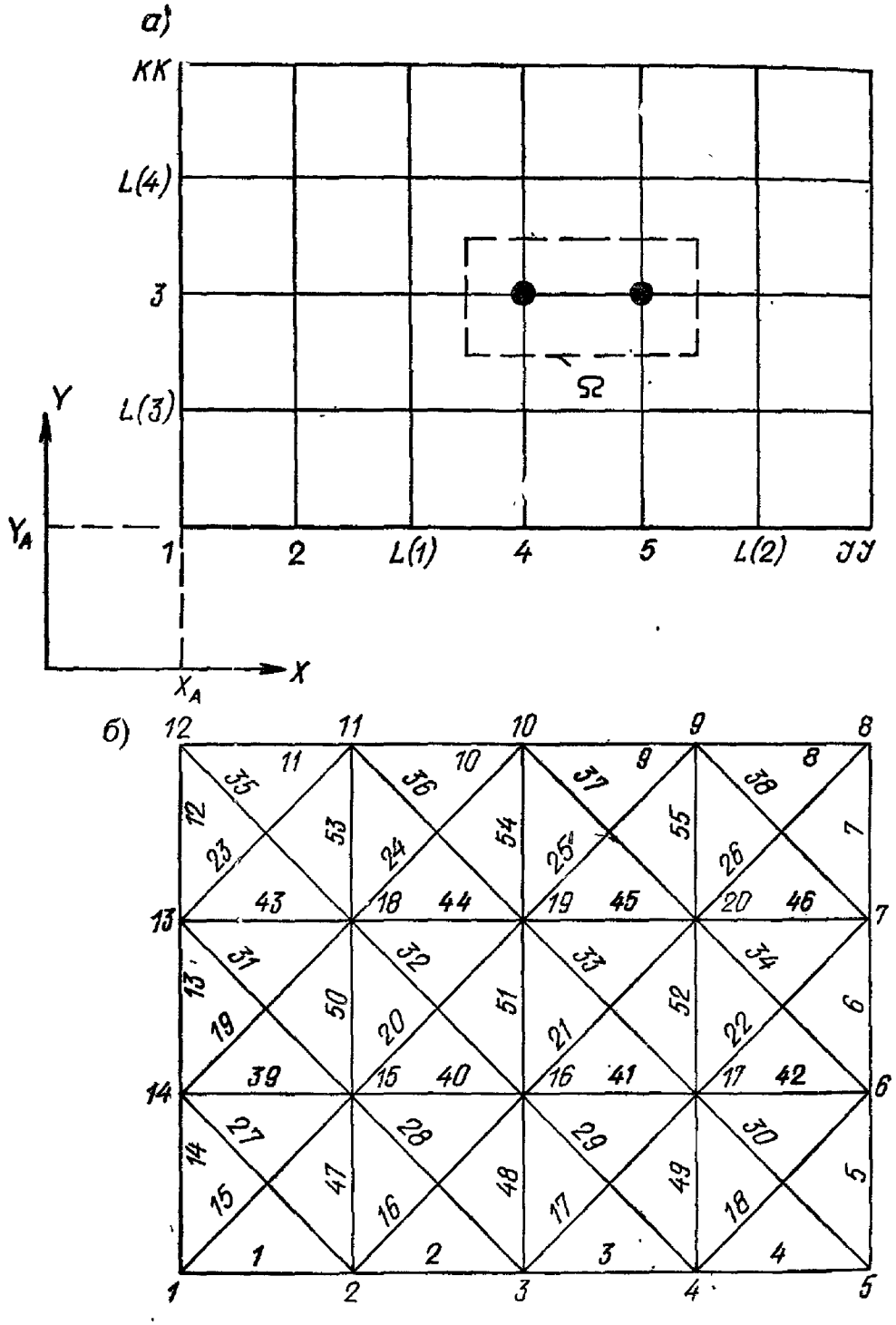


Рис. 11.10. Фиксация границ $L(1—4)$ областей перекрытия отверстия (вставки) в сетке программы DYNAMIC для варианта прямоугольных ячеек

а — контур Ω вставки с одной областью перекрытия; *б* — пример автоматической нумерации узлов и элементов квадратно-диагональной стержневой структуры

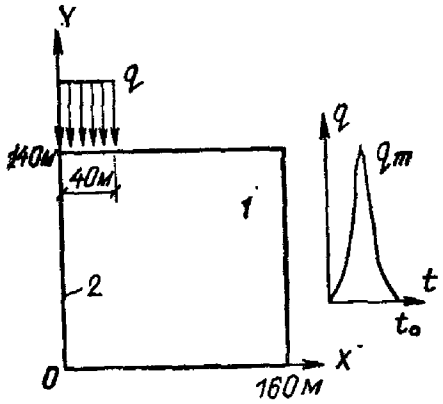


Рис. 1. 11. Схема к задаче об импульсивном нагружении грунтового массива (*1*) с осью симметрии (*2*)

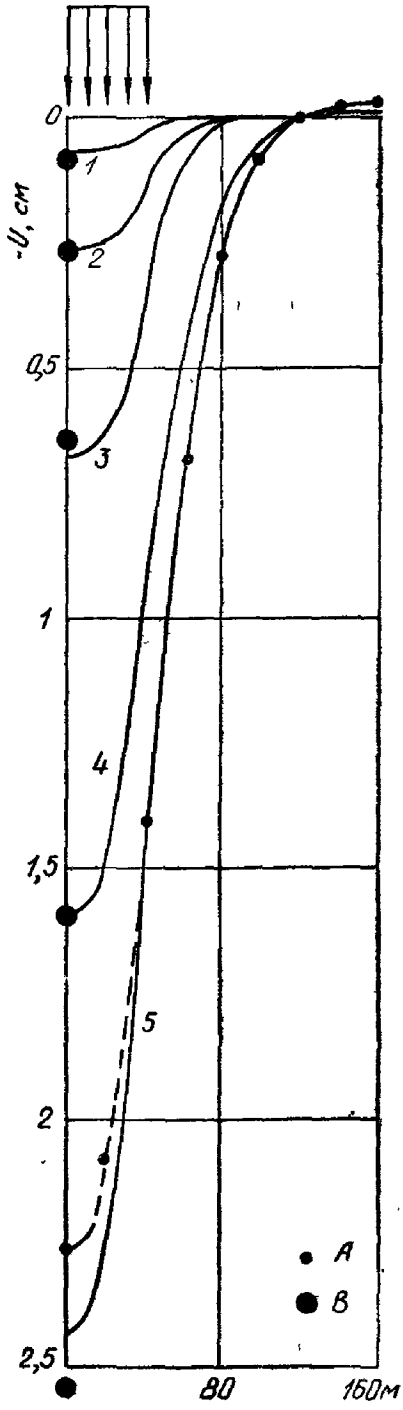


Рис. 11.12. Опускание поверхности грунта U в моменты времени $t=10$, 20, 30, 40 и 50 мс

кривые *1—5* — расчет на сетке с шагом 10×10 м; *A* — точки — с шагом сетки 20 м для $t=50$ мс; *B* — точки — точное решение по одномерной схеме для $t=10$, 20, 30, 40, 50 мс

ные, полученные на двух сетках, оказались весьма близкими, что видно из рис. 11.12, где показаны вертикальные смещения свободной поверхности в различные моменты времени. Полученные результаты хорошо согласуются с расчетом [61] волн в среде с близкими параметрами конечно-разностным методом на мелкой сетке с $a=5$ м (рис. 11.13).

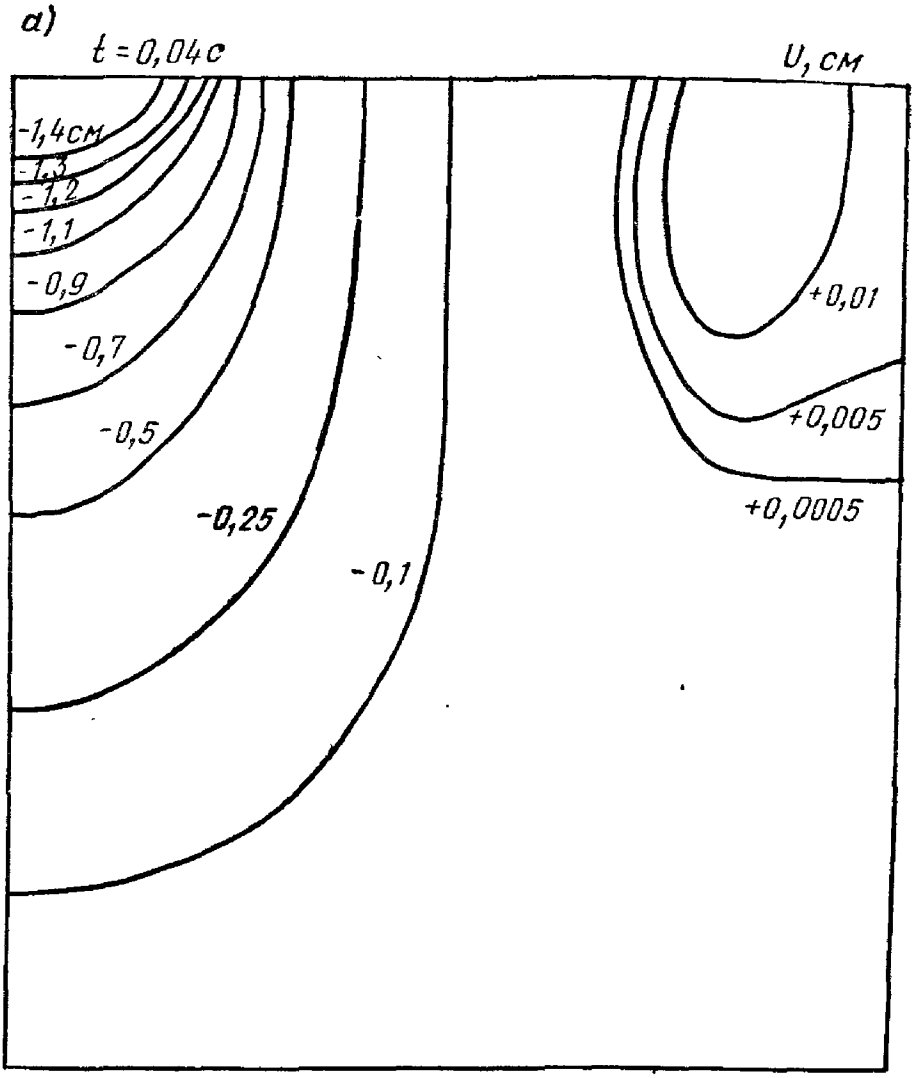


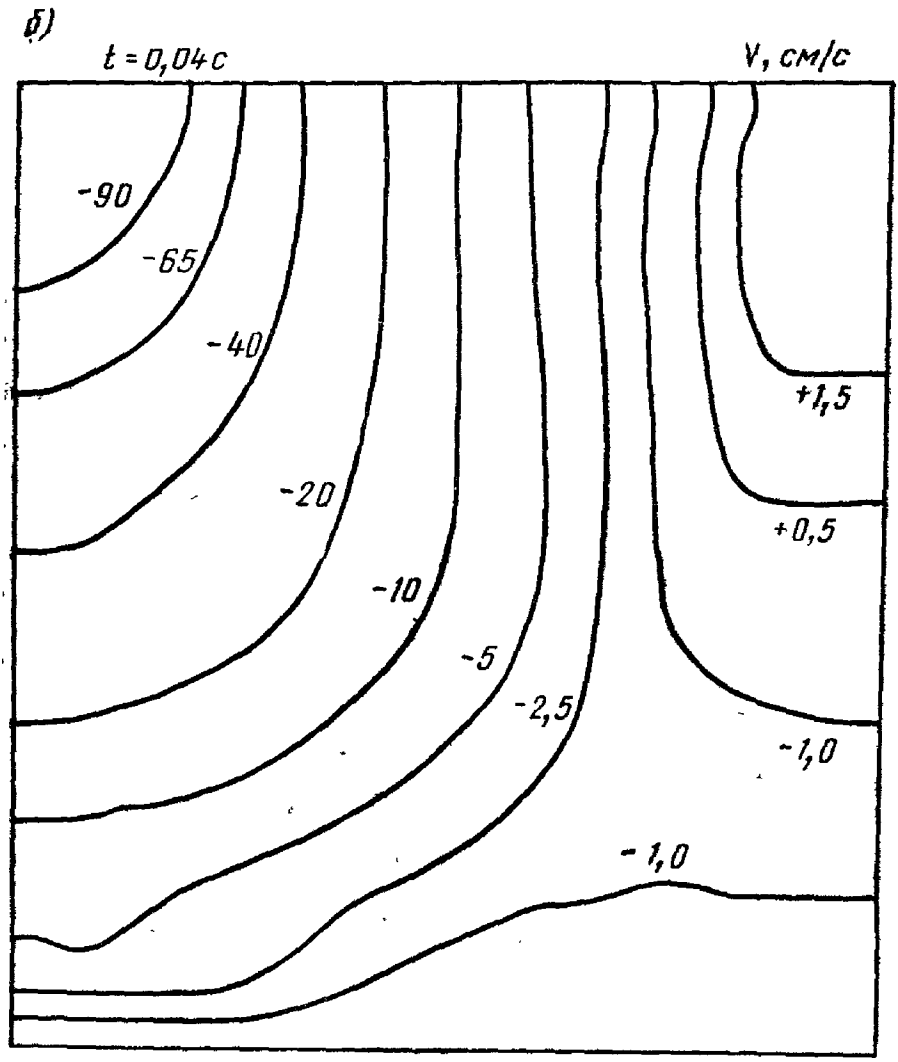
Рис. 11.13. Изолинии вертикальных смещений U (*а*) и массовых скоростей V (*б*) грунтового массива для t=40 мс, полученные с использованием стержневой структуры на сетке 10×10 м (программа DYNAMIC). Матрицы тех же параметров (*в*, *г*) получены решением уравнений волновой динамики (программа EFFECT, *DD* — цена уровня)

Некоторое опережение процессов при решении с использованием стержневой структуры по сравнению с конечно-разностным методом объясняется превышением скорости упругих волн в стержнях по сравнению со скоростью волн в сплошной среде.

Сравним эти результаты с точным решением по одномерной схеме. Давление P и деформация сжатия ε в упругом грунтовом массиве на глубине X определяются граничным давлением $F(0, t)$ $(0<t\leqslant\tau_+)$

$$P(X, t) = \eta F(t - X/C), \quad \varepsilon(X,t) = \eta P(X,t)/(\rho C^2),$$

$$\eta = 0 \quad (t < X/C), \quad \eta = 1 \quad (t \geqslant X/C), \quad \rho C^2 = K + 4/3G.$$



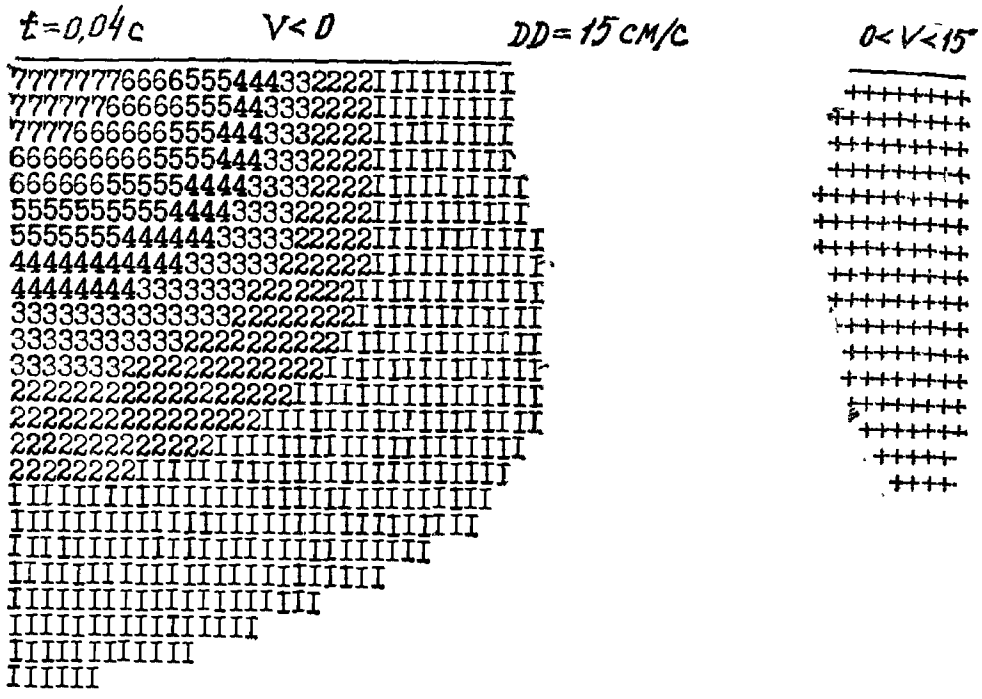
Смещение частиц грунта $u(X, t)$ получим, интегрируя ε в пределах волны сжатия

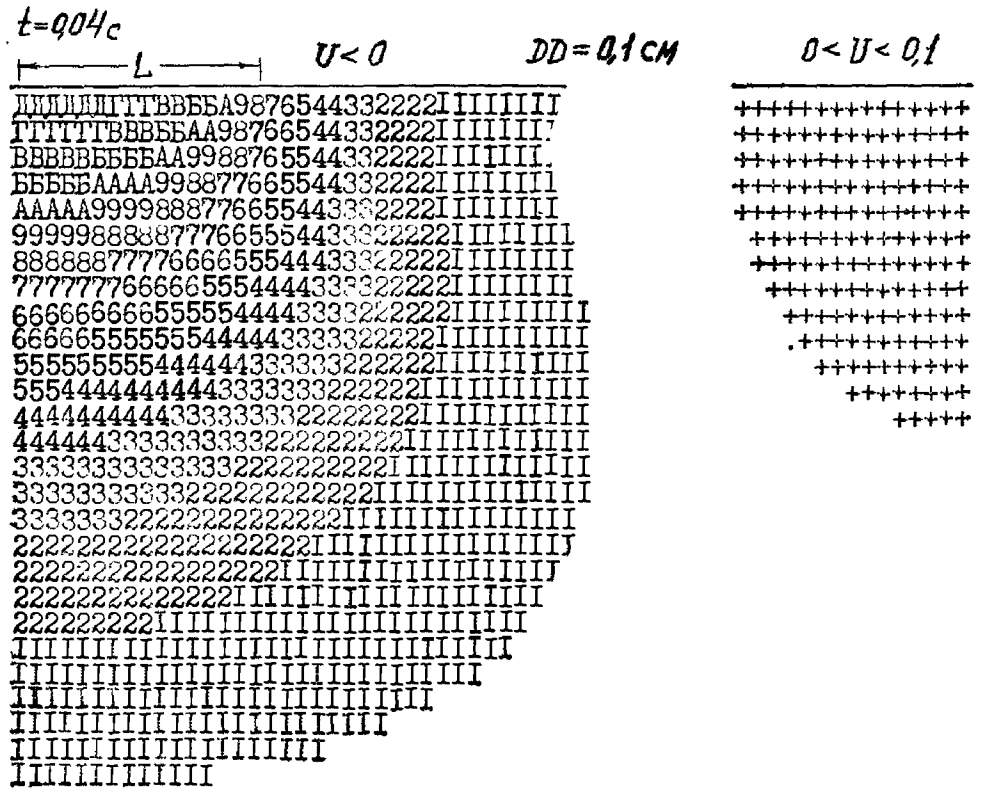
$$u(X,t) = \frac{1}{\rho C^2} \int_X^{Ct} F(t - \xi/C)\, d\xi. \qquad (11.10)$$

Для функции F согласно (11.9) отсюда имеем формулу для смещений поверхности U (знак минус для сжатия опущен)

$$U = u(0,t) = \frac{a_0 q_m}{\rho C} \left(\operatorname{arctg} \frac{t_0}{a_0} - \operatorname{arctg} \frac{t - t_0}{a_0} \right) \quad (0 < t \leqslant \tau_+). \qquad (11.11)$$

Значения перемещений поверхности грунта в моменты от $t=10$ до 50 мс через 10 мс для решений хорошо согласуются (см. рис. 10.12). При $t > t_0$ формула (11.11) дает завышенные значения перемещений (максимум составил 3,2 см).


t=0,04c
V<0
DD=15 см/с
0<V<15


t=0,04c
L
U<0
DD=0,1 см
0<U<0,1

Для грубых оценок перемещений поверхности грунта (и приповерхностной зоны) при действии давлений воздушной ударной волны $F(t) = \Delta P_\Phi (1 - t/\tau_+)^n$ может быть использована полученная интегрированием (11.10) формула

$$\frac{U\rho C(n+1)}{\Delta P_\Phi \tau_+} = \begin{cases} 1 - (1 - t/\tau_+)^{n+1} & (0 < t \leqslant \tau_+) \\ 1 & (t \geqslant \tau_+). \end{cases} \qquad (11.12)$$

Формулы для скорости и ускорения прн $t \leqslant \tau_+$ имеют вид

$$U^{\cdot} = \frac{\Delta P_\Phi}{\rho C}\left(1 - \frac{t}{\tau_+}\right)^n, \qquad U^{\cdot\cdot} = -\frac{n\Delta P_\Phi}{\rho C \tau_+}\left(1 - \frac{t}{\tau_+}\right)^{n-1}. \qquad (11.13)$$

11.5. Расчет упругих стержневых систем с учетом инерции вращения узлов. Программа SHOCK[1]

Наиболее общую схему динамического расчета плоских стержневых систем строят с учетом инерции вращения узлов, расположенных на пересечениях стержней.

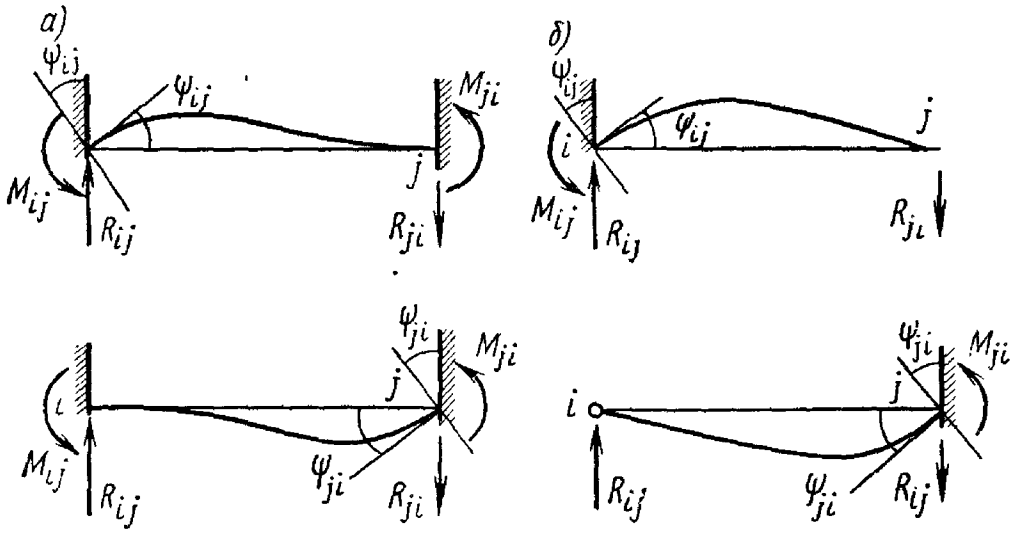


Рис. 11.14. Схемы к соотношениям между внутренними силами и поворотом концевого сечения одиопролетного балочного элемента

а — с защемленными концами; *б* — с одним звщемленным и другнм шврнирным концвмн

Как прежде, примем, что в узлах сосредоточена масса системы, и нагрузки приведены к узловым. Положим, что в динамически нагруженной упругой конструкции стержни удлиняются и деформируются по статической форме изгиба от перемещений своих концов. В стержне с узла-

[1] Данный пункт иаписаи совместно с И. М. Райниным.

ми i, j, имеющем шарниры по концам, возникает только продольная сила $N_{ij}=(EF)_{ij}\varepsilon_{ij}$ от деформации удлинения $\varepsilon_{ij}=\ln(l_{ij}(t)/l^0_{ij})$, где E — модуль Юнга; F — площадь сечения; l_{ij} — длина стержня, вычисляемая в общем случае с учетом искривления оси. В стержне с защемленными концами (рис. 11.14, *а*) при повороте i-того сечения на угол ψ_{ij} изгибающие моменты M_{ij} и поперечные силы (реакции) R_{ij} по концам, согласно методу перемещений строительной механики [114], таковы ($K_{ij}=(EI/l)_{ij}$, I_{ij} — момент инерции сечения стержня):

$$M_{ij}=4K_{ij}\psi_{ij},\quad M_{ji}=2M_{ij},\quad R_{ij},=R_{ji}=6K_{ij}\psi_{ij}/l_{ij},$$

а при повороте j-того сечения на угол Ψ_{ji} следующие:

$$M_{ij}=2K_{ij}\psi_{ji},\quad M_{ji}=4M_{ij},\quad R_{ij}=R_{ji}=6K_{ij}\psi_{ji}/l_{ij}.$$

При произвольных смещениях узлов в инерциальной системе координат xy, суммируя внутренние усилия от поворотов концов стержня, получим

$$M_{ij}=K_{ij}(4\psi_{ij}+2\psi_{ji}),\quad M_{ji}=K_{ij}(2\psi_{ij}+4\psi_{ji}),$$
$$R_{ij}=R_{ji}=6K_{ij}(\psi_{ij}+\psi_{ji})/l_{ij}.$$

Поворот i-того узла и концевого сечения стержня Ψ_{ij} в локальной системе координат $x'y'$ определяют через координаты узлов X_i, Y_j в системе xy и угол поворота узла φ_i (рис. 11.15) по формулам:

$$\psi_{ij}=\varphi_i+\varphi^0_{ij}-\varphi_{ij},$$
$$\varphi_{ij}=\arccos\left((X_j-X_i)/\bar{l}_{ij}\right),\quad \bar{l}^2_{ij}=(X_j-X_i)^2+(Y_j-Y_i)^2,$$

где φ_{ij} — угол между осями x' и x, причем функции X_i, Y_i, φ_i определяют из уравненяя движения узлов при $X_i(0)=X^0_i$, $Y_i(0)=Y^0_i$, $\varphi_i(0)=0$ и заданных начальных скоростих узлов

$$\bar{M}_i\ddot{X}_i=P^{(x)}_i,\quad \bar{M}_i\ddot{Y}_i=P^{(y)}_i,\quad \bar{I}_i\ddot{\varphi}_i=M_i,\qquad (11.14)$$

где $\bar{M}_i$, $\bar{I}_i$ — масса и момент инерции массы узла; $P^{(x)}_i$, $P^{(y)}_i$ - проекции иа оси x, y главного вектора системы продольных н поперечных усилий в стержнях, сходящихся на i-тый узел, н внешнх нагрузок, взвешенных на этот узел; M_i — сумма моментов от изгиба примыкающнх стержней.

Если стержень имеет на одном из концов шарнир (рис. 11.14, *б*), то усилия возникают при повороте защемленного i-того конца

$$M_{ij}=3K_{ij}\psi_{ij},\quad M_{ji}=0,\quad R_{ij}=R_{ji}=3K_{ij}\psi_{ij}/l_{ij}$$

и при повороте защемленного j-того конца

$$M_{ij}=0,\quad M_{ji}=3K_{ij}\psi_{ji},\quad R_{ij}=R_{ji}=3K_{ij}\psi_{ji}/l_{ij}.$$

К внутренним усилиям добавляют демпфирующие поправки, и расчетные формулы имеют вид

$$M_{ij} = K_{ij}\left[f(\psi_{ji}, \psi_{ij}) + \left(\frac{\mu}{2E}\right)_{ij} f(\dot{\psi}_{ji}, \dot{\psi}_{ij})\right],$$

$$N_{ij} = (EF)_{ij}\left[\varepsilon_{ij} + \left(\frac{\mu}{E}\right)_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}\right],$$

где коэффициент μ может играть роль искусственной (счетной) вязкости $\mu_{ij} = {}^1/_5 (l\sqrt{\rho E})_{ij}$, ρ_{ij} — плотность материала.

Совместное решение приведенной системы уравнений дает параметры движения и изменение во времени внутренних усилий в конструкции, что позволяет проверить ее прочность на действие расчетных нагрузок.

Данная методика, обобщенная на сложные плоские конструктивные формы, реализована в виде программно-

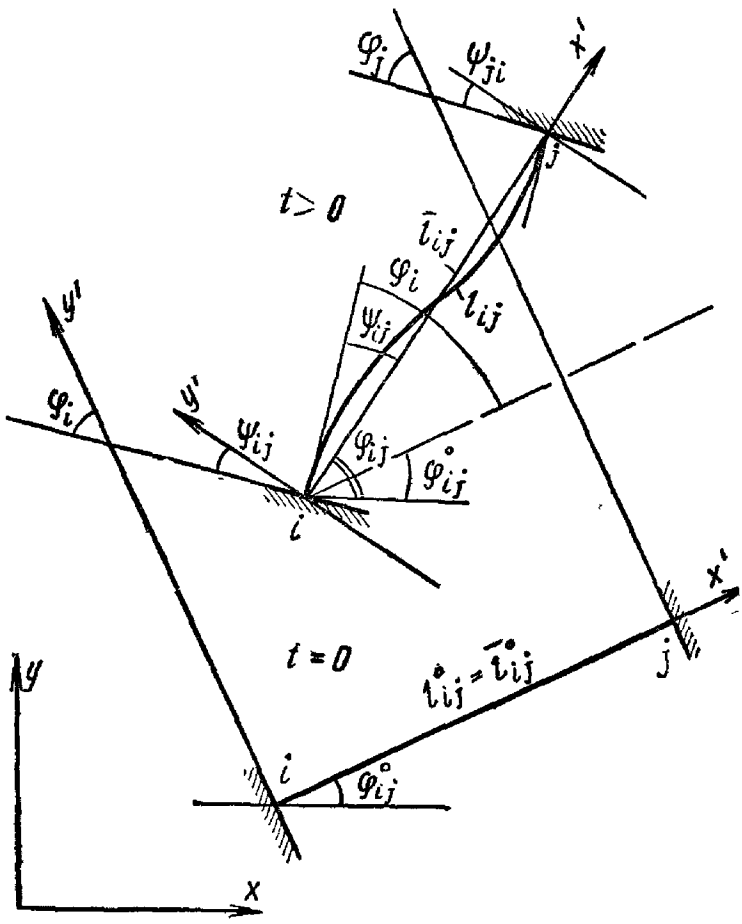


Рис. 11.15. Схема к приведению зависимости внутренних усилий в балочном элементе от поворотов концевых сечений

го комплекса SHOCK. Структура стержневой системы произвольная с любым числом стержней с изгибной и продольной жесткостями, сходящихся в узлы. Решение уравнений движения системы узлов ведется методом Рунге—Кутта четвертого порядка. Предусмотрена возможность

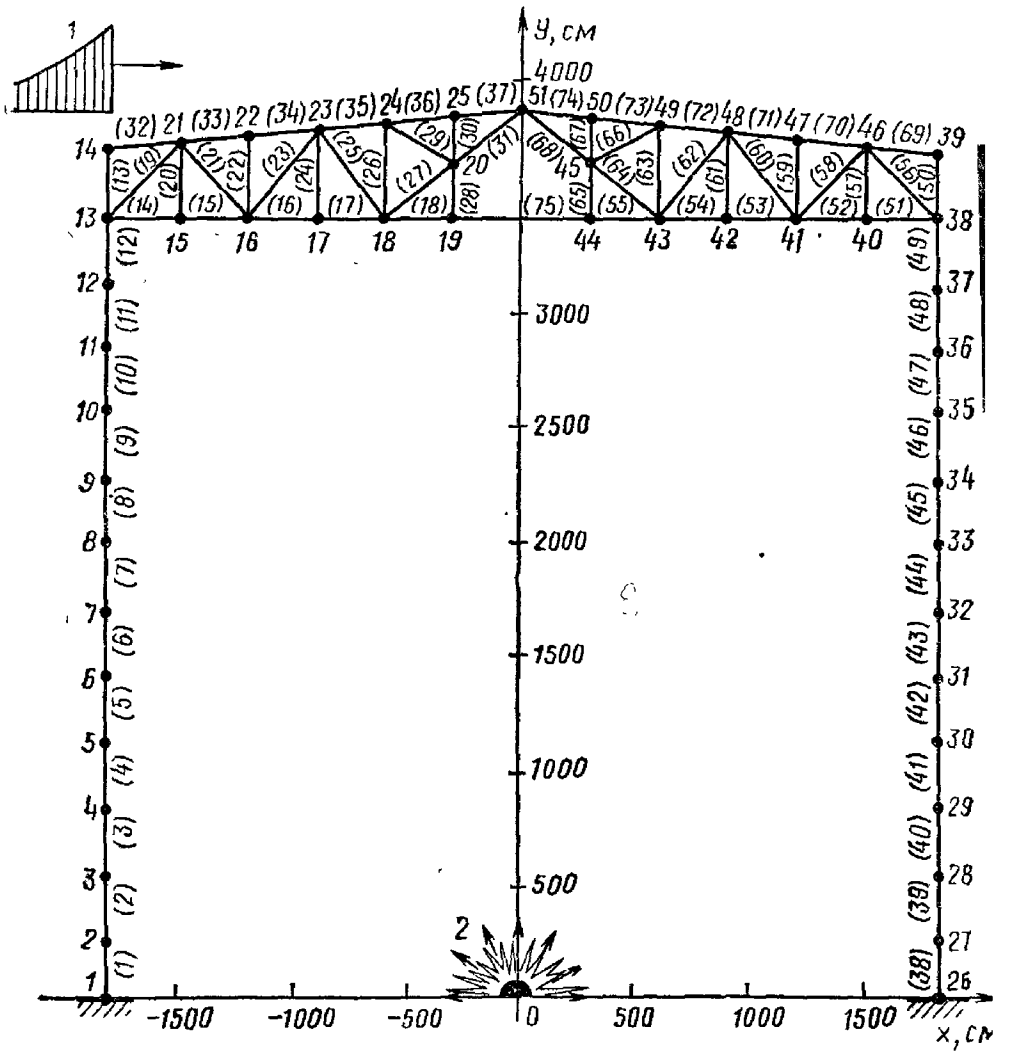


Рис. 11.16. Схема каркаса промышленного здания, нумерация узлов и стержней (в скобках)

1 — **распространение ударной волны (к примеру *1*); *2* — аварийный взрыв (к примеру 2)**

ввода нагрузок и сейсмических возмущений с произвольным распределением по координатам и во времени. Возможно прерывание и продолжение счета, т. е. многоэтапное решение большой задачи. На первом этапе возможна реализация статического расчета на действие любой плоской узловой системы сил, в частности от собственно-

го веса, дающего начальные значения перемещений и усилий для последующего решения динамической части задачи. Статические параметры получаются решением нелинейной системы уравнений (11.14) с нулевыми ускорениями методом итераций.

Шаг интегрирования h_k подбирается экспериментально и считается приемлемым, если расчет с шагом h_k сла-

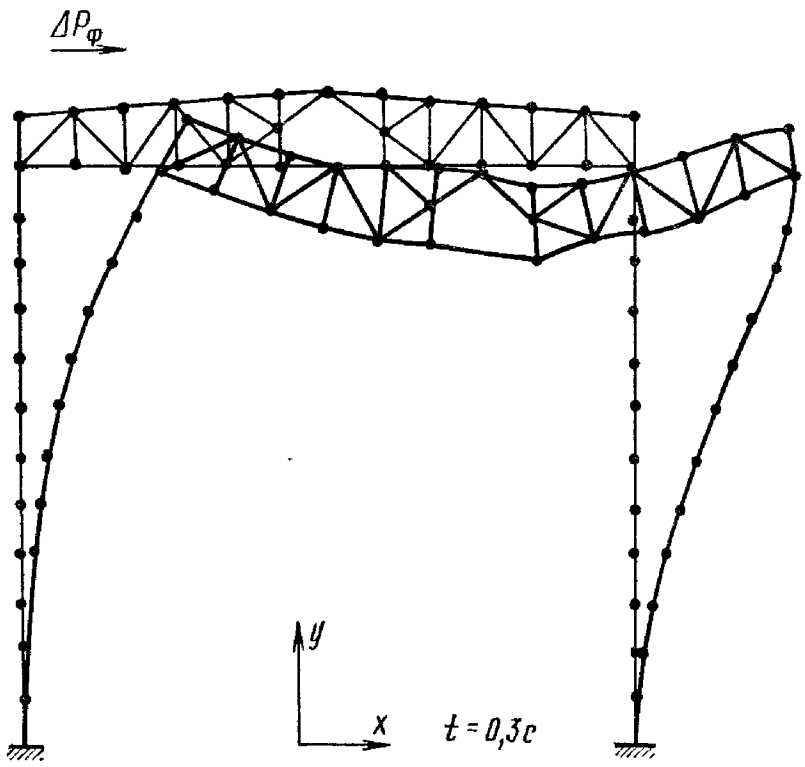


Рис. 11.17. Вид деформированного каркаса в момент времени $t_1=0{,}3$ с в примере 1. Перемещения увеличены в 20 раз

бо отличается от расчета с шагом $h_{k+1}=\frac{1}{2}h_k$. В нулевом приближении шаг h_0 принимается по модифицированному условию Куранта

$$h_0 = \min\left(\frac{1}{2}K_1/S, K_1\right), \quad S = \max(\rho_i/l_i),$$

$$K_1 = \frac{1}{3}\sqrt{\rho_*/E}\,\min(l_i),$$

где ρ_i, l_i — радиус инерции и длина i-того стержни, ρ_*, E — плотность и модуль упругости материала.

Время счета варианта зависит от быстродействия кон-

кретной модели ЭВМ серии ЕС. Время одного шага интегрирования на один узел конструктивной схемы для ЭВМ ЕС-1061 составляет до 0,01 с. В программе вычисляются экстремумы $\sigma^*_{1,2}$ целевых функций $\sigma_{1,2}(t)$, соответствующих эквивалентным напряжениям

$$\sigma_{1,2} = N/F \pm \alpha/W,$$

где α — максимальное значение модуля изгибающего момента M в стержне; N — продольная сила; F, W — площадь и момент сопротивления сечения.

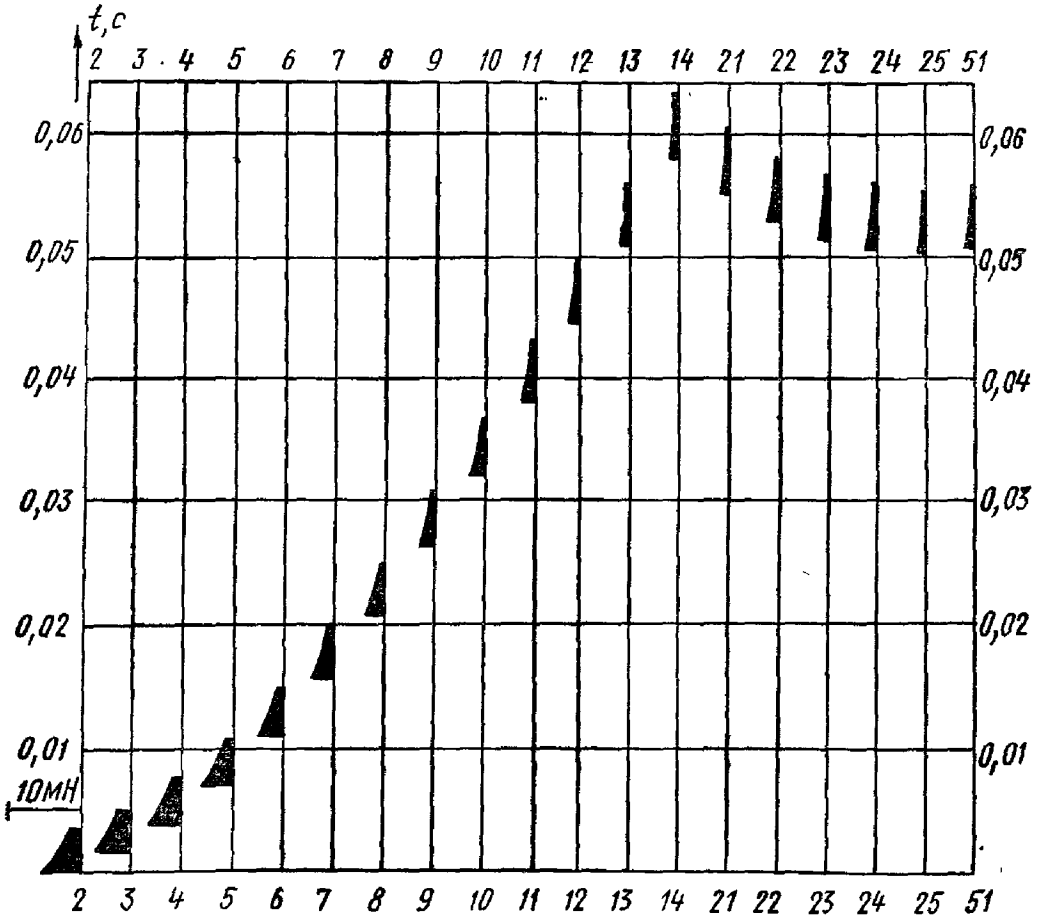


Рис. 11.18. Изменение со временем нагрузок на узлы каркаса от ударной волны взрыва заряда ВВ (тротил) внутри здания в точке x, $y=0$ с учетом разрушения стеновых панелей и покрытия фермы (к примеру 2)

Экстремумы целевых функций вычисляются по формулам:

$$\sigma^*_1 = \max_t \sigma_1(t); \quad \sigma^*_2 = \min_t \sigma_2(t).$$

На рис. 11.16—11.17 приведена схема стального каркаса промышленного здания и результаты его расчета на

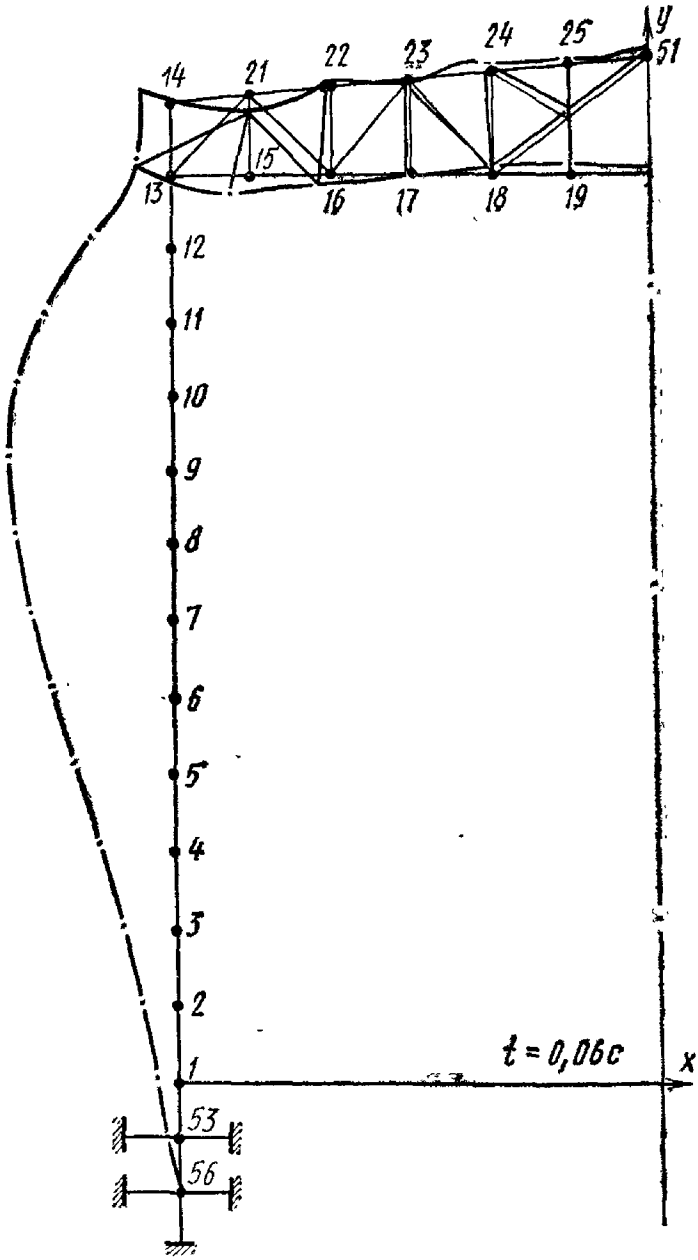


Рис. 11 19. Вид деформированного каркаса в моменты времени $t_1=0{,}06$ с в примере 2. Перемещения увеличены в 100 раз

действие воздушной ударной волны, распространяющейся вдоль оси x с $\Delta P_\Phi = 20$ кПа, $\tau_+ = 1{,}7$ с (пример *1*). Нагрузки на узлы подсчитаны с учетом дифракционного обтекания здания при сохранении панелей. На рис. 11.18, 11.19 приведен расчет каркаса на действие аварийного взрыва внутри здания заряда ВВ (тротил) массой 200 кг (пример *2*). Давления на внутренние поверхности конструкций здания ΔP_i и время Δt_i прихода фронта ударной

волны к каждому (i-тому) элементу определяли по данным решения задачи о точечном взрыве со сферической симметрией, с пересчетом на жесткое полупространство. В момент Δt_i встречи волны с элементом давление мгновенно возрастало до давления отражения как от жесткой преграды $\Delta P_{\text{отр}\,i}$, а затем убывало по закону $\Delta P_i = \Delta P_{\text{отр}_i}\,(1-t_i/\tau_+)^3$, причем $t_i = t - \Delta t_i$, а $t=0$ совмещено с моментом прихода фронта волны к ближайшему узлу $i=1$. Сброс нагрузок на узлы происходил при разрушении панелей и покрытия в течение $^1/_3\tau_{+i}$.

Глава 12. ВОЛНЫ СЖАТИЯ В ГРУНТЕ И НАГРУЗКИ НА ЗАГЛУБЛЕННЫЕ СООРУЖЕНИЯ

12.1. Постановка задачи

На расстояниях от эпицентра (центра) взрыва, где в воздушной ударной волне давления $\Delta P_\Phi \sim 0{,}5$—1 МПа, наклон α фронта волны сжатия в мягком грунте, индуцируемой воздушной ударной волной, достаточно мал: $\alpha = \operatorname{arctg}(a_0/D_\Phi) \sim 18$—$24°$ (см. рис. 12.1, табл. 1.3, 1.5). С ростом ΔP_Φ угол α уменьшается и фронт волны сжатия становится почти параллельным поверхности грунта. Пренебрегая наклоном α, приходим к одномерной расчетной схеме системы грунт — сооружение, рис. 12.1, которую на практике используют и при меньших давлениях ΔP_Φ.

Система уравнений в переменных Лагранжа включает уравнения волнового движения участков сплошной среды:

$$\rho_0 v^{\cdot} = -P', \quad u^{\cdot} = v; \tag{12.1}$$

$$\varepsilon = -u'; \tag{12.2}$$

$$Q_1\{P\} = Q_2\{\varepsilon\}, \tag{12.3}$$

а также уравнения движения объекта, граничные и начальные условия.

Здесь ρ_0 — начальная плотность среды; P — давление, u — смещение частиц вдоль координаты Лагранжа x с началом, совмещенным с поверхностью заданного давления: v — массовая скорость; ε — деформация среды; Q_1, Q_2 — дифференциальные операторы упруговязкой модели среды $(\,*\,)^{\cdot} = \partial(\,*\,)/\partial t$, $(\,*\,)' = \partial(\,*\,)/\partial x$.

Вместо (12.3) можно применять уравнения состояния иного типа.

Начальные условия для уравнений нулевые, но могут быть учтены смещения от собственного веса. Граничные условия: при $x=0$, $P=P_m f(t)$ и на контакте с подстилающим мягкий слой скальным основанием на глубине $x=H$ $u=z^{\cdot}(t+t_*)$, где $z^{\cdot}$ — кинематическое возмущение от сейсмовзрывной волны, распространяющейся в скале;

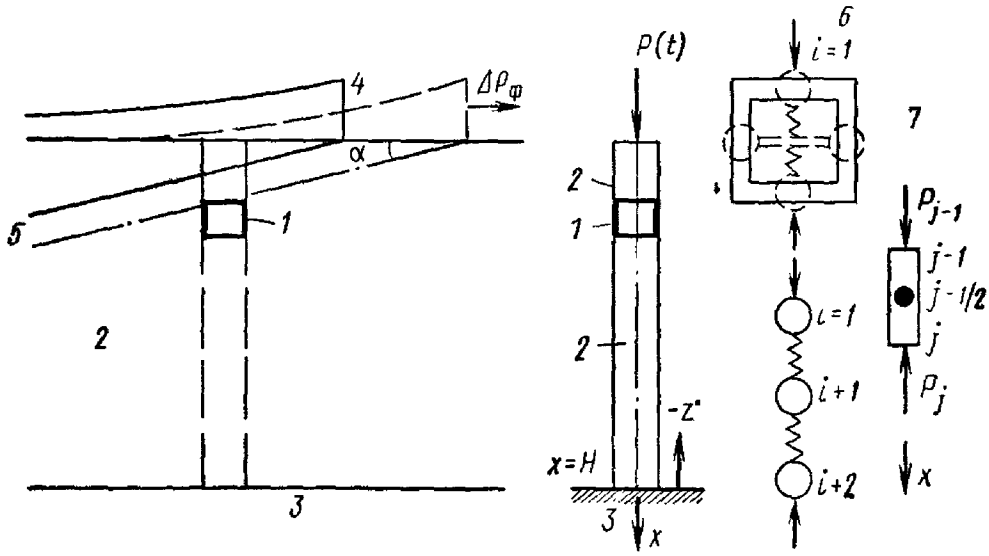


Рис. 12.1. Картина взаимодействия волны сжатия с сооружением и одномерная расчетная схема

1 — сооружение; *2* — мягкий грунт; *3* — скала; *4* — воздушная ударная волна; *5* — фронт волны сжатия; *6* — трехмассовая схема объекта; *7* — элемент среды

t_* — сдвиг по фазе (в частном случае, рассматриваемом ниже, $z^{\cdot}=0$, $P_m=\Delta P_ф$).

В зависимости от жесткости сооружение может быть схематизировано твердой массой или деформируемой системой с одной или с несколькими степенями свободы. Для твердой массы запишем уравнение движения (пренебрегая трением стен о грунт)

$$m_т v_т^{\cdot} = P(x_в, t) - P(x_н, t), \qquad (12.4)$$

где $m_т$ — удельная масса сооружения (на единицу площади в плане); $v_т$ — его скорость; $x_в$, $x_н$ — координаты верха покрытия и низа фундамента.

Это уравнение дает граничные условия для уравнений (12.1), описывающих движение грунта на двух участках в предположении совместности скоростей, перемещений и давлений на плоскостях контакта.

Для численного решения сформулированная краевая

задача сводится к задаче Коши (с начальными условиями) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с независимой переменной t. Разобьем грунтовой столб вдоль x на элементы с шагом χ и на их границах $x_j=\chi j$ обозначим узловые точки $j=0, 1, 2, \ldots, n$. С помощью разностных операторов $\Delta F_j=(F(x_j+\chi)-F(x_j))/\chi$, $\nabla F_j=(F(x_j)-F(x_j-\chi))/\chi$ аппроксимируем производные по x: $P'_j=\nabla P_j$, $u'_j=\Delta u_{j-1/2}$. Получим систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\rho_0 \dot{v}_{j-1/2}=-\nabla P_j; \quad \dot{u}_{j-1/2}=v_{j-1/2}; \\ &\varepsilon_j=-\Delta u_{j-1/2}; \quad Q_1\{P_j\}=Q_2\{\varepsilon_j\}, \end{aligned}\right\} \tag{12.5}$$

в которую естественным образом входит уравнение (12.4), а функции $P_0(t)$, $\varepsilon_n(t)=2(u_{n-1/2}-z)/\chi$ определяются граничными условиями. Соотношения (12.5) могут быть получены при непосредственном рассмотрении динамического равновесия дискретного элемента среды (см. рис. 12.1) с массой и кинематикой, центрированными в центре элемента (при полуцелом индексе $j-1/2$). Система уравнений (12.5) интегрируется методом Рунге — Кутта второго порядка точности. Данный метод «сквозного счета» в волновых задачах (без выделения разрывов, связанных с ударными волнами в упругой среде), предусматривает введение искусственной вязкости, слегка размывающей скачки. В упруговязких средах эту роль выполняет естественная вязкость.

Упруговязкую модель среды (12.3) в форме обобщенной модели Фойгта (рис. 9.8) можно использовать в различных временных диапазонах при описании поведения сред, близких к упругому, вязкоупругому или вязкоупругопластическому. Для малых времен и небольших давлений уместно использовать в модели одно фойгтово звено с модулем упругости C_1 и вязкостью μ_1 (см. (9.31)), причем вязкость μ_1 здесь аналогична искусственной. Числовым экспериментом установлено, что в данном случае вязкость μ_1, достаточную для демпфирования флуктуаций в тонком слое слегка размазанного фронта волны, можно принимать из условия

$$h=\chi\sqrt{\rho_0 C_1}/\mu_1 \leqslant 5, \tag{12.6}$$

причем шаг счета Δt определяют числом Куранта K

$$K=\Delta s/h=1/2, \quad \Delta s=\Delta t C_1/\mu_1 \quad (h \geqslant 2). \tag{12.7}$$

При переменном $\chi(x)$, определяемом геометрией за-

дачи, целесообразно сохранить $h=\text{const}$, для чего при $\rho_0=\text{const}$ μ_1 распределяют пропорционально χ. В этом случае Δt согласно (12.7) определяется минимальным значением $\chi_{\min}$ и соответствует минимальной вязкости $\mu_{1\min}=\chi_{\min}\sqrt{\rho_0 C_1}/h$. Для линейной вязкоупругой среды с моделью обобщенного тела Фойгта параметры численного счета определяют фойгтовым звеном с минимальным временем запаздывания, причем вязкость этого звена может иметь физический смысл, если число звеньев в модели невелико. В противном случае параметры одного из звеньев всегда можно выбрать так, чтобы были удовлетворены указанные выше требования, т. е. звено обладало свойствами искусственной вязкости. Этот случай не отличается от рассмотренного выше.

При небольшом числе аппроксимирующих фойгтовых звеньев может оказаться, что звено с наименьшим временем запаздывания имеет достаточно большую естественную вязкость μ_1, а геометрия задачи не позволяет укрупнить χ так, чтобы было $h\geqslant 2$. Тогда при $\chi=\text{const}$ решение устойчиво при числах $K<{}^1/_2$, причем

$$K=\frac{1}{2h}\left[(1{,}5h^2+1)^{1/2}-1\right] \quad (h<2). \tag{12.8}$$

При переменном шаге χ используют K, соответствующее минимальному h.

Расчеты [62] показали, что приемлемой точности счета для однозвенной модели Фойгта соответствует $h\leqslant 5$. Для обобщенной модели Фойгта высокая точность обеспечивается при более крупном шаге χ, при котором $h\sim$ ~ 10. Для частных моделей сред (Максвелла, стандартного линейного тела) с последовательно включенной упругостью (и искусственной вязкостью) переходная зона при сквозном счете, заменяющая скачок давления, имеет допустимые пределы при $h=5$.

Сформулированная задача реализована в виде программ F для ЕС ЭВМ. Тестовые расчеты и экспериментальное обоснование приведены в [62, 63].

12.2. Уравнения движения сооружения и волновые нагрузки

Заглубленное сооружение смещается под действием волновых давлений, зависящих, в свою очередь, от его податливости — смещений и деформаций. Такая обратная

связь является следствием взаимодействия волн сжатия в грунте с сооружением. Выше рассмотрены уравнения, в которых учтены смещения сооружения как твердого тела. Рассмотрим дополнительное влияние деформативности его элементов на примере простой рамы (см. рис. 12.1—6).

Примем для упругого сооружения, впаянного в грунтовый столб, двухмассовую схему, включив в сосредоточенную массу m_1 приведенную массу покрытия, а в m_2 — приведенную массу фундамента. Массу стен, продольными деформациями которых пренебрежем, распределим поровну, включив их также в m_1 и m_2. Приведенная жесткость системы (упругой связи между массами) равна: $N_0 = C_1/(1+C_1/C_2)$, где C_1, C_2 — приведенные жесткости от изгиба покрытия и фундамента (как последовательное соединение жесткостей). Реакция деформации связи $R = C_1T_1 = C_2T_2 = N_0T$, где сближение масс T определяют через прогибы T_1, T_2 и перемещения масс u_1, u_2

$$T = T_1 + T_2 = u_{(1)} - u_{(2)}. \tag{12.9}$$

Далее величины m_i, C_i ($i=1, 2$) отнесены к единице площади сооружения. Тогда, обозначив через P^0_{*i} волновое давление на i-тую удельную массу, запишем уравнения движения:

$$m_1 \dot{v}_{(1)} = P^0_{*1} - N_0 T, \quad v_{(1)} = \dot{u}_{(1)}; \tag{12.10}$$

$$m_2 \dot{v}_{(2)} = -P^0_{*2} + N_0 T, \quad v_{(2)} = \dot{u}_{(2)}. \tag{12.11}$$

С учетом (12.9) уравнения (12.10), (12.11) можно преобразовать к виду

$$m_1 \ddot{T} + N_0 T = P^0_{*1} - m_1 \dot{v}_{(2)} \equiv P_{*1}; \tag{12.12}$$

$$m_2 \ddot{T} + N_0 T = P^0_{*2} + m_2 \dot{v}_{(1)} \equiv P_{*2}. \tag{12.13}$$

Функция P_* представляет собой изменение расчетного давления на смещаемую и деформируемую системы. При положительных ускорениях $\dot{v} > 0$ расчетное давление на покрытие (верхняя масса) меньше волнового давления, на фундамент — больше, а при $\dot{v} < 0$ — наоборот. Если величины m_1, m_2 представляют только приведенные массы покрытия и фундамента (например, в виде балочных плит), то коэффициенты приведения массы $L_m = m/\bar{m}$, нагрузки $L_p = P_*/\bar{P}_*$ и приведенные жесткости C определяют по формулам (индексы для простоты опущены)

$$L_m = \frac{1}{l}\int_0^l X^2(x)\,dx, \qquad L_p = \frac{1}{l}\int_0^l X(x)\,dx,$$

$$C = \frac{1}{l}\int_0^l D\,[X''(x)]^2\,dx,$$

где l — пролет; $X(x)$ — линия прогибов плиты; D — цилиндрическая жесткость сечения; $\bar{m}$ — масса единицы площади; $\bar{P}_*$ — давление в грунте на границе с конструкциями.

Поскольку $C(L_m m_1)^{-1}$ — есть квадрат частоты ω собственных колебаний плиты как приведенной системы, то C можно определить, используя $\bar{\omega}$, взятое из справочников. Приведем значения коэффициентов: для шарнирно опертой балочной плиты $L_p=0{,}64$; $L_m=0{,}5$; $N_0/L_p=76{,}8\,D/l^4$, а для защемленной по концам плиты $L_p=0{,}533$; $L_m=0{,}406$; $N_0/L_p=384\,D/l^4$.

Если жесткость на изгиб фундамента намного больше жесткости покрытия, фундамент можно считать твердым. При этом в (12.11), (12.13) коэффициенты приведения не вводят, $T=T_1$, $N_0=C_1$ и уравнения имеют вид

$$L_m m_1 \ddot{T}_1 + N_0 T_1 = L_p P_{*1}; \tag{12.14}$$

$$m_2 \dot{v}_{(2)} = -P^0_{*2} + N_0 T_1/L_p; \tag{12.15}$$

$$m_2 \ddot{T}_1 + N_0 T_1/L_p = P_{*2}.$$

Преобразуем уравнение (12.14) к виду (12.10), с учетом (12.9), (12.15), получим

$$L_m m_1 \dot{v}_{(1)} + N_0 T - L_p P^0_{*1} - \frac{m_1}{m_2}(L_m - L_p)\left(\frac{N_0 T}{L_p} - P^0_{*2}\right) = 0. \tag{12.16}$$

Поведение системы описывается уравнениями (12.15), (12.16), (12.12), причем давления P^0_{*i} являются граничными функциями для уравнений движения грунта над и под сооружением. Заменой индексов можно выписать аналогичные соотношения для случая, когда жесткость покрытия существенно больше жесткости фундамента. Для обоих случаев можно записать

$$L_{mi} m_i \dot{v}_{(i)} - (-1)^i\left[L_{pi}\left(\frac{N_0 T}{L_p} - P^0_{*i}\right) - E_i\right] = 0,$$

$$E_i = \frac{m_i}{m_{3-i}}(L_{mi} - L_{pi})\left(\frac{N_0 T}{L_p} - P^0_{*3-i}\right), \tag{12.17}$$

где $i=1,2$ для верхней и нижней массы, и чтобы ввести L_p и L_m только для деформируемого элемента, используют функцию L_{ki} ($k=m,\ p$), принимающую значение приведенных параметров или 1: если учитывается только деформация покрытия $L_{k1}=L_k$, $L_{k2}=1$, если только фундамента $L_{k1}=1$, $L_{k2}=L_k$.

Полученные соотношения можно использовать при анализе динамики сооружения по трехмассовой схеме.

При моделировании сооружения трехмассовой системой (рис. 12.1) крайние массы соответствуют деформируемым элементам, а средняя — стенам, податливостью которых в продольном направлении можно пренебречь. Уравнение движения верхней массы соответствует (12.14). Введя индекс $i=1$ для верхней массы (покрытия),

заменив волновое давление P^0_{*2} реакцией связи $N_{02}T_2/L_{p2}$, получим

$$L_{m1}m_1\dot{v}_{(1)} + N_{01}T_1 - L_{p1}P^0_{*1} - \frac{m_1}{m_2}(L_{m1} - L_{p1})\left(\frac{N_{01}}{L_{p1}}T_1 - \frac{N_{02}}{L_{p2}}T_2\right) = 0;$$

$$T_1 = u_{(1)} - u_{(2)}.$$

Вторая масса будет двигаться только под действием реакций связей, а коэффициенты приведения для нее не вводят, т. е. имеем уравнение $m_1\dot{v}_{(2)} - \frac{N_{01}}{L_{p1}}T_1 + \frac{N_{03}}{L_{p3}}T_3 = 0$, $T_3 = u_{(2)} - u_{(3)}$, где T_3 прогиб, а N_{03} — приведенная жесткость для фундамента. Для третьей массы, используя уравнение (12.17), получим

$$L_{m3}m_3\dot{v}_{(3)} - N_{03}T_3 + L_{p3}P^0_{*3} + \frac{m_3}{m_2} \times$$

$$\times (L_{m3} - L_{p3})\left(\frac{N_{03}T_3}{L_{p3}} - \frac{N_{01}T_1}{L_{p1}}\right) = 0,$$

где L_{m3}, L_{p3} — коэффициенты приведения для фундамента с удельной массой m_3, на которую действует волновое давление P^0_{*2}.

Уравнения для трехмассовой системы окончательно запишем в виде

$$L_{mi}m_i\dot{v}_{(i)} = (-1)^i\left[N_{0i}T_i - L_{pi}P^0_{*i} - \frac{m_i}{m_2}(L_{mi} - L_{pi})\left(\frac{N_{0i}}{L_{pi}}T_i - \frac{N_{04-i}}{L_{p4-i}}T_{4-i}\right)\right] \quad (i = 1,3),$$

$$m_2\dot{v}_{(2)} = \frac{N_{01}}{L_{p1}}T_1 - \frac{N_{03}}{L_{p3}}T_3, \qquad (12.18)$$

$$T_1 = u_{(1)} - u_{(2)}, \quad T_3 = u_{(2)} - u_{(3)}.$$

Уравнения (12.18) интегрируют совместно с (12.5), причем в (12.18) $P^0_{*i} = P_j$, где индекс j соответствует координате, фиксирующей положение сооружения в грунтовом слое.

12.3. Коэффициенты волнового взаимодействия

Приведем результаты расчетов взаимодействия волн сжатия в грунте с сооружениями по двухмассовой схеме, без учета собственного веса, приняв для граничного давления выражение $P = P_m(1 - t/\tau_+)\exp(-\beta t/\tau_+)$. Для описания свойств грунта использована упруговязкая модель (9.31) со спектром запаздывания для суглинка (рис. 9.10) с главным максимумом при $\tau = 4$ мс, $\Delta P_\Phi = 0{,}1$ МПа,

$\tau_+ = 0{,}15$ с; $\beta = 2{,}2$, толщина обсыпки $x_1 = 1{,}5$ м; расстояние от фундамента до скального основания $x_2 = 3$ м.

Свойства деформируемой упругой системы определяют тремя параметрами m_i, N_0, в связи с чем вводят инва-

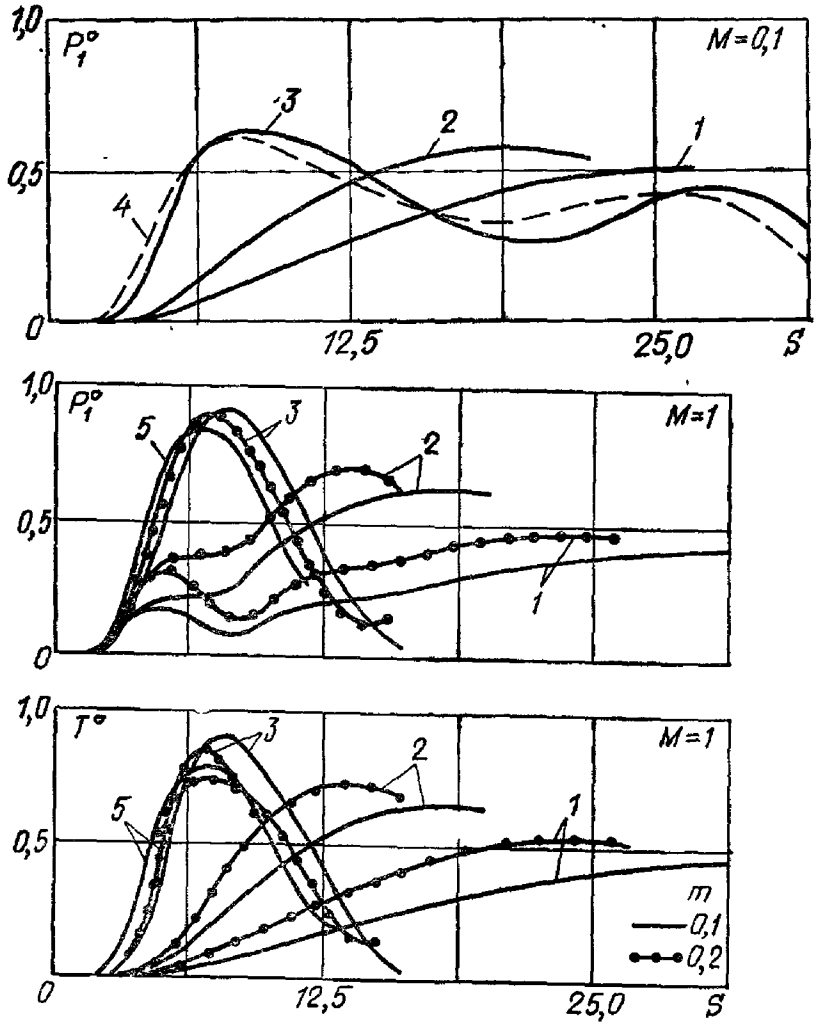


Рис. 12.2. Изменение волнового давления P_1^0 на заглубленное сооружение и упругих деформаций T^0

а ($M=0{,}1$) — при значениях $\omega=4{,}0$ (кривая *1*); 1,2 (кривая *2*), 0,8 (кривая *3*); кривая 4 — давление в свободном слое, $M=0$; *б* ($M=1$) $\omega=1{,}4$ (кривая *1*); 0,4 (кривая *2*); 0,2 (кривая *3*); 0,1 (кривая *5*); $s=t/\tau$

рианты, характеризующие соответственно «жесткость», «массивность» и соотношение масс системы $\omega = \tau(N_0/m_1)^{1/2}$, $M = (m_1+m_2)/(\rho_0 H_1)$, $m = m_1/(m_1+m_2)$.

В приводимых расчетах варьировались все три указанные величины. На рис. 12.2 представлены примеры расчета изменения со временем давлений на сооружение

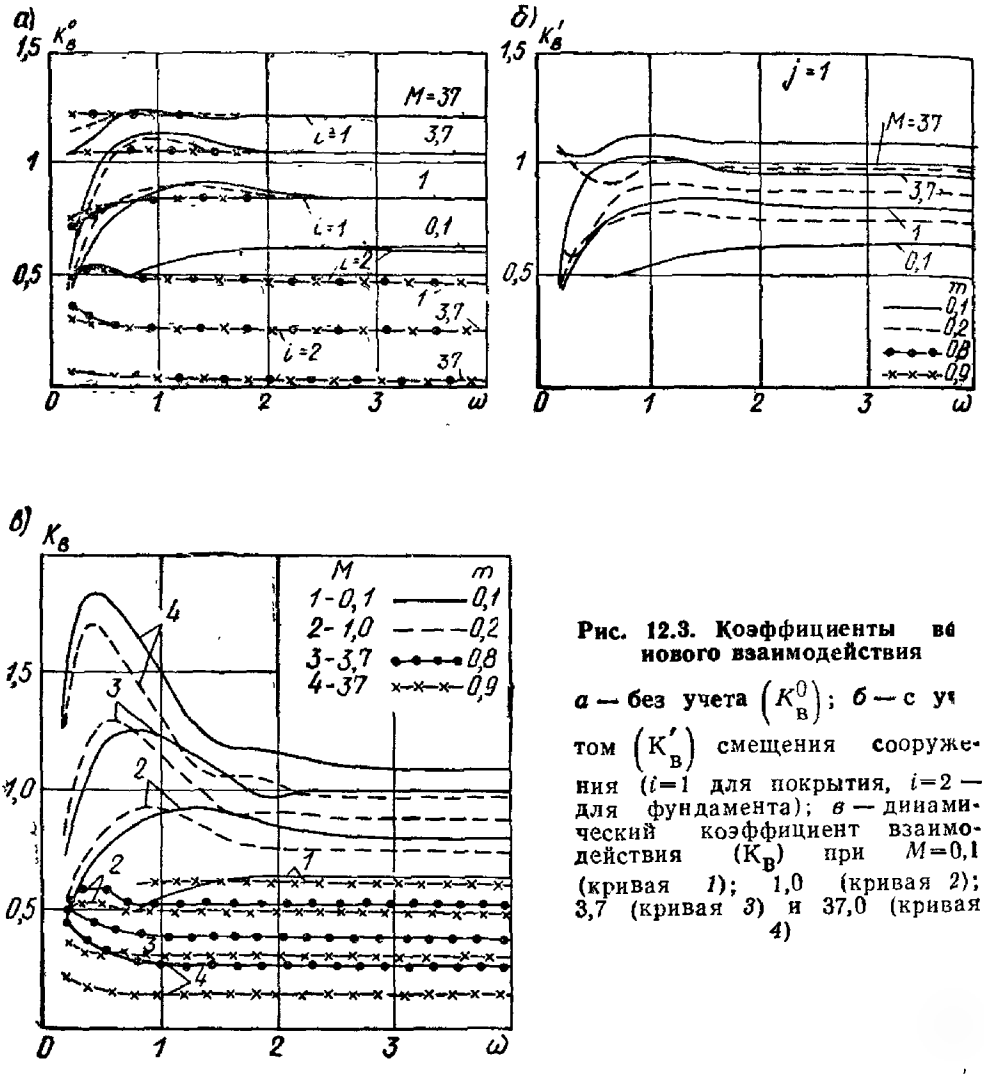


Рис. 12.3. Коэффициенты во нового взаимодействия

а — без учета $\left(K_в^0\right)$; *б* — с уч том $\left(K_в'\right)$ смещения сооружения ($i=1$ для покрытия, $i=2$ — для фундамента); *в* — динамический коэффициент взаимодействия ($K_в$) при $M=0{,}1$ (кривая *1*); 1,0 (кривая 2); 3,7 (кривая *3*) и 37,0 (кривая 4)

и его деформаций в безразмерном виде $P_i^0 \equiv P_{*i}^0(s)/P_m$ $T^0 \equiv T(s)N_0/P_m$ $(s=t/\tau)$ при различных значениях ω, n и M. Влияние параметра m на различие функций P_1^0 и T проявляется при $M \gg 1$, причем с возрастанием M умень шается длительность θ_p положительной фазы волнового давления. При $M=37$ отношение $\theta_p/\tau_+ \sim 0{,}4$ для широко го диапазона ω. Влияние ω существенно для вида функ ций T^0, особенно при $m \ll 1$, $\omega < 1{,}5$.

Представляют интерес максимумы трех функций, ка коэффициенты волнового взаимодействия $K_в^0$, $K_в'$, $K_в$. Ко эффициенты $K_в^0 \equiv (P_i^0)_{max}$ представляют отнесенны к P_m максимумы волнового давления на элементы систе

мы. Согласно (12.12), (12.13) фуикции P_{*i} представляют эффективные давления, деформирующие систему с учетом влияния инерции ее смещений в грунтовом слое. Коэффициенты $K'_в \equiv (P_{*i})_{max}/P_m$ характеризуют соответствующие максимумы. Очевидно, $K'_в < K^0_в$ для верхней ($i=1$) и $K'_в > K^0_в$ для нижней ($i=2$) массы. На графиках для коэффициентов $K^0_в$, $K'_в$, приведенных на рис. 12.3, видно существенное влияние ω и M. Влияние смещений системы заметно при $M \gg 1$ на всем рассматриваемом диапазоне ω и проявляется в зависимости $K'_в$ от m (коэффициент $K^0_в$, практически не зависит от m при $\omega > 3$ для $M=1$ и $\omega > 1{,}2$ для $M=37$). Оба коэффициента при достижении некоторых характерных для m и M значений ω стабилизируются. Переходу к стабильным значениям $K'_в$ в диапазоне $\omega > 2{,}4$ соответствует эффект «отвердения» деформируемой системы. Различие в коэффициентах взаимодействия для верхней и нижней масс уменьшается с M. При $M=0{,}1$ различие в $K^0_в$ для $i=1$ и $i=2$ не превышает 3 % для любых ω и m, причем $K'_в \sim K^0_в$. Влияние ω более существенно для давления на верхнюю массу (при $m \ll 1$), а диапазон влияния расширяется с убыванием M.

На рис. 12.3, *в* приведены коэффициенты $K_в \equiv (T^0)_{max}$, характеризующие амплитуду деформации системы и учитывающие инерционные эффекты от смещения системы в слое и взаимного смещения масс m_i. Данный коэффициент определяет эквивалентное статическое давление на систему $P_{экв} = K_в P_m$, соответствующее волновому воздействию. Различие величин $K_в$ и $K'_в$ отражает непосредственно инерционный эффект деформирования системы (оцениваемый в теории колебаний коэффициентом динамичности). Сравнение графиков показывает, что диапазону влияния инерции деформации упругой системы для $M \gg 1$ соответствует $\omega < 2{,}0$—$2{,}5$. При $M=0{,}1$ $K_в \sim K^0_в$, т. е. деформация системы копирует волновое давление в масштабе N_0. С помощью приведенных графиков можно найти величину ΔP снижения расчетной нагрузки за счет смещения сооружения. Это снижение приблизительно равно разности коэффициентов $K^0_в - K'_в$. В зависимости от параметра ω и массовых характеристик величина ΔP может изменяться в достаточно широких пределах. Напри-

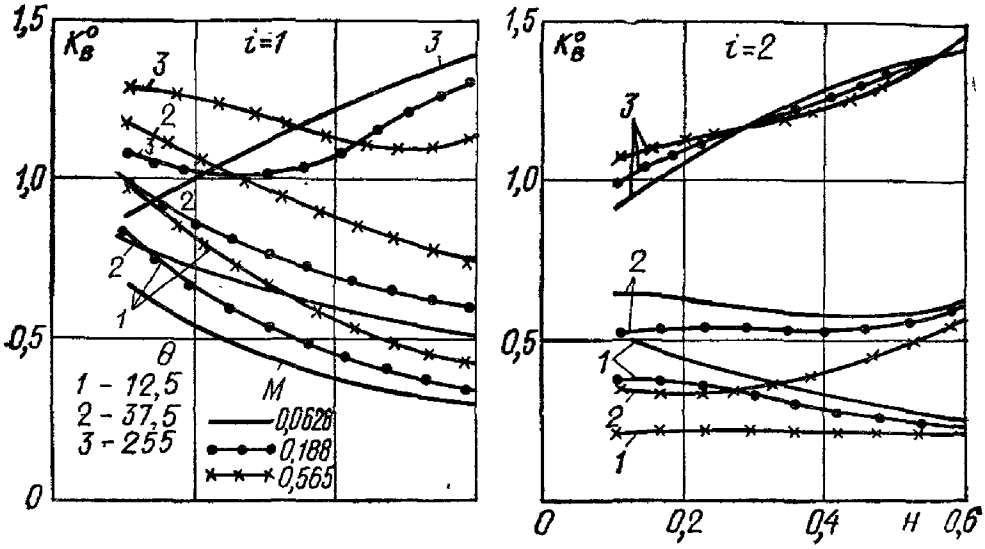


Рис. 12.4. Зависимость коэффициентов $K_в^0$ для покрытия ($i=1$) и фундамента ($i=2$) от положения H' жестких сооружений различной массы при длительностях ударной волны $\theta=12{,}5$ (кривая 1); 37,5 (кривая 2); 255 (кривая 3)

мер, при $M=1$ это снижение меняется от 5 (для $m=0{,}1$) до 13 % (при $m=0{,}2$).

Были проведены расчеты $K_в$ с введением коэффициентов приведения для покрытия как шарнирно опертой балочной плиты при $m=0{,}1$. Для сопоставимости полагалось $\omega=\tau\varphi$, где φ — аналог частоты собственных колебаний приведенной системы $\varphi^2=N_0(L_m m_1)^{-1}$. Расчеты показали, что поправки дают слабое уменьшение $K_в$ в области малых значений ω. С ростом M и ω отклонение $K_в$ от полученных выше значений убывает. Так, при $M=3{,}7$ и $\omega=0{,}4$; 0,8; 1,2 отклонение (отрицательное) составило 9, 3 и 0,5 %, а при $M=37$, $\omega=0{,}4$ и 0,8 отклонение было 1,7 и 0,5 %. Поэтому полученные выше коэффициенты взаимодействия для упругих конструкций с небольшой ошибкой (в запас расчета) характеризуют нагрузки на элементы и динамику заглубленных сооружений.

При больших значениях ω поведение деформируемой системы в связи с эффектом «отвердевания» инвариантно относительно величин m и ω, что позволяет исключить m и ω из числа параметров. Можно дополнительно рассмотреть влияние таких величин, как координаты сооружения в слое и длительности действия ударной волны. На рис. 12.4 даны зависимости $K_в^0$ для покрытия ($i=1$) и фундамента ($i=2$) от $H'=x_1/(x_1+x_2)$, $M'=MH'\equiv\equiv(m_1+m_2)/(\rho_0(x_1+x_2))$ и $\theta=\tau_+/\tau$. Величины $\Delta P_ф$, β, ρ_0, τ

и x_1+x_2 указаны выше. На графиках заметно проявление комбинации эффектов угасания давления с глубиной и увеличения давления в результате отражения волны сжатия от покрытия (возрастающего с M) и скального основания. Влияние свободной поверхности, сказывающееся в разгрузке слоя, более существенно при малых H' и особенно θ. При $\theta \leqslant 40$ ($i=1$) доминируют эффекты угасания и разгрузки, в связи с чем $K_в^0$ убывает с ростом H'. При $\theta=255$ для легкой системы ($M'=0{,}0628$) более существенно отражение от скалы, в связи с чем $K_в^0$ ($i=1{,}2$) растет. Для тяжелых систем давление отражения на них ($i=1$) становится доминирующим лишь начиная с некоторых глубин. Различие в коэффициентах $K_в^0$ для $i=2$ уменьшается с ростом длительности θ и глубины H'.

Далее рассмотрим заглубленное сооружение рамного типа как двухмассовую упругопластическую систему с сопротивлением деформации сжатия $R-T$ по диаграмме Прандтля. Сопротивление системы одноэтапному сжатию определяется выражениями:

$$R=\begin{cases} N_0 T \ (I \leqslant T_т); \\ R_т + G\,(T - R_т/N_0) \quad (T \geqslant T_т), \end{cases}$$

где N_0 — жесткость; G — модуль упрочнения; $R_т=N_0T_т$ — предельное сопротивление текучести при $T=T_т$.

Упругие разгрузки при $T>T_т$ и повторные нагружения принимаются согласно формуле

$$R = R_* + N_0 (T - T_*) \quad (T < T_*),$$

где R_*, T_* — сопротивление и деформация в начале разгрузки с линии упрочнения.

Принятая диаграмма аналогична диаграмме $\sigma-\varepsilon$ (рис. 11.2 (7)), использованной в модели NIS2 (см. п. 9.8). Так как при расчетах без учета собственного веса размер объекта в задачу не входит, а геометрия определяется толщиной обсыпки x_1 и расстоянием до скального основания x_*, введем параметры, пометив безразмерные величины тильдами,

$$x_0 = \tau\,(\rho_0 \varphi_m)^{-1/2}; \quad u_* = \hat{\omega}^2 \hat{m}_1 T_q; \quad T_q = \Delta P_ф / N_0,$$

$$\hat{m}_i = m_i\,(\rho_0 x_0)^{-1}; \quad \hat{\omega} = \tau\,(N_0/m_1)^{1/2}; \quad \hat{G} = G/N_0; \quad \hat{K} = R_т/\Delta P_ф;$$

$$\hat{x}_1 = x_1/x_0; \quad \hat{x}_* = x_*/x_0; \quad \hat{\theta} = \tau_+/\tau_i \quad \hat{C} = \varphi_m C';$$

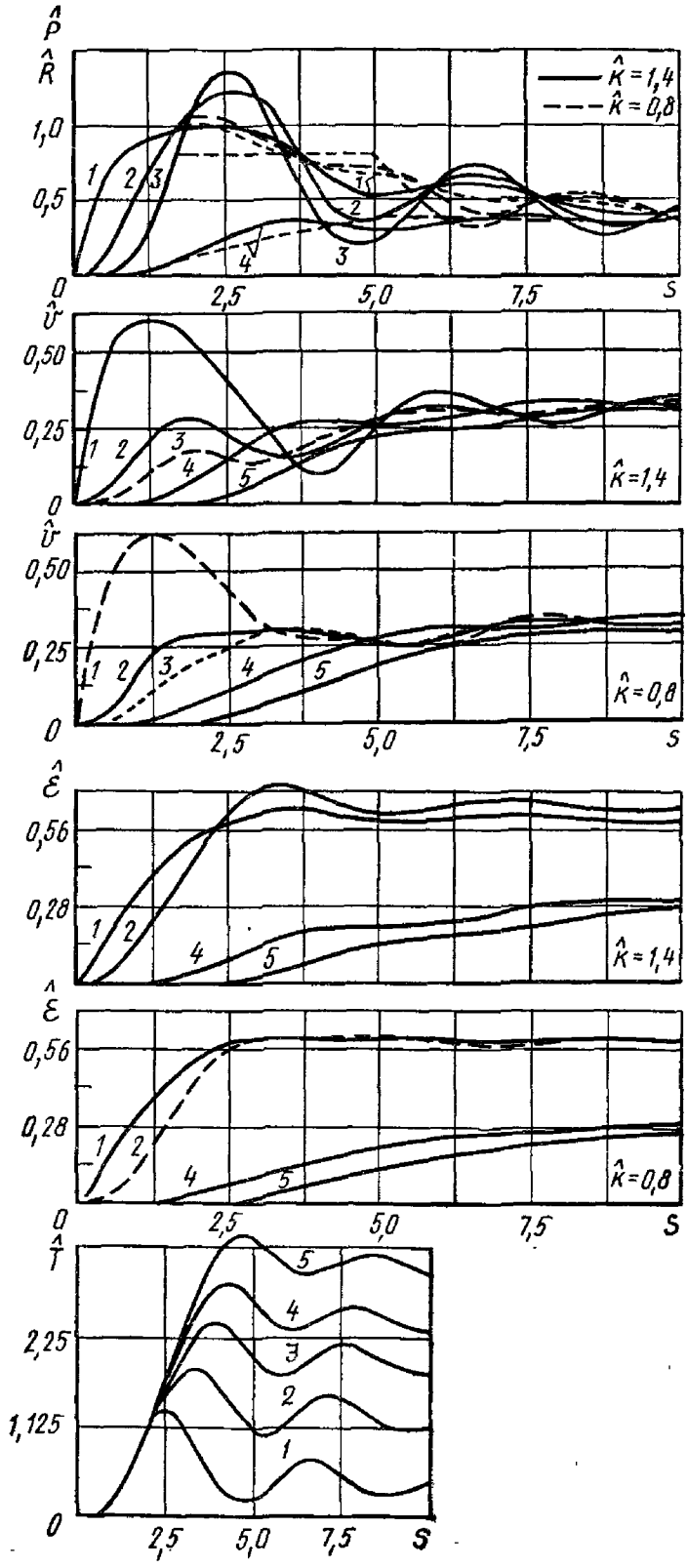

$\hat{P}$
$\hat{R}$
1,0
0,5
0
2,5
5,0
7,5
S
$\hat{K}$ = 1,4
$\hat{K}$ = 0,8
$\hat{U}$
0,50
0,25
$\hat{K}$ = 1,4
$\hat{K}$ = 0,8
$\hat{\mathcal{E}}$
0,56
0,28
$\hat{T}$
2,25
1,125

Рис. 12.5. Изменение безразмерных давлений $\hat{P}$ на элементы сооружения, сопротивления деформации $\hat{R}$, скоростей частиц грунта $\hat{v}$ и приведенных масс m_i, деформаций $\hat{\varepsilon}$ и функции динамичности упругопластических систем с различными сопротивлениями текучести

Для $\hat{P}$: кривая *1* — на глубине $r=0{,}673$; *2*, *4* — давление на покрытие ($\hat{P}_1$) и фундамент ($\hat{P}_2$); $\hat{R}$ — кривая *3*. Для $\hat{v}$: кривые *1*, *2*, *5* — на глубинах $r=0{,}336$; 1,68; 3,70; кривые *3*, *4* — скорости масс $\hat{v}_1$, $\hat{v}_2$. Для $\hat{\varepsilon}$: кривые *1*, *5* — на глубинах $r=0{,}673$; 4,04; кривые *2*, *4* — деформации частиц грунта, контактирующих с покрытием и фундаментом. Для $\hat{T}$: кривые *1*—*5* — при $\hat{K}$ 1,35; 1,0; 0,9; 0,85 и 0,8; при $\hat{K}=1{,}35$ сооружение работает упруго

где ρ_0 — плотность грунта; $\varphi_m=1{,}822\cdot10^{-1}$ Па$^{-1}$ — равновесная податливость для спектра суглинка с мгновенным модулем упругости $C'=1{,}47\cdot10^2$ МПа.

Безразмерные зависимые переменные η_k примем в виде

$$\hat{u}=u/u_*\quad \hat{u}_i=u_i/u_*;\quad \hat{T}=T/T_q,\quad \hat{R}=R/\Delta P_\Phi,$$

$$\hat{\dot{u}}=\hat{v}=v\tau/u_*,\quad \hat{\dot{u}}_i=\hat{v}_i=v_i\tau/u_*,$$

$$\hat{P}=P/\Delta P_\Phi,\quad \hat{P}_i=P_i/\Delta P_\Phi,\quad \hat{\varepsilon}=\varepsilon(\varphi_m\Delta P_\Phi)^{-1},$$

где $\hat{T}$ — функция динамичности деформации упругопластической системы, представляющая отношение ее динамической деформации к статической деформации упругой системы с жесткостью N_0 от давления ΔP_Φ; u, v, P — перемещение, скорость частиц и давление в грунте.

Решение задачи при независимых переменных $r=x/x_0$, $s=t/\tau$ для конкретных грунта и нагрузки, указанных выше, имеет вид

$$\eta_k=\eta_k\left(\hat{m}_i, \hat{\omega}, \hat{G}, \hat{K}, \hat{x}_1, \hat{x}_*, \hat{\theta}, \hat{C}, r, s\right).$$

Приведем решение задачи по программе F. В расчетах принято: шаг сетки $\chi=0{,}15$ м, $C'=147$ МПа, $G=0$, $x_1/x_*=0{,}13$ ($\ll1$), что сводило к минимуму влияние волны, отраженной от скалы (условия, близкие к полупространству). В целях сравнительной оценки на рис. 12.5 показаны функции $\eta_k(s)$ для сооружения как упругой ($\hat{K}\geqslant1{,}4$) и упругопластической системы ($\hat{K}=0{,}8$) при $\hat{m}_1=2{,}242$; $\hat{m}_1/\hat{m}_2=0{,}3$; $\hat{\omega}=2$; $\hat{x}_1=2{,}018$; $\hat{\theta}=37{,}5$. Даны также изменения со временем давлений в грунте и сопротивления деформированию системы. Система с $\hat{K}=1{,}4$ не получила пластических деформаций, так

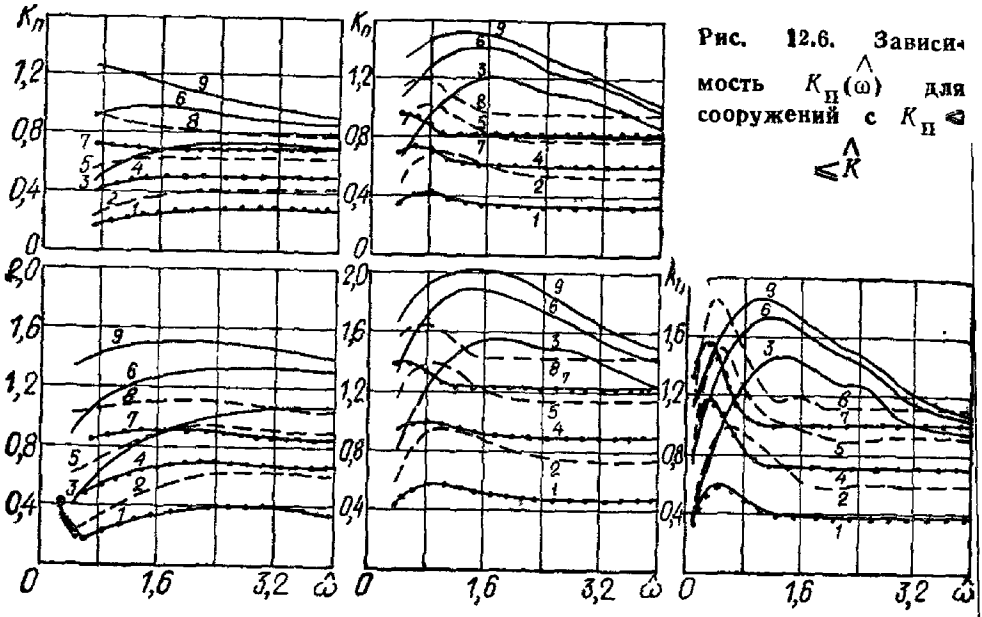


Рис. 12.6. Зависимость $K_{\text{п}}(\hat{\omega})$ для сооружений с $K_{\text{п}} \leqslant \hat{K}$

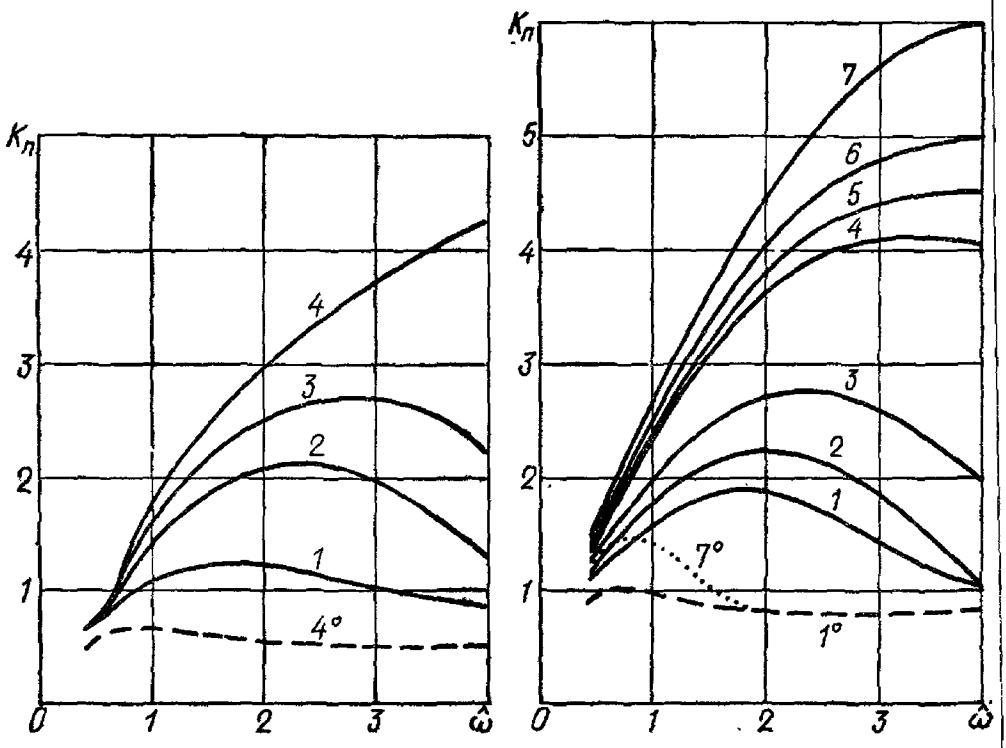


Рис. 12.7. Зависимость $K_{\text{п}}(\hat{\omega}, \hat{K})$ для упругопластических сооружений (см. примечание в приложении)

как максимум реакций в ней не достигает предельного сопротивления ($\hat{K}>\hat{R}_{max}=1{,}36$). При $\hat{K}=0{,}8$ система работает в стадии пластического деформирования в интервале $1{,}7<s<4{,}7$, а затем происходят ее упругие колебания. Максимум волнового давления $\hat{P}_1$ на упругую систему превысил на 16 % давление на пластическую систему, причем последнее на 31 % выше величины $\hat{K}$, что объясняется инерцией смещения массы $\hat{m}_1$. Еще более существенно влияние инерции смещения массы $\hat{m}_2$, вследствие чего и благодаря быстрому убыванию граничной нагрузки давление $\hat{P}_2$ под двумя системами не превышает 0,45.

Функция динамичности деформаций впаянной системы $\hat{T}(s)$ существенно зависит от параметра $\hat{K}$. С убыванием $\hat{K}$ растут остаточная деформация и амплитуда $K_{\text{п}}=\hat{T}_{max}$, представляющая коэффициент динамичности деформации. При $K_{\text{п}}<\hat{K}$ система работает в пределах упругих деформаций и $K_{\text{п}}$ представляет также отношение максимума внутренних усилий в системе к величине $\Delta P_{\text{ф}}$. Иными словами, если $K_{\text{п}}<\hat{K}$ коэффициент $K_{\text{п}}$ определяет эквивалентную статическую нагрузку $P_{\text{экв}}=K_{\text{п}}\Delta P_{\text{ф}}$ по внутренним усилиям и деформациям, то при $K_{\text{п}}>\hat{K}$ он соответствует эквивалентной нагрузке по деформациям, а коэффициентом динамичности по усилиям является параметр $\hat{K}$.

Числовым экспериментом получены зависимости $K_{\text{п}}$ от $\hat{\omega}$ для систем с различными $\hat{m}_i$ и $\hat{K}$ для трех пар значений $\hat{x}_1$, $\hat{x}_*$ и трех времен $\hat{\theta}$. Параметр $\hat{\omega}$ варьировался в диапазоне 0,4—4. Часть расчетов (рис. 12.6) ограничена упругой стадией работы систем ($K_{\text{п}}\leqslant\hat{K}$) и по экстремальным значениям коэффициента $K_{\text{п}}$ установлены минимальные величины $\hat{K}_{min}$, при которых системы не получают пластических деформаций. Сводка данных для этой серии расчетов приведена в табл. 12.1, 12.2.

Из приведенных данных следует, что при равных значениях $\hat{m}_1$ и $\hat{\omega}$ коэффициент $K_{\text{п}}$ растет вместе с параметрами $\hat{m}_2$ и $\hat{\theta}$, что связано с уменьшением влияния соответственно смещений массы $\hat{m}_2$ (т. е. податливости системы в целом) и волны разгрузки, излучаемой свободной поверхностью. Влияние массы $\hat{m}_1$ сказывается на форме функции $K_{\text{п}}(\hat{\omega})$, максимум которой смещается в направлении возрастания $\hat{\omega}$ при уменьшении $\hat{m}_1$. С ростом заглубления $\hat{x}_1$ системы коэффициент $K_{\text{п}}$ убывает повсюду, за исключением не-

Таблица 12.1. Геометрия задачи и длительность импульса

№ кривой	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{x}_1$	13,45	6,73	2,02	13,45	6,73	2,02	13,45	6,73	2,02
$\hat{x}_1/\hat{x}_*$	0,23	0,33	0,13	0,23	0,33	0,13	0,23	0,33	0,13
θ	12,5	12,5	12,5	37,5	37,5	37,5	112,5	112,5	112,5

Таблица 12.2. Предельные значения коэффициента $\hat{K}$, при которых система не получает пластических деформаций

Рис. 12.6	$\hat{m}_1$	$\hat{m}_2$	Значения $\hat{K}_{\min}$ для кривых 1—9								
			1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сверху слева	0,23	0,747	0,28	0,42	0,73	0,51	0,63	0,98	0,72	0,92	1,26
Снизу слева	0,23	7,47	0,40	0,63	1,08	0,70	0,93	1,33	0,91	1,12	1,51
Сверху справа	2,24	7,47	0,43	0,70	1,19	0,73	1,01	1,40	0,96	1,20	1,51
Снизу в центре	2,24	74,7	0,58	0,96	1,56	0,99	1,40	1,88	1,40	1,64	2,02
Снизу справа	24,9	74,7	0,63	0,99	1,47	1,18	1,52	1,74	1,58	1,84	1,87

скольких расчетных вариантов в узкой зоне у низкочастотной границы диапазона $\hat{\omega}$, причем для небольших заглублений ($\hat{x}_1=2{,}02$) и особенно при малых длительностях нагрузки $\hat{\theta}$ коэффициент $K_п$ меняется в весьма широких пределах. Так, при $\hat{m}_1=24{,}9$ и $\hat{\theta}=12{,}5$ коэффициент $K_п$ меняется в диапазоне от 0,3 до 1,47.

На рис. 12.7 приведены зависимости $K_п$ ($\hat{\omega}$, $\hat{K}$) при изменении $\hat{K}$ от 0,7 до 1,0 для упругопластических систем при двух парах значений $\hat{x}_1$, $\hat{x}_*$ и двух временах $\hat{\theta}$. Получено, что с увеличением заглубления $\hat{x}_1$ коэффициент $K_п$ резко уменьшается во всем диапазоне частот, вследствие чего пластические деформации на большей части диапазона $\hat{\omega}$ несущественны или не возникают вовсе. Наблюдается сильная чувствительность $K_п$ к параметру $\hat{K}$, возрастающая вместе со временем $\hat{\theta}$. Для фиксированного $\hat{\theta}$ имеется некоторое критическое значение $\hat{K}$, при переходе через которое к его меньшим значениям заметен эффект динамической неустойчивости — резкий рост максимума пластической деформации при несущественном убывании $\hat{K}$. При $\hat{\theta}=12{,}5$ это значение $\hat{K}\sim0{,}73$, а при $\hat{\theta}=37{,}5$ диапазон устойчивой работы системы сужается и критическая величина $\hat{K}$ возрастает до $\sim0{,}82$.

Приведенные данные позволяют давать расчетную оценку динамических деформаций упругопластических конструкций методами статики упругих систем по эквивалентной статической нагрузке $P_{экв}=K_п\Delta P_ф$ при давлении $\Delta P_ф$ до $\sim0{,}4$ МПа.

12.4. Фильтрация ударной волны в сооружение

При действии воздушной ударной волны на мягкие пористые грунты возможна фильтрация газа из области волны в грунт через систему открытых поровых каналов, а при небольшой толщине обсыпки заглубленного сооружения и недостаточной герметичности — затекание газа в сооружение. В динамической модели грунта, допускающей фильтрацию газа под давлением, следует учитывать нелинейные эффекты. Наиболее подходящим является закон Дюпюи нестационарной фильтрации, который в [70, 79] использован в форме

$$-(nP)' + (nP_\mu)' = n^*\rho_{(0)}v',$$

$$-P'_\mu = \frac{\mu}{K_0}n(v-v_г)\left(1+\frac{\rho n}{\mu K_т/K_с}|v-v_г|\right),$$

где $\rho_{(0)}v'$ — поправка на инерционные эффекты; P — давление газа;

P_μ — сопротивление фильтрации или давление вязкого трения; μ — динамическая вязкость газа, определяемая по формуле Сэтерленда с учетом термического уравнения состояния

$$\mu = \mu_{(0)} (T/T_{(0)})^{1,5} (C + T_{(0)})/(C + T), \qquad T = P/(R\rho),$$

n — открытая пористость; n^* — ее начальное значение; ρ — плотность газа; $\rho_{(0)}$ — ее значение при атмосферном давлении; T — температура; $\mu_{(0)} = 1{,}72 \cdot 10^{-5}$ Па·с — вязкость воздуха при $T_{(0)} = 273$ К, $C = 130{,}5$ К, $R = 287{,}14$ м^2/(с^2·К) — газовая постоянная; K_0, $K_т$ — ламинарная и турбулентная проницаемость; v, $v_г$ — скорости частиц газа в капилляре (поровом канале грунта) и стенки капилляра на уровне газовой частицы.

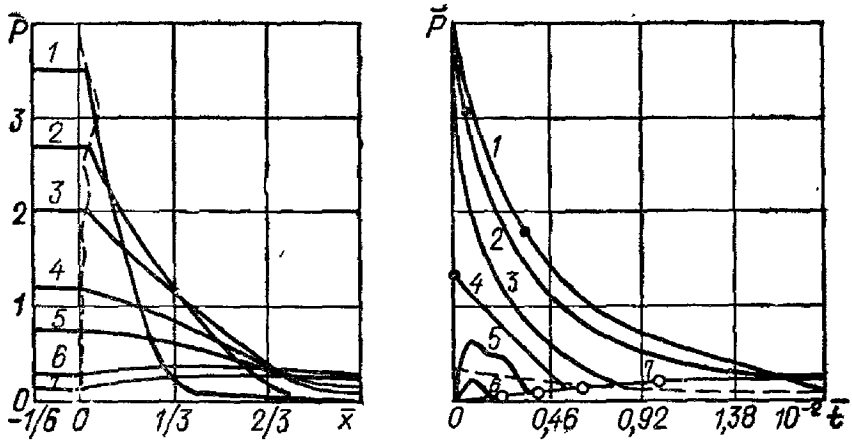


Рис. 12.8. Распределение давлений по координате (слева) и во времени (справа) в задаче о фильтрации (затекании) ударной волны через грунтовую обсыпку в сооружение

Поведение газа в атмосфере и в помещении сооружения описывается уравнением $P = \rho^{-1}(kP + (k-1)q)$, представляющим комбинацию первого закона термодинамики $E^{\cdot} = \rho^{-2}\rho^{\cdot}(P+q)$ и уравнения состояния совершенного газа $P = \rho(k-1)(E + \text{const})$ с постоянным отношением теплоемкостей k (E — внутренняя энергия; q — квадратичная искусственная вязкость). Скелетная система грунта считается упруговязкой средой (используется обобщенная модель Фойгта с двумя временами запаздывания $\tau_1 = 0{,}35$, $\tau_2 = 3{,}26$ мс [67]). Уравнение движения скелета имеет вид $\rho_г v_г^{\cdot} = -\sigma' - (nP\mu)'$, где σ — истинное напряжение, входящее в уравнение состояния (индексом <г> помечены параметры для грунта).

В работе [79] дана полная формулировка задачи о взаимодействии воздушной ударной волны со слоем пористой среды, расположенным над сооружением, и фильтрации газа в его внутренний объем. Приведен

алгоритм задачи, реализованный в виде программы FILTR для ЕС ЭВМ, работающей совместно с программой EFIR выработки параметров поля точечного взрыва. Дан численный анализ связанных процессов нелинейной фильтрации газа из области, отраженной от поповерхности грунта воздушной ударной волны через открытые поровые каналы грунтового слоя во внутренний объем сооружения. Определены скорости и деформации упруговязкого скелета пористого слоя и перераспределение напряжений в его скелете, вызванное силами вязкого трения фильтрующего газа.

Проведены расчеты для сухого песчаного грунта и для грунта водонасыщенного (в котором открытое поровое пространство частично заполнено водой). Расчеты выполнены для воздушного взрыва на высоте 368 м (энергия взрыва $2{,}1 \cdot 10^8$ Дж/м^2). Давление на фронте подошедшей к поверхности грунта ударной волны $\Delta P_\Phi = 0{,}3$ МПа. Приведем в безразмерном виде пример расчета затекания ударной волны через грунтовую обсыпку толщиной 1,5 м в сооружение с высотой помещения 2 м. На рис. 12.8, *а* дано распределение давления $\bar{P} = \Delta P / P_\Phi$ по координате $\bar{x} = X/r_*$ в различные моменты времени $\bar{t} = t/\tau_2 = 3{,}06$; 15,3; 30,6; 61,2; 92; 159; 184 (кривые *1*—*7*), где r_* — размерная координата пола; $\bar{x} = 0$ совмещено с поверхностью грунта при $t = 0$, $\bar{x} = 1$ — с полом сооружения, штриховой линией показано смещение поверхности грунта. На рис. 12.8, *б* показано изменение давлений газа во времени в семи узлах лагранжевой сетки $r/r_* =$ —0,667; —0,4; —0,333; 0; 0,333; 0,667; 1,0 (кривые *1*—*7*). Темные точки соответствуют моментам времени перехода частицы газа в поровый канал, светлые — в помещение. Перед затеканием в помещение давление в газовой частице становится близким к давлению в помещении, изменение которого показано кривой *7*.

Глава 13. КОМПЛЕКСНЫЙ РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ СООРУЖЕНИЙ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ МЕТОДОМ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

13.1. Постановка задачи

Задачи динамики заглубленных в грунт сооружений можно решать в неодномерной постановке методами механики сплошной среды. При таком подходе [61] учитывают взаимодействие волн сжатия в грунте с сооружением, а также волновые процессы в его конструктивных элементах и внутреннем воздушном объеме. Неодномерный подход к расчету сооружений позволяет с высокой степенью детализации аппроксимировать геометрию объекта и геологии и соответствующее распределение свойств в материалах и грунтовой среде. Это приводит к результатам, приближающимся к данным физического эксперимента тем лучше, чем точнее используемые определяющие соотношения отражают реальные динамические свойства материалов и грунтовых сред.

Ниже рассмотрен алгоритм динамического расчета связанной системы сооружение — грунтовая среда в неодномерной постановке по схеме плоской деформации или с осевой симметрией, реализованный в виде многоцелевого программного комплекса, EFFECT [76—78, 80, 81] для ЕС ЭВМ на языке ПЛ/1, обобщающего частные программы M и MS [61, 63].

Моделирование волновых процессов в среде основано на динамических соотношениях механики сплошной среды в переменных Лагранжа, аппроксимированных явным конечно-разностным условно устойчивым методом типа «крест» (сквозной счет с искусственной тензорной вязкостью) на четырехугольной сетке. Сооружение моделируется как система с распределенными параметрами, впаянная в среду. Предусмотрено представление сооружения или его части твердым телом с возможно деформируемым участком его контура, а также стержневой системой. В последнем случае элементы (стержни) непроницаемого внешнего контура сооружения, впаянного в среду, совмещены с ребрами расчетной сетки. Таким образом, конструкции криволинейного очертания произвольной формы схематизируются многоугольником.

Допустимы также стержневые конструкции в пределах объема сооружения, причем их элементы могут не совпадать с ребрами сетки, т. е. пересекать ячейки, незанятые средой.

В области решения (рис. 13.1) допустимы зоны со свойствами, соответствующими различным моделям сред при градиентности их материальных параметров. Для стержневых элементов конструкции принята упругопластическая модель, учитывающая зависимость предельного пластического момента от величины продольной силы.

Нагрузки на конструкцию возникают в процессе ее взаимодействия с волнами в среде, вызванными динамическими нагрузками (воздушной ударной волной) на верхней криволинейной границе области решения, кинематическими (сейсмическими) возмущениями на трех ее прямолинейных границах, а также внутренними — взрывными источниками энергии (в среде).

Для среды используемая система уравнений в переменных Лагранжа для декартовой системы координат x_i имеет вид

$$\rho \dot{v_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + F_j, \quad \dot{\varepsilon_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right), \quad \dot{\varkappa} = \dot{\varepsilon_{ij}}\,\delta_{ij}, \tag{13.1}$$

$$\sigma_{ij} = s_{ij} - P_0\,\delta_{ij}, \quad \dot{e_{ij}} = \dot{\varepsilon_{ij}} - 1/3\dot{\varkappa}\,\delta_{ij}, \quad P_0 = -1/3\sigma_{ij}\,\delta_{ij}, \tag{13.2}$$

где v_j, σ_{ij}, ε_{ij}, s_{ij}, e_{ij} — компоненты вектора скорости, тензоров напряжений и деформаций и соответствующих девиаторов; $\varkappa$ — объемная деформация; P_0 — гидростатическое давление; ρ — плотность; δ_{ij} — символ Кронекера; F_j — компоненты массовых сил. Точкой обозначено частное дифференцирование по времени t (использованы тензорные обозначения, — суммирование ведется по немому, т. е. повторяющемуся в одночлене индексу).

Выписанная система уравнений замыкается уравнениями состояния конкретной модели среды (материала).

Предусмотрена возможность использования в расчетах моделей сред: упругих, упруговязких и упругопластических без учета и с учетом временных эффектов и фазовых превращений. Номенклатура этих моделей достаточно широка, что позволяет охватить реологическое поведение почти всех известных твердых, жидких и газообразных сред и материалов в широком диапазоне состояний (в рамках допустимых искажений лагранжевой

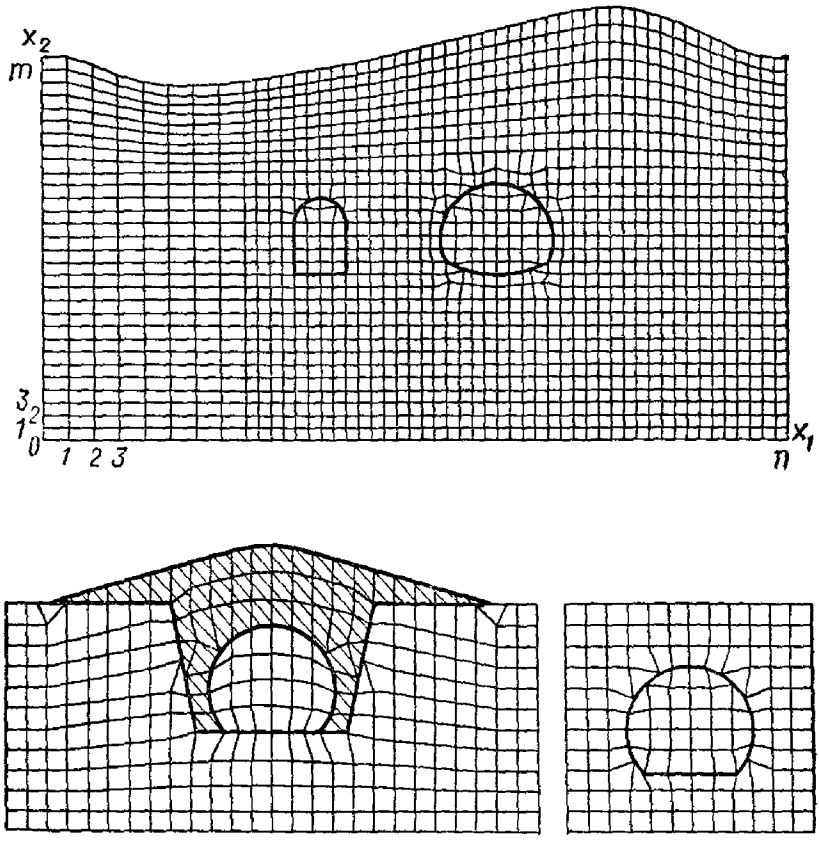


Рис. 13 1 Расчетная сетка области решения и фрагменты сеток, используемых при расчете заглубленных сооружений криволинейного очертания

сетки). Внутренние источники моделируются областями, занятыми взрывчатым веществом (ВВ), выделяющим энергию по схеме мгновенной детонации. При решении задач с источниками начало решения совмещено с моментом детонации.

В конкретных расчетах может фигурировать любая комбинация моделей сред, занимающих различные зоны области решения. Кроме того, некоторые модели сред могут использоваться для воспроизведения менее общих свойств. Так, упругопластические модели допускают при известных условиях описание поведения нелинейно-упругих твердых, жидких и газообразных сред. Пустые зоны (не занятые средой или материалом) игнорируются при вычислениях волновых полей. Такие зоны условно считаются занятыми средой «вакуум».

Динамика деформируемых конструкций, впаянных в массив сплошной среды, анализируется на основе уравнений для кривого бруса.

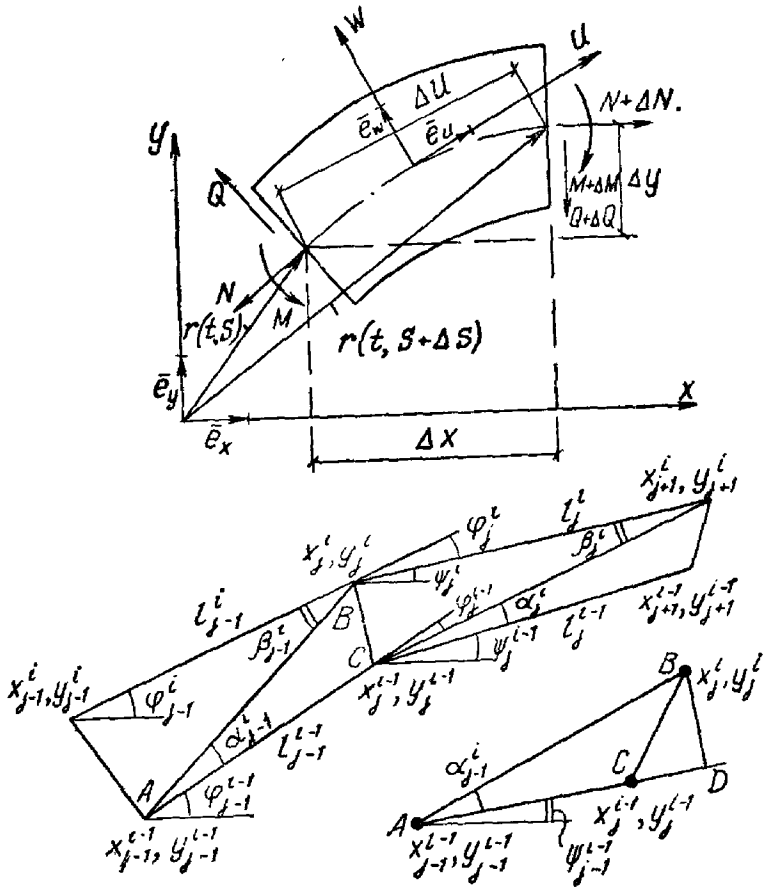


Рис. 13.2. Схемы к расчету конструкций как стержневых упругопластических систем

Уравнение динамического равновесия криволинейного элемента (Δs) конструкции в векторной форме имеет вид (рис. 13.2) $m\frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial t^2} = \bar{P} + \frac{\partial \bar{N}}{\partial s} + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial s}$, где $\bar{r} = \bar{r}(s, t)$ — векторная функция, фиксирующая срединную поверхность конструкции; s — скалярный аргумент (расстояние от начальной точки по кривой); $\bar{P}$ — погонная нагрузка, $\bar{N}$, $\bar{Q}$ — продольная и поперечная силы; m — погонная масса конструкции.

Продольную деформацию срединной поверхности ε и кривизну K определяют выражениями:

$$\varepsilon = \ln\left|\frac{\partial \bar{r}}{\partial s}\right|, \quad K = \operatorname{sgn}\left|\frac{\partial \bar{r}}{\partial s} \times \frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial s^2}\right| \left|\frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial u^2}\right|,$$

а изгибающий момент $\bar{M}$ и усилия $\bar{Q}$, $\bar{N}$ — из соотношений:

$$\overline{M} = F_1\left[\varepsilon(s,\theta), K(s,\theta), K_0(s), \theta\right]_{\theta=0}^{t} + \lambda_1 \frac{\partial K}{\partial t};$$

$$\overline{Q} = \frac{\partial \overline{M}}{\partial u}\bar{e}_w;$$

$$\overline{N} = \left(F_2\left[\varepsilon(s,\theta), K(s,\theta), K_0(s), \theta\right]_{\theta=0}^{t} + \lambda_2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)\bar{e}_u,$$

где F_1, F_2 — функционалы; K_0 — начальная кривизна; λ_1, λ_2 — коэффициенты вязкости (в методе сквозного счета); $\bar{e}_u$, $\bar{e}_w$ — орты криволинейной системы координат, связанной с конструкцией.

Граничные и начальные условия

$$\bar{r}(0,t) = \bar{r}(l,t), \quad \bar{r}(s,0) = \bar{r}_0(s), \quad K(s,0) = K_0(s), \quad \varepsilon(s,0) = 0,$$

где r_0 — заданная функция (исходная геометрия).

13.2. Модели сред и материалов, используемых в программном комплексе EFFECT

Ниже дана формулировка моделей, использованных в неодномерных расчетах. Допустимы следующие модели сред:

1. Упруговязкая (нелинейная) или упругая твердая среда, жидкость, газ.
2. Упругопластическая Прандтля — Рейсса с условием текучести Мизеса.
3. То же, с изотропным упрочнением.
4. Упругопластическая Прандтля — Рейсса с динамическим условием текучести кинетического типа.
5. То же, с упрочнением.
6. Упругопластическая Прандтля — Рейсса с динамическим условием и зубом текучести, по Работнову.
7. То же, с упрочнением.
8. Упругопластическая Соколовского—Мальверна.
9. Упругопластическая Григоряна с условием текучести Мизеса — Шлейхера.
10. Среда, являющаяся внутренним источником энергии.
11. Вакуум (области, не занятые средой).
12. Твердая среда (тело, деформациями которого пренебрегают).

Модели 1, 8, 9 применимы для идентификации поведения грунтовых сред, модели 2—8 — металлов, в том числе чувствительных к влиянию скорости деформации, среда 10 — детонации взрывчатых веществ.

Приведем уравнения состояния моделей 1—10.

1. Для упруговязкой среды используют уравнение состояния

$$\sigma_{ij} = 2G\left(\varepsilon_{ij} - 1/3\varkappa\delta_{ij}\right) + 2\eta\left(\dot{\varepsilon}_{ij} - 1/3\dot{\varkappa}\,\delta_{ij}\right) + \left(K\varkappa + K_*\dot{\varkappa}\right)\delta_{ij},$$

где G, K — модули сдвига и объемного сжатия; η, K_* — коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости.

В программе предусмотрена возможность использования вместо параметров G и K функций $G(\varepsilon_{ij})$ и $K(\varkappa)$, вводимых таблицами. Таким образом можно изучать нелинейные упругие и упруговязкие среды.

При рассмотрении линейно-упругих сред члены уравнения состояния, содержащие константы K_*, η, используют в качестве линейной искусственной вязкости, т. е. на напряжения наложен тензор вязких напряжений σ^n_{ij} $\sigma^n_{ij} = 2\eta\dot{e}_{ij} + K_*\dot{\varkappa}\,\delta_{ij}$, причем константы K_*, η назначают из условий устойчивости численного решения. Для описания с помощью данной модели жидких и газообразных сред полагается $G = \eta = 0$.

Модели упругопластических сред основаны на уравнениях теории пластического течения, являющейся более строгой по сравнению с теорией деформационной. При этом также используется искусственная тензорная вязкость. Поскольку при вычислениях на укрупненной сетке роль вязких напряжений возрастает и может соответствовать реальной вязкости среды, существенным является вопрос, следует ли использовать условие текучести для ограничения вязких напряжений. В связи с этим в программе предусмотрена возможность налагать условие текучести на девиатор упругих напряжений или на сумму девиаторов упругих и вязких напряжений.

2. Для упругопластической среды Прандтля — Рейса связь девиаторов напряжений со скоростями пластических деформаций следующая:

$$\dot{s}_{ij} + \lambda_0 s_{ij} = 2G\dot{e}_{ij}, \quad \lambda_0 = 3G\dot{A}\,H\left(\dot{A}\right)R^{-2},$$

$$\dot{A} = s_{mn}\dot{e}_{mn} \quad (i, j, m, n = 1, 2, 3),$$

где H — функция Хевисайда.

Закон объемного упругого деформирования $P_0(\varkappa)$ принят в виде $P_0 = f_1(\varkappa) + Ef(\varkappa)$, где f_1, f — некоторые функции, аппроксимируемые степенными многочленами; E — энергия, вычисляемая через напряжения и деформации.

Условие текучести таково

$$3I_2 \equiv 3/2 s_{ij} s_{ij} = R^2, \qquad (13.3)$$

где R — предел текучести при простом растяжении; $\sqrt{3I_2}$ — интенсивность девиатора тензора напряжений; I_2 — второй инвариант девиатора.

3. Для упругопластической среды Прандтля—Рейсса с условием текучести Мизеса (с изотропным упрочнением) гипотеза энергетического упрочнения, заключающаяся в зависимости функции текучести F от полной работы W_p на пластических деформациях $F(\sigma_{ij}) = F_1(W_p)$, $W_p = \int \sigma_{ij} d\varepsilon^p_{ij}$, эквивалентна деформационной гипотезе. Эта гипотеза состоит в том, что F определяется интенсивностью пластических деформаций ε^p_u: $F(\sigma_{ij}) = F_2(\varepsilon^p_u)$, $\varepsilon^p_u = \int d\varepsilon^p_u$. Последнюю зависимость можно получить из испытаний на простое растяжение, поскольку при этом $F(\sigma_{11}) = F_2(\varepsilon^p_{11})$.

В программе данная модель реализована путем замены константы R в условии текучести (13.3) зависимостью предела текучести от интенсивности пластической деформации $R = \varphi(\varepsilon^p_u)$

4. Для упругопластической среды с условием текучести кинетического типа в модели 2 вместо (13.3) использовано динамическое условие текучести [63], учитывающее временные эффекты,

$$1/2 s_{ij}(t) s_{ij}(t) \equiv I_2(t) = I_2(\tau) \equiv 1/3R^2 \quad (t \geqslant \tau); \qquad (13.4)$$

$$J(\tau) = t_*, \quad J(t) \equiv \int_0^t \left(\sqrt{3I_2(\xi)}/\sigma_т\right)^\alpha d\xi \quad \left(I_2(\tau) \geqslant 1/3\sigma_т^2\right),$$

где $\sigma_т$, R — статический и динамический пределы текучести при простом растяжении (сжатии); τ — время перехода от упругого состояния к пластическому.

Это соотношение представляет синтез условия текучести Мизеса и кинетического уравнения типа Аррениуса $\tau_c = t_0 \exp(\Omega_0(\sigma)/(K_0 T))$ (определяющего время τ_c перехода к новому реологическому состоянию материала среды при постоянных осевом напряжении σ и температуре T), обобщенного на произвольный режим динамического нагружения по принципу суммирования Бейли, если использовать функцию энергии активации в виде $\Omega_0 = -\alpha K_0 T \ln(\sigma/\sigma_0)$ и ввести температурную зависимость статического предела текучести

$$\gamma(T) = \sigma_т(T)/\sigma_0 \quad (\gamma(0) = 1, \quad t_* = t_0 \gamma^{-\alpha}(T)),$$

где α, t_* — константы материала, зависящие от температуры T; K_0 — постоянная Больцмана; t_0 — предэкспоненциальный параметр.

Данная модель в основном предназначена для расчетов динамически нагруженных конструкций из металлов, чувствительных к режиму нагружения. Для таких металлов (например, малоуглеродистая сталь) τ имеет смысл времени запаздывания динамической текучести. Выражение типа (13.4) для динамического предела текучести, возникающего при скоростном нагружении в условиях одноосного напряженного состояния углеродистых сталей, исходя из теории дислокаций, предложено Кемпбеллом.

5. В данной модели дополнительно к уравнениям модели 4 учтено изотропное упрочнение, аналогично модели 3.

6. Упругопластическая модель с динамическим условием и зубом текучести объединяет модель 4 с предложением Работнова [110], обобщенным на сложное напряженное состояние. В программе предусмотрен переход при $t=+\tau$ на условие текучести (13.4) со статическим значением предела текучести $\sigma_т$. Таким образом, при переходе в пластическое состояние реализуется скачкообразный сброс интенсивности напряжений $R \to \sigma_т$ при пропорциональном уменьшении компонент девиатора тензора напряжений.

7. Здесь к модели 6 добавлено изотропное упрочнение, как в модели 3.

8. Упругопластическая модель Соколовского—Мальверна (с изотропным упрочнением и условием текучести Мизеса) в своем исходном одномерном варианте учитывает влияние скорости пластической деформации на напряжение за пределом текучести

$$\varepsilon^{\cdot} = \frac{\sigma^{\cdot}}{E} + KH[\sigma - \sigma_s(\varepsilon)]\, F[\sigma - \sigma_s(\varepsilon)],$$

где $\sigma_s(\varepsilon)$ — статическая диаграмма растяжения (сжатия); K — константа; H — функция Хевисайда; F — функция, характеризующая чувствительность перенапряжения к скорости.

Эта формула при $\sigma < \sigma_s$ соответствует закону Гука, а при наличии перенапряжения ($\sigma > \sigma_s$) — пластическому течению с соответствующей скоростью. Аналогичное уравнение, обобщенное на сложное напряженное состояние, имеет вид [98]

$$\dot{e}_{ij}=\frac{1}{2G}\dot{s}_{ij}+\psi\left(I_2^p\right)\left[\Phi\left(\sqrt{\frac{J_2}{\varphi\left(I_2^p\right)}}-1\right)\right]\frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}}, \quad (13.5)$$

$$\dot{e}_{ii}=\frac{1}{3K}\dot{\sigma}_{ii}, \quad I_2^p=1/2\dot{\varepsilon}_{ij}^p\dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad \dot{e}_{ij}^p=\dot{e}_{ij}-\dot{e}_{ij}^e.$$

Динамическое условие текучести

$$\sqrt{J_2}=\varkappa\left(W^p\right)\left[1+\Phi^{-1}\left(\sqrt{I_2^p}/(2\gamma)\right)\right], \quad W^p=\int_0^t\sigma_{ij}\,d\varepsilon_{ij}^p,$$

где Φ^{-1} — функция, обратная Φ; $\varkappa$ — параметр материала; W^p — энергия пластической деформации; γ — коэффициент вязкости.

В программе используют уравнение, соответствующее (13.5) (так как с точностью до констант $J_2/\varphi(I_2^p)=\sigma_u/\varphi(\varepsilon_u^p)$)

$$\dot{s}_{ij}=2G\dot{e}_{ij}-2G\psi\left(\varepsilon_u^p\right)\left[\Phi\left(\frac{\sigma_u}{\varphi\left(\varepsilon_u^p\right)}-1\right)\right]\frac{s_{ij}}{\sigma_u},$$

где σ_u, ε_u^p — интенсивность напряжений и пластических деформаций; J_2, I_2^p — вторые инварианты девиаторов тензоров напряжений и скоростей пластических деформаций; s_{ij}, e_{ij} — девиаторы тензоров скоростей напряжений и деформаций.

Модель Соколовского—Мальверна в форме (13.5), разрешенной относительно $\dot{e}_{ij}$, предложена Калисским.

9. В модели упругопластической среды Григоряна [33] используют зависящее от давления условие текучести Мизеса—Шлейхера $I_2=\frac{1}{3}R^2(P_0)$. Эффектом дилатансии пренебрегают и для условий преобладающего влияния на объемную деформацию $\varkappa$ гидростатического давления P_0 постулируют закон упругопластической сжимаемости (см. рис. 9.6), который в программе принят в виде (9.17), причем функции f_1, f_2 аппроксимированы таблицами. Вид функций f_1, f_2 для плотного суглинка с весовой влажностью $W=0{,}14$ показан на рис. 13.3 [63].

Функция $R(P_0)$ (см. рис. 9.7), представляющая поверхность текучести в пространстве главных напряжений σ_i, в программе принята [63] в виде замкнутой деформируемой поверхности вращения с осью, равнонаклонной к σ_i. Для первичного нагружения ($\dot{P}_0>0$) принята поверхность S, изображение которой $R(P_0)$ на плоскость σ_k—P_0 ($\sigma_k\equiv\sqrt{3I_2}$) аппроксимируют непрерывной функци-

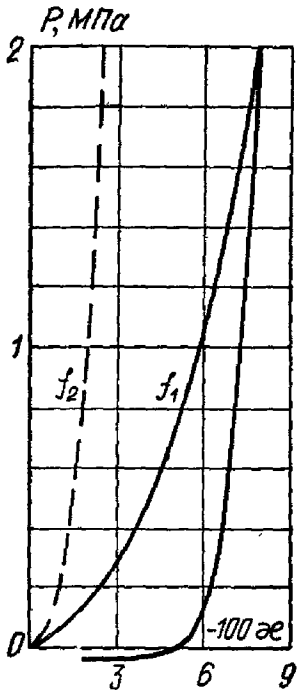
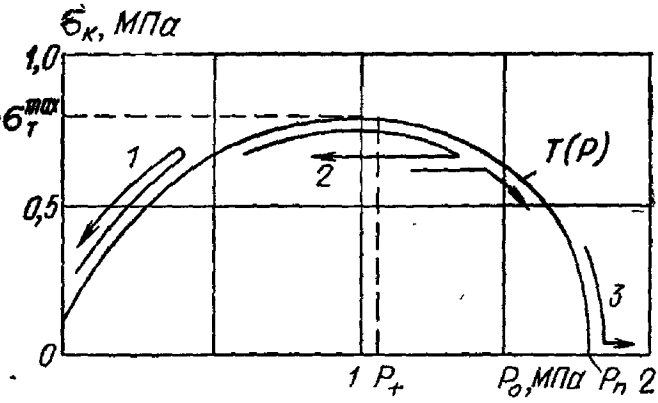


Рис. 13.3. Диаграмма объемного сжатия мелкого грунта и функция $\sigma_k(P)$, входящая в условие текучести для грунтовой среды в широком диапазоне давлений (модель NES10); при $P>P_n$ функция σ_k обеспечивает чисто гидродинамическое описание; стрелками показаны вариаты изменения $\sigma_k(P)$ при различных режимах нагружения



ей $T(P_0)$ ($T(0)\geqslant 0$, $T(P_n)=0$) с положительным (при $0<P_0<P_+$) и отрицательным (при $P_+<P_0<P_n$) наклонами, а при $P_0<0$ и $P_0\geqslant P_n$ $R\equiv 0$, т. е. прямые $\sigma_k=$ $=\text{const}<T(P_+)$ пересекают $T(P_0)$ не более чем дважды.

Функцию T используют для описания $R(P_0)$ и при разгрузке, если давление не превышает P_+. При $P_0>P_+$, $P_0^{\cdot}>0$ считается, что вследствие частичной потери прочности S вырождается в цилиндрическую поверхность Мизеса переменного радиуса $r=\sqrt{2/3}T[P_0(t)]$ на участке $P_1<P_0<P_2\equiv P_0(t)<P_n$, ограниченном давлениями, соответствующими пересечению прямых $\sigma_k=T[P_0(t)]$ с T (при $\sigma_k<T(0)$ $P_1=0$). С момента t_* начала разгрузки считается, что $r(t)=r(t_*)$, т. е. на указанном участке $R\equiv T[P_0(t_*)]$, пока при повторном нагружении давление $P_0(t_*)$ вновь не будет превзойдено. Таким образом достигается и сопряжение с чисто гидродинамическим описанием в зоне высоких давлений $P_0>P_n$.

Вид функций $\sigma_т(P)$ показан на рис. 13.3, где огибающая кривая реализуется при $P^{\cdot}>0$ (т. е. при возрастании давления), обеспечивая переход к гидродинамическому поведению при потере прочности ($\sigma_k\to 0$). Различные режимы при возрастании давления связаны с влиянием объемной вязкости. В результате вязких эффектов фронты ударных волн размываются на некоторое число ячеек среды и шагов по времени Δt. Режим *1* имеет место,

если интенсивность напряжений всегда меньше величины предела текучести $\sigma_т^{max}$, т. е. $P<P_+$. При $P>P_+$ поверхность текучести деформируется, вырождаясь в цилиндр Мизеса на участке, где $\sigma_т=\text{const}$ (режим *2*). Переход на гидродинамику показан режимом *3*.

С помощью данной модели контролируется возникновение трещин (кавитация при отрицательных давлениях, превосходящих предел прочности среды на разрыв), а также смыкание трещин при последующем сжатии.

10. Среда, выделяющая энергию (B) (взрывчатое вещество), целиком при $t=0$ мгновенно детонирует, в результате чего в соответствующем объеме при $t>0$ происходит расширение газообразных продуктов детонации (ПД).

Для конденсированных ВВ типа тротила по принятой идеализированной схеме мгновенной детонации твердое взрывчатое вещество превращается в газ с той же плотностью, причем равновесное давление ниже, чем давление во фронтальной детонационной волне. Схема мгновенной детонации является весьма распространенной и обладает хорошей точностью, если не нужно рассматривать очень малые времена, когда существенно влияние сходящихся и расходящихся волн в ПД. Поскольку для среды B может быть выделено значительное количество ячеек, а сама зона (и геометрия задачи) возможно окажется несимметричной, то в процессе решения задачи в ПД появляются градиенты параметров. Давление на границах области, занятой расширяющимися ПД, выполняет роль граничного условия для окружающей среды, причем считается, что давление продуктов детонации в ячейке зависит от плотности ПД, т. е. объема ячейки.

Изентропа для ПД принята в виде [91]

$$P = A\rho^n + B\rho^{\nu+1}. \tag{13.6}$$

Это уравнение охватывает диапазон высоких и низких давлений, переходя соответственно в известные уравнения

$$P = P_H\left(\rho/\rho_H\right)^{K_H}, \quad P = P_0\left(\rho/\rho_0\right)^{K_0}. \tag{13.7}$$

Здесь индексом H помечены показатель K, абсолютное давление P и плотность ρ ПД при мгновенной детонации, а индексом 0 — при атмосферном давлении. Константы A, n, B, γ определяют с учетом баланса энергии

и условий сопряжения кривых (13.6), (13.7) из системы уравнений, включающей также (13.6),

$$K_H = n + B\rho_H^{\gamma+1}(\gamma + 1 - n)/P_H, \quad \gamma = K_0 - 1,$$

$$Q_v = \frac{P_H}{\rho_H (n-1)} + \frac{B\rho_H^{\gamma}}{\gamma (n-1)}(n - \gamma - 1).$$

Условия сопряжения следующие: уравнение (13.6) и первое уравнение (13.7) имеют общую точку P_n, ρ_n и общую касательную в ней, а (13.6) и второе уравнение (13.7) — общую касательную при $\rho \to 0$, кроме того, при расширении от P_n, ρ_n продукты детонации совершают работу, равную теплоте взрыва Q_v (см. табл. 1.1). Для тротила $Q_v = 4{,}24$ МДж/кг, $P_H = 9{,}6 \cdot 10^3$ МПа, $\rho_H = 1{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, $K_H = 3$, $K_0 = 1{,}25$.

13.3. Реализация алгоритма на ЭВМ

Решение разыскивают в области рис. 13.1 для условий плоской деформации, $v_3 = \partial v_1/\partial x_3 = \partial v_2/\partial x_3 = 0$; для случая осевой симметрии координата x_2 является осью симметрии. Область решения делится на четырехугольные ячейки двумерной лагранжевой сеткой. Координаты сетки x_1, x_2 могут назначаться с произвольным шагом, сгущаться в местах, где следует интересоваться деталями процесса, или разрежаться к периферии для снижения влияния твердых границ. На верхней (свободной) границе области задается давление, произвольным образом изменяющееся по координате x_1 и во времени. По остальным (твердым) границам предусмотрено условие прилипания частиц или проскальзывания без трения или с трением (по Кулону). Исходные параметры задачи могут быть постоянными или меняться по координатам, что позволяет рассматривать градиентные, слоистые среды и выделять криволинейными границами подобласти с различными свойствами. Начальные условия задают нулевыми или вычисляются в программе с учетом поля силы тяжести вдоль $-x_2$.

Аппроксимация дифференциальных уравнений в частных производных конечно-разностными выполнена явным условно-устойчивым методом типа крест второго порядка точности. Движение рассматривается на четырехугольной лагранжевой сетке при использовании

зависимых переменных Эйлера — тензоров напряжений и скоростей деформаций. Особенностью схемы является нулевая погрешность аппроксимации при интегрировании всех уравнений неразрывности [126].

Аппроксимационные формулы для частных производных по пространственным координатам x, y [99, 126] получены на основе теорем о среднем и Грина, которые приводят к следующим исходным выражениям для некоторых точек в области R с замкнутым контуром Ω

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \oint\limits_{\Omega} f dy \Big/ \oint\limits_{\Omega} x dy, \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = -\oint\limits_{\Omega} f dx \Big/ \oint\limits_{\Omega} x dy.$$

Пусть R является N-угольной ячейкой на произвольной сетке, где $i = 1, 2, 3, \ldots, N$ — номера узлов контура ячейки при его обходе против часовой стрелки. Если доопределить значения функций на Ω между узлами, используя какую-либо интерполяцию, можно получить формулы, представляющие соответствующие аппроксимации производных. При линейной интерполяции получают так называемую естественную аппроксимацию

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} (f_{i+1} + f_i)(y_{i+1} - y_i)}{\sum\limits_{i=1}^{N} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)};$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta y} = \frac{-\sum\limits_{i=1}^{N} (f_{i+1} + f_i)(x_{i+1} - x_i)}{\sum\limits_{i=1}^{N} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)}.$$

Для четырехугольного элемента площадью A с узлами $i = 1, 2, 3, 4$

$$\Delta f/\Delta x = 1/2\,[(f_2 - f_4)(y_3 - y_1) - (f_3 - f_1)(y_2 - y_4)]/A;$$
$$\Delta f/\Delta y = -1/2\,[(f_2 - f_4)(x_3 - x_1) - (f_3 - f_1)(x_2 - x_4)]/A.$$

При изучении дифракции волн в среде вокруг жесткого тела выделяют подобласть A_0, покрытую сеткой с мелким шагом. При этом вычисляют также параметры волнового поля в A_0. При расчетах дифракции волн вокруг тела с высокой жесткостью, покрытого густой сеткой, шаг счета, предписываемый константами тела, оказывается весьма малым, что приводит к существен-

ному возрастанию машинного времени. Для таких случаев предусмотрена замена сеточной подобласти A_0 одной крупной твердой ячейкой, впаянной в лагранжеву сетку. Контур Ω этой ячейки идеально жесткий, причем его отдельные участки могут обладать конечной (изгибной) жесткостью.

Движение тела, окаймленного большим числом ячеек среды, определяют с учетом моментных эффектов, причем на замкнутой подвижной границе Ω соблюдаются условия совместности скоростей — проскальзывания вдоль Ω и между ячейками среды запрещены. Если получаемые в расчете компоненты тензора напряжений в ячейках, окаймляющих тело, ассоциировать с его поверхностью, то концентрацию напряжений следует считать соответствующей закруглению углов с радиусом около полушага сетки. Смещение границы Ω определяют решением уравнений движения тела с удельными массой M и центральным моментом инерции J, относительно оси, коллинеарной x_3,

$$M_T\, dV_i/dt = \oint_{\Omega} \sigma_{ij}\, d\Omega_j \quad (i,j=1,2); \tag{13.8}$$

$$J_T\, d\varphi^{\cdot}/dt = \oint_{\Omega} (\sigma_{il}\, l_j - \sigma_{jl}\, l_i)\, d\Omega_l \quad (i=1,\ j=2,\ l=1,2), \tag{13.9}$$

где V_i и $d\Omega_i$ — соответственно компоненты вектора скорости центра массы и вектора элементарной поверхности, направленного по внешней нормали к Ω; $\varphi^{\cdot}$ — угловая скорость тела. Плечи l_i элементарных сил взаимодействия среды с телом определяются как разности между эйлеровыми координатами точек на Ω и центра массы $l_l^{(s)} = X_l^{(s)} - U_l$. Интегралы в (13.8) и (13.9) представляют собой проекции главного вектора сил взаимодействия на оси x_i и момент этого вектора относительно центральной оси тела.

Конечно-разностная аппроксимация уравнений движения тела выполнена по формулам для многоугольной ячейки (с числом узлов N), причем эйлеровы координаты $X_l^{(s)}$ узлов сетки на Ω определяются геометрическими соотношениями

$$X_1^{(s)} = U_1 + r^{(s)} \cos\left(\beta^{(s)} - \varphi\right) - u^{(s)} \sin\left(\alpha_k + \varphi\right);$$

$$X_2^{(s)} = U_2 + r^{(s)} \sin\left(\beta^{(s)} - \varphi\right) - u^{(s)} \cos\left(\alpha_k + \varphi\right)$$

$$(s=1,2,3,\ldots,N; \quad k=1,2,3,4),$$

где $r=r(\beta)$ — уравнение Ω при $t=0$ в полярных координатах (положительное направление угла вращения φ принято по часовой стрел-

ке; β — против нее, отсчет углов ведут от оси x_1; u — прогиб контура; α_k — углы, фиксирдующие грани тела [61].

Контур деформируемой конструкции аппроксимируют ломаной (рис. 13.2), отрезки которой в дальнейшем называются стержнями, а точки соединения стержней — узлами. Деформация контура в принятой схеме возможна в узлах (вследствие взаимного поворота стержней), а также в форме удлинения (сжатия) стержней. В узлах стержни соединяются либо шарнирно, либо так, что изменение угла между стержнями приводит к появлению момента между ними. В последнем случае будем говорить, что между стержнями в узле существует связь. Предполагается, что масса стержней сосредоточена в узлах. Для расчета конструкции используют явную разностную схему «крест» второго порядка точности (такую же схему используют и при решении всей задачи). Последовательность вычислений по этой схеме следующая.

По известным координатам узлов конструкции x_j^i, y_j^i (рис. 13.2) в момент времени t_i определяются деформации стержней ε_j^i и угловые деформации γ_j^i

$$\varepsilon_j^i = \varepsilon_j^{i-1} + \Delta\varepsilon_j^i, \quad \Delta\varepsilon_j^i = 2\left(l_j^i - l_j^{i-1}\right)/\left(l_j^i + l_j^{i-1}\right);$$

$$AC \equiv l_{j-1}^{i-1} = \left(x_j^{i-1} - x_{j-1}^{i-1}\right)\cos\psi_{j-1}^i + \left(y_j^{i-1} - y_{j-1}^{i-1}\right)\sin\psi_{j-1}^i;$$

$$\gamma_j^i = \gamma_j^{i-1} + \Delta\gamma_j^i, \quad \Delta\gamma_j^i = \Delta K_j^i = 2\left(\psi_j^i - \psi_j^{i-1}\right)/\left(l_{j-1}^{i-1/2} + l_j^{i-1/2}\right) =$$

$$= 4\left(\alpha_{j-1}^i - \beta_{j-1}^i - \alpha_j^i + \beta_j^i\right)/\left(l_{j-1}^{i-1} + l_j^{i-1} + l_{j-1}^i + l_j^i\right);$$

$$\alpha_{j-1}^i = \operatorname{arctg}\left(BD/AD\right), \quad BD = -\left(x_j^i - x_j^{i-1}\right)\sin\psi_{j-1}^{i-1} +$$

$$+ \left(y_j^i - y_j^{i-1}\right)\cos\psi_{j-1}^{i-1};$$

$$AD = AC + CD; \quad CD = \left(x_j^i - x_{j-1}^{i-1}\right)\cos\psi_{j-1}^{i-1} + \left(y_j^i - y_{j-1}^{i-1}\right)\sin\psi_{j-1}^{i-1};$$

$$\psi_{j-1}^{i-1} = \operatorname{arctg}\left[\left(y_j^{i-1} - y_{j-1}^{i-1}\right)/\left(x_j^{i-1} - x_{j-1}^{i-1}\right)\right],$$

где ψ_j^i — углы наклона стержней; φ_j^i — углы смежности; l_j^i — длины стержней; $\Delta\gamma_j^i$ — приращения углов смежности, равные приращениям кривизн ΔK_j^i; α_j^i, β_{j-1}^i, β_j^i — углы на схеме рис. 13.2, вычисляемые аналогично α_{j-1}^i.

Изгибающие моменты M_j^i в связях и осевые силы N_j^i в стержнях определяются из выражений

$$M_j^i = f\left(\gamma_j^i\right) + \lambda_1\,\Delta\gamma_j^i/\Delta t, \quad N_j^i = \Phi\left(\varepsilon_j^i\right) + \lambda_2\,\Delta\varepsilon_j^i/\Delta t,$$

где f, Φ — функции, характеризующие зависимости внутренних уси-

лий от деформаций, а вторыми членами учитываются вязкие добавки в методе сквозного счета.

При расчетах упругопластических конструкций функции f, Φ соответствуют закону Гука. Если величины M_j^i, N_j^i выходят за пределы области на плоскости M—N, ограниченной замкнутой выпуклой предельной кривой пластичности, производится корректировка внутренних усилий проектированием точки M_j^i, N_j^i на предельную кривую, аппроксимируемую ломаной и задаваемую таблично.

Силы, действующие на узлы, определяются по формулам:

$$(F_x)_j^i = (P_x)_j^i - N_{j-1}^i \cos\psi_{j-1}^i + N_j^i \cos\psi_j^i + \\ + (M_j^i - M_{j-1}^i)(y_j^i - y_{j-1}^i)/(l_{j-1}^i)^2 + (M_j^i - M_{j+1}^i) \times \\ \times (y_{j+1}^i - y_j^i)/(l_j^i)^2;$$

$$(F_y)_j^i = (P_y)_j^i - N_{j-1}^i \sin\psi_{j-1}^i + N_j^i \sin\psi_j^i - (M_j^i - M_{j-1}^i) \times \\ \times (x_j^i - x_{j-1}^i)/(l_{j-1}^i)^2 - (M_j^i - M_{j+1})(x_{j+1}^i - x_j^i)/(l_j^i)^2 - m_j g,$$

где P_x, P_y — силы в результате взаимодействия со средой; g — ускорение свободного падения; m_j — масса узла.

Ускорения узлов a_x, a_y, их скорости V_x, V_y и координаты x, y вычисляются из соотношений

$$(a_x)_j^i = (F_x)_j^i/m_j \quad (a_y)_j^i = (F_y)_j^i/m_j;$$

$$(V_x)_j^{i+1/2} = (V_x)_j^{i-1/2} + (a_x)_j^i \Delta t, \quad (V_y)_j^{i+1/2} = (V_y)_j^{i-1/2} + (a_y)_j^i \Delta t;$$

$$x_j^{i+1} = x_j^i + (V_x)_j^{i+1/2} \Delta t, \quad y_j^{i+1} = y_j^i + (V_y)_j^{i+1/2} \Delta t.$$

Начальные значения при $t=0$ $\varepsilon_j^0 = 0$, $\gamma_j^0 = 0$, т. е. $M_j^0 = N_j^0 = 0$; $t^{-1/2} = -\Delta t/2$; $(V_x)_j^{-1/2} = (V_y)_j^{-1/2} = 0$ и $(P_x)_j^{-1/2} = (P_y)_j^{-1/2} = 0$.

Численный счет при использовании моделей пластических сред сводится к вычислению упругих напряжений, проверке на каждом временно́м шаге выполнения условия текучести и (при необходимости) — приведению к кругу текучести девиатора упругих напряжений s_{ij}^e [126]. При течении, формальным признаком которого будет появление избыточных напряжений по условию $I_2'^* > \frac{1}{3} R^2$, девиатор напряжений s_{ij} корректируют по формуле $s_{ij} = q s_{ij}^e$, $q^2 = \frac{1}{3} R^2/I_2^*$, $I_2^* = \frac{1}{2} s_{ij}^e s_{ij}^e$.

Шаг счета принимают по условию $\Delta t = K_u \lambda_- \sqrt{\rho/C}$, где $C = K + {}^4/_3 G$, $K_u = {}^1/_3$ — число Куранта; λ_- — наименьший размер ячейки, причем значение $L \equiv \lambda_- \sqrt{\rho/C}$ будет минимальным во всей области (для среды).

Для сред с высокой естественной вязкостью, если геометрия задачи не позволяет укрупнить шаг сетки до значений, удовлетворяющих условиям искусственной вязкости, решение является устойчивым при ограничении напряжения $|\sigma_{22}|$ в верхнем (приграничном) слое толщиной λ_2, возникающего за первый шаг Δt от скачка давления P_m, величиной αP_m, где $\alpha < 1$. Из разностных уравнений, аппроксимирующих задачу, получено выражение для Δt, соответствующего (при $\alpha = {}^1/_3$) устойчивому решению,

$$\Delta t = 1/2 \left[-\mu + \left(\mu^2 + 2\alpha C \rho \lambda_2^2 \right)^{1/2} \right] C^{-1}.$$

Как показали экспериментальные расчеты, удовлетворительное демпфирование флуктуаций достигается, если вязкости в ячейках (с наибольшими размерами λ_+) распределены согласно соотношению $\mu \equiv K_* + {}^4/_3 \eta = {}^1/_5 \lambda_+ \sqrt{\rho C}$. Для плотных упругих сред принимают $K_* = \mu/2$, $\eta = {}^3/_8 \mu$. Для жидких и газообразных сред $G = \eta = 0$, $K_* = \mu$.

Если материал деформируемой конструкции является более жестким, чем окружающая среда (т. е. скорость звука в конструкции превышает таковую в среде), шаг счета по времени выбирают согласно условию Куранта по параметрам элемента конструкции. Во избежание значительного расхода машинного времени (учитывая обычно небольшой объем вычислений для конструкции по сравнению с вычислениями для остальной части области решения) расчет для конструкции проводят с мелким шагом $\Delta t' = t_{i+1} - t_i$, а для остальной части — с более крупным $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. Отношение шагов $N = \Delta t / \Delta t'$ должно быть нечетным и выбирается из условия $N \geqslant L/L_k$, где $L_k = l \sqrt{\rho_k / C_k}$; l — длина элемента конструкции с плотностью ρ_k и продольной жесткостью C_k.

Вычисления выполняют в следующем порядке:

1. По известным координатам узлов расчетной сетки предыдущего шага определяют деформации в ячейках сетки в момент времени t_i

2. По полученным деформациям находят напряжения

в ячейках сетки с учетом используемого уравнения состояния.

3. Определяют ускорения узлов сетки, не принадлежащих конструкции и твердому телу.

4. По полученным ускорениям в момент времени t_i вычисляют скорости этих узлов в момент $t_{i+1/2}$.

5. Выполняют N шагов $\Delta t'$, в течение которых координаты узлов, не принадлежащих твердому телу, и конструкций остаются постоянными. При фиксированных напряжениях во всех ячейках сетки окружающей среды определяются:

а) деформации и напряжения в элементах конструкции в момент времени $t_{i-1/2}+\frac{1}{2}\Delta t'$ — по координатам узлов конструкции и твердого тела;

б) ускорения узлов конструкции и твердого тела в момент времени $t_{i-1/2}+\frac{1}{2}\Delta t'$ (напряжения в конструкции меняются, а напряжения внутри ячеек остаются постоянными);

в) скорости узлов конструкции и твердого тела в момент времени $t_{i+1/2}$: $\dot{X}_{i+1/2}=\dot{X}_{i-1/2}+\ddot{X}_i\,\Delta t'$, $\dot{Y}_{i+1/2}=\dot{Y}_{i-1/2}+\ddot{Y}_i\,\Delta t'$;

г) координаты узлов конструкции и твердого тела в момент t_{i+1};

д) вычисления повторяют, начиная с пункта а) еще $N-1$ раз.

В момент t_i координаты узлов конструкции и твердого тела запоминают.

6. Поскольку число N нечетное, то момент времени $t_{i+N-1/2}$ совпадает с моментом $t_{i+1/2}$. Это позволяет скорости узлов конструкции и твердого тела, вычисленные в момент времени $t_{i+N-1/2}$, использовать для следующего шага по координате: $X_{i+1}=X_i+\dot{X}_{i+1/2}\Delta t$; $Y_{i+1}=Y_i+\dot{Y}_{i+1/2}\Delta t$.

При определении координат узлов конструкции и твердого тела в момент t_{i+1} используют их значения для момента t_i, хранящиеся в памяти ЭВМ (см. п. 5, д).

Результаты счета выдаются на печать АЦПУ с заданным шагом по времени в виде таблиц и матриц уровней параметров, а также изолиний, рисуемых графопостроителем, для чего определяется соответствие заданного уровня изолинии и значения функции внутри

лагранжевой ячейки, дающее координаты найденной точки, если таковая существует. Значения функции внутри ячейки по всей области решения доопределяются линейной интерполяцией по вычисляемым в программе величинам в центрах ячеек, являющихся их центрами масс с координатами, определяемыми через координаты узлов.

Графопостроитель также выдает начертание расчетной сетки с контуром сооружения, деформируемых во времени, векторное поле массовой скорости, оси и величины главных напряжений в среде, эпюры компонентов напряженно-деформированного состояния среды на контакте с сооружением, параметры движения и внутренних усилий несущих остовов сооружений.

Решение задачи допускает прерывание и продолжение счета, для чего ведется периодическая запись данных на МД и МЛ. При продолжении счета часть входной информации может быть изменена, что позволяет анализировать динамику сооружения при повторных воздействиях.

13.4. Примеры расчета

Приведем примеры расчета нагрузок на заглубленные в грунт сооружения, иллюстрирующие возможности комплекса EFFECT.

На рис. 13.4, *а* показаны эпюры давлений $P=-\sigma_{22}$ на стену сооружения как твердую преграду. Воздушная ударная волна с $\Delta P_{\Phi}=0{,}1$ МПа, $\tau_{+}=10$ с распространяется со скоростью 465 м/с вдоль поверхности грунта по нормали к стене. Параметры грунта как упруговязкой среды $K=74{,}5$ МПа, $G=25$ МПа, $K_{*}=0{,}095$ МПа·с, $\eta=0{,}03$ МПа·с, $\rho=2\cdot 10^{3}$ кг/м^3 ($K_{б}=0{,}55$). Наклон фронта волны сжатия в грунте $\alpha=\operatorname{arctg}(\sqrt{(K+\frac{4}{3}G)/\rho}/D_{\Phi})=\operatorname{arctg}(232/465)=30°$. Если давление на стену P представить в виде $P=KK_{б}\Delta P_{\Phi}$, то получим значение коэффициента торможения $K>1$: для глубин $H=2$, 4, 7 и 10 м соответственно $K=1{,}09$; 1,20; 1,27; 1,37 — максимум к моменту времени $t=0{,}22$ с. Лишь на глубинах до 6 м $K\sim 1$, т. е. нагрузка равна произведению $\Delta P_{\Phi}K_{б}$. Сооружение ограниченных размеров оказывается нагруженным значительно слабее.

Для сооружений прямоугольной формы характерна концентрация напряжений в зоне углов, особенно замет-

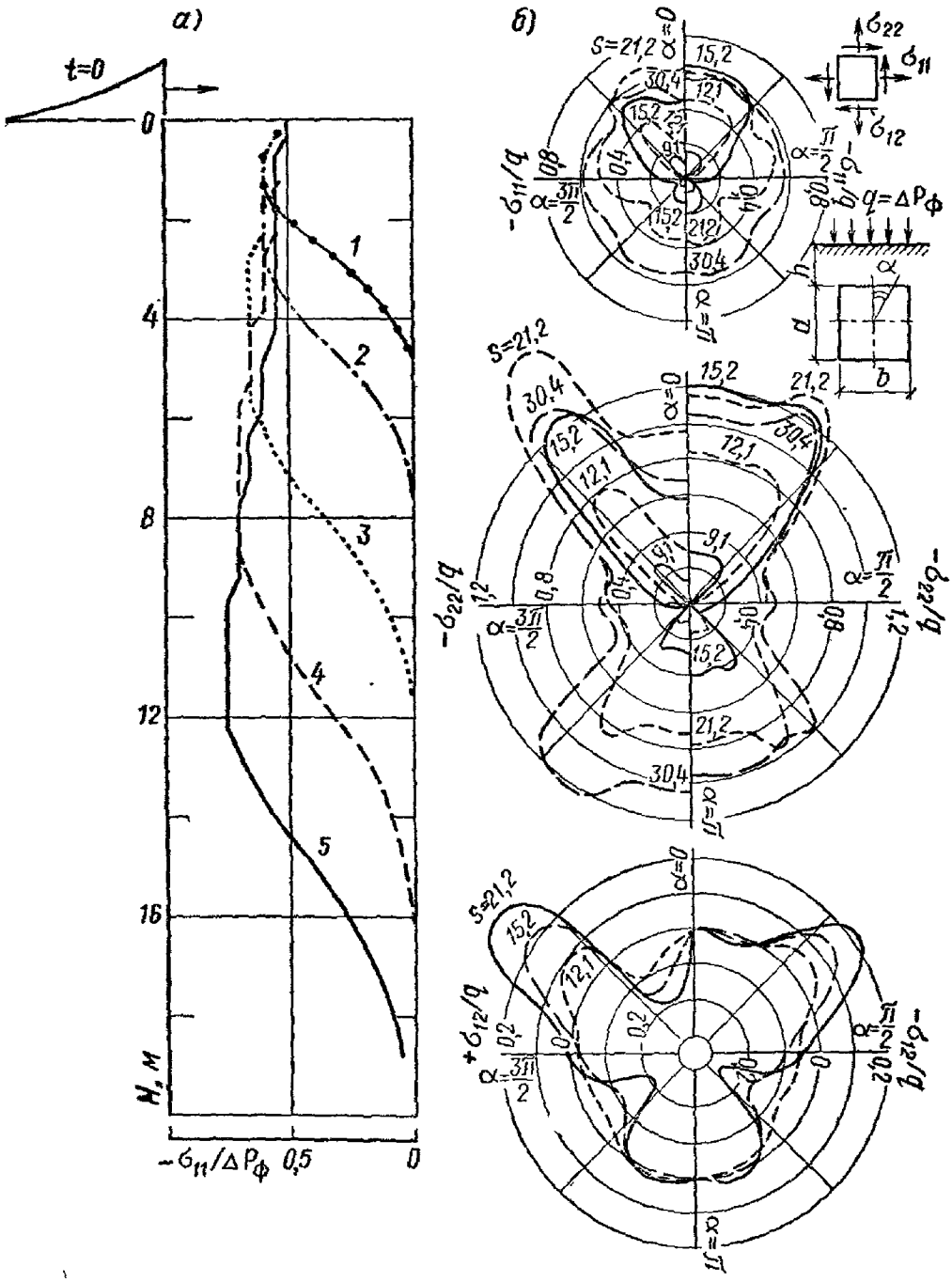


Рис. 13.4. Давление на стену от волны сжатия в результате прохождения воздушной ударной волны в моменты времени $t=0{,}08$; 0,10; 0,11; 0,13; 0,22 с (кривые 1—5) (*а*) и компоненты тензора напряжений в грунте по контуру прямоугольного сооружения $a=b=2{,}5$ м, $h=3{,}5$ м с учетом (слева) и без учета (справа) деформаций покрытия (*б*)

ная при больших деформациях конструкции. Приведем примеры расчета сооружений прямоугольной формы, заглубленных в мягкий грунт (упруговязкая среда $K=$ $=10{,}5$ МПа, $G=3{,}4$ МПа, $K_*=0{,}346$ КПа·с, $\eta=$ $=0{,}112$ КПа·с [61]). На рис. 13.4, *б* показано распределение в различные моменты ($s=t/\tau$, $\tau=3{,}3$ мс) напряжений вокруг сооружения с удельной массой $m=$ $=125$ кг/м^2 при действии воздушной ударной волны по нормали к покрытию. Решение получено с учетом смещений сооружения в грунте, а также деформаций покрытия (слева). Для сравнения справа дано решение без учета деформаций. Видно, что распределение напряжений σ_{22} при учете деформаций крайне неравномерно, причем в средней части покрытия нагрузка намного ниже средних, полученных для «твердого» покрытия, т. е. учет деформаций может приводить к значительному снижению расчетных (эквивалентных) нагрузок.

Результаты расчета жесткого сооружения при действии бегущей ударной волны с $\Delta P_\Phi=0{,}1$ МПа даны на рис. 13.5, где показаны векторное поле массовых скоростей при $S=21{,}2$ в зоне дифракции волны сжатия (безразмерные величины v_1, v_2 соответствуют отношениям скоростей к величине $x_*/\tau=86{,}42$ м/с) и траектории частиц грунта вдали от сооружения и его центра массы (перемещения отнесены к $x_*=0{,}285$ м). Приведены также изменения со временем напряжений в грунте и на внешних элементах сооружения. Видно, что траектории грунта и сооружения практически совпадают, но заметно запаздывание смещений объекта. Максимумы функций $\sigma/\Delta P_\Phi$ можно использовать для определения коэффициентов взаимодействия. Сводка коэффициентов для различных сооружений и грунтов, в том числе водонасыщенных, дана в [61].

На рис. 13.6, *а* показаны изолинии вертикальных напряжений σ_{22} в зоне дифракции волны сжатия вокруг сооружения с $a=h=2{,}5$ м, $b=2a$ при $t=0{,}8$ с, а на рис. 13.6, *б* — угловые параметры движения сооружений (φ — угол поворота, φ' — угловая скорость безразмерная, $\varphi'=\varphi\cdot t_*$) с $a=b=2{,}5$ м, $h=3{,}5$ м (кривые *1*, *2*) и с $b=2a=5$ м, $h=3{,}5$ м (кривые *3*, *4*), а также поворот диагонали частицы грунта ω_0 на глубине центра сооружения 4,76 м в зависимости от безразмерного аргумента $\chi_D=(D_\Phi t-x_1)/x_*$, где x_1 — горизонтальная координата точки. Видно, что вращение сооружения квадратного

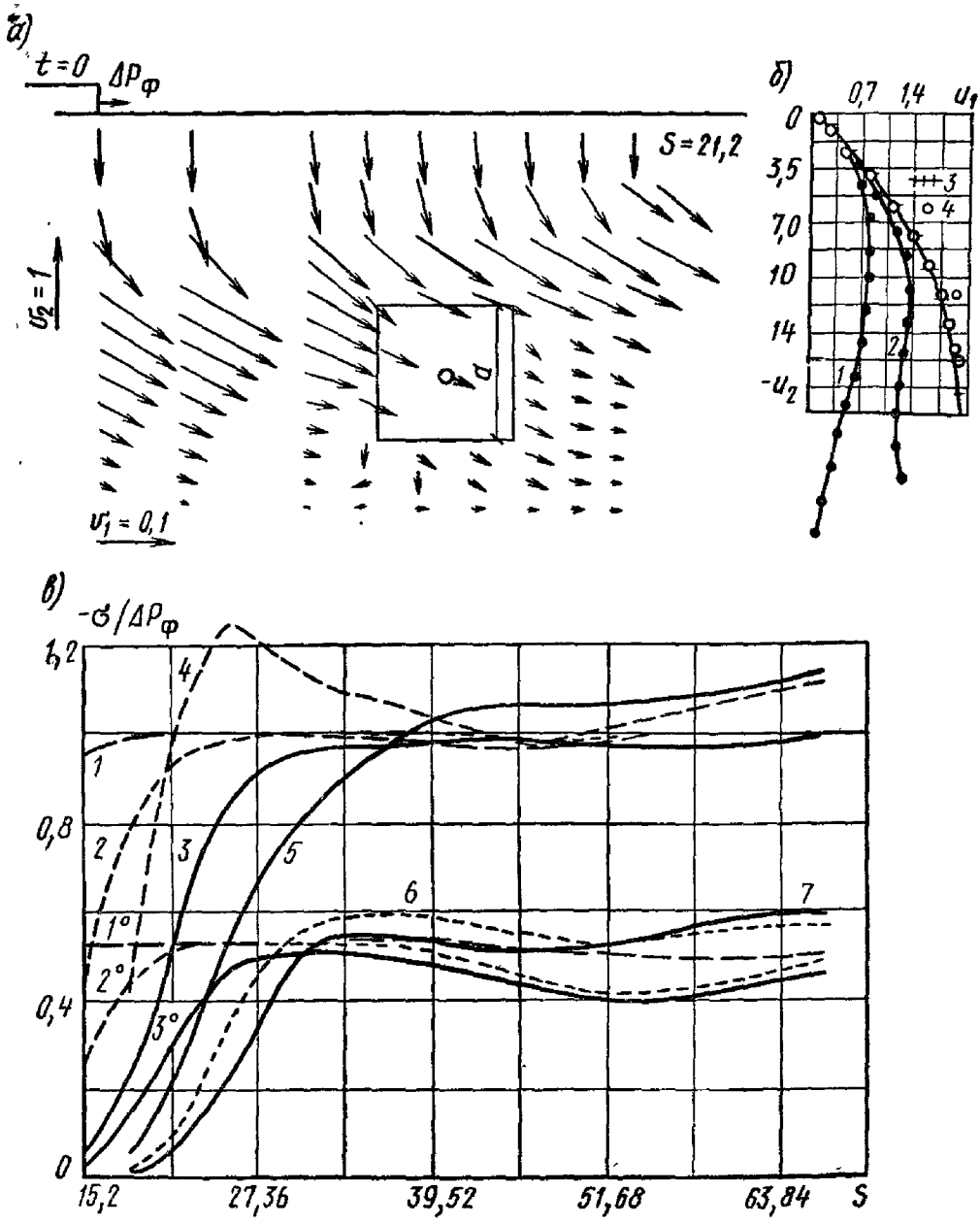


Рис. 13.5. Расчет сооружения на действие волны сжатия в грунте, индуцированной воздушной ударной волной, распространяющейся со скоростью $D_ф = 465$ м/с

а — векторное поле массовых скоростей в зоне дифракции волны сжатия вокруг сооружения; *б* — траектории частиц грунта вдали от сооружения на глубине 1,75; 3,25 и 4,76 м (кривые *1—3*); точки (кривая *4*) — траектория центра сооружения (глубина 4,76 м), а также метки на кривых даны через $\Delta s = 3{,}03$; *в* — изменение во времени горизонтальных σ_{11} (кривые $1°—3°$), вертикальных σ_{22} (*1—3*) напряжений в грунте вдали от сооружения на глубинах 1,75; 3,25; 4,76 м и напряжений σ_{22} у центров покрытия (кривая *4*), фундамента (кривая *5*), а также σ_{11} у центров фронтальной (кривая *6*) и тыльной (кривая *7*) стен сооружения

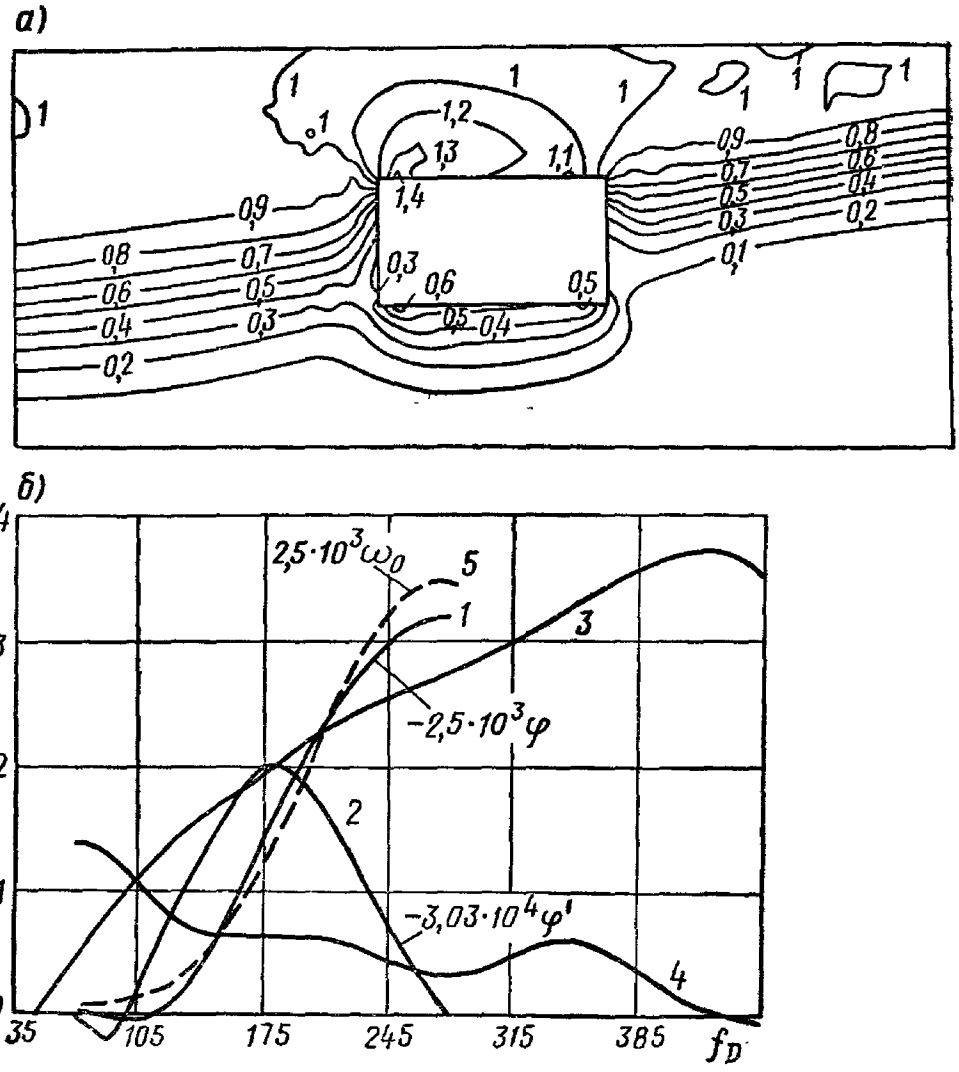
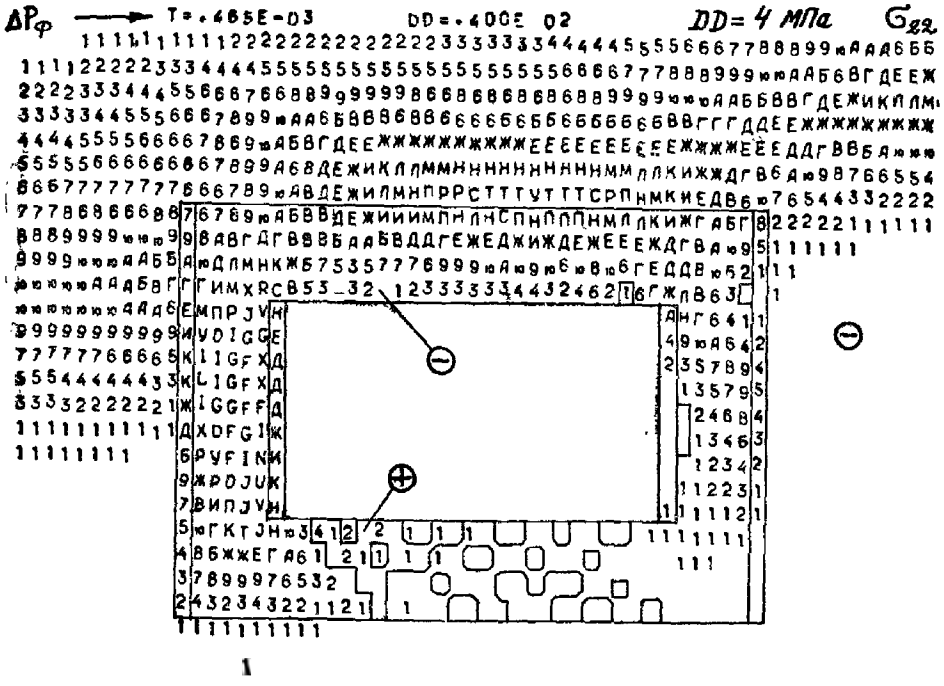
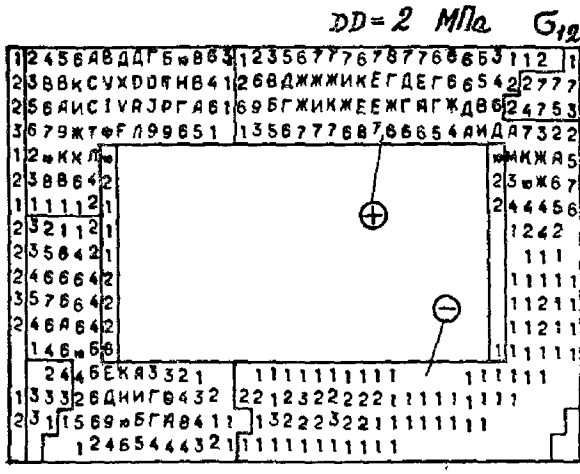


Рис. 13.6. Волновое поле вокруг сооружения и параметры угловых движений сооружения и частиц грунта

а — изолинии вертикальных напряжений в грунте в зоне взаимодействия волны сжатия с сооружением $h=a=b/2=2{,}5$ м, $\Delta P_\Phi=0{,}1$ МПа, $\tau_+=10$ с при $t=0{,}8$ с (числа на кривых равны отношениям $\sigma_{22}/\Delta P_\Phi$); *б* — угол поворота (кривая *1*), угловая скорость (кривая *2*) сооружения с $a=b$; то же, для сооружения с $b=2a$ (кривые *3*, *4*) и поворот элементов грунтовой среды на глубине центров сооружений 4,76 м (кривая *5*)

профиля слабо отличается от поворота элемента среды. Для широкого сооружения при различии вида функций φ амплитудные значения φ также близки к таковым для грунта. Подробные результаты расчета сооружений прямоугольного профиля с учетом упругих деформаций защитных конструкций приведены в [61]. В массивных сооружениях могут быть прослежены поля напряжений и других параметров. На рис. 13.7 показаны матрицы





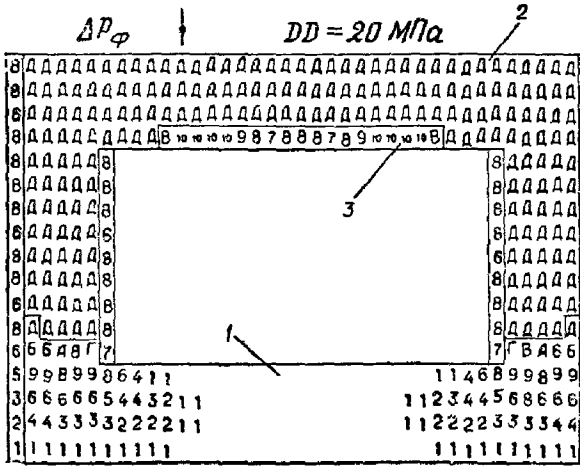


Рис. 13.7. Результаты расчета сооружения

вверху — компоненты тензора напряжений в элементах сооружения, расположенного в водонасыщенном грунте при действии воздушной ударной волны с $\Delta P_\Phi = 10^3$ МПа наземного взрыва, $t=4{,}65\ 10^{-4}$ с; внизу — интенсивность напряжений $\sqrt{3I_2}$ в элементах сооружения при воздушном взрыве (эпицентральная зона), $t=0{,}255\ 10^{-3}$ с. Уровни $|Y|$ определены как целое от $(|F|/DD+0{,}5)$, где DD — цена уровня размерности F. Для ряда $|Y|$ приняты обозначения: 0, 1, 2,..., 10, А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л, М, Н, П, Р, С, Т, У, Ф, Х, D, F, G, I, J, L, N, R, S, U, V, положительными считаются растягивающие напряжения

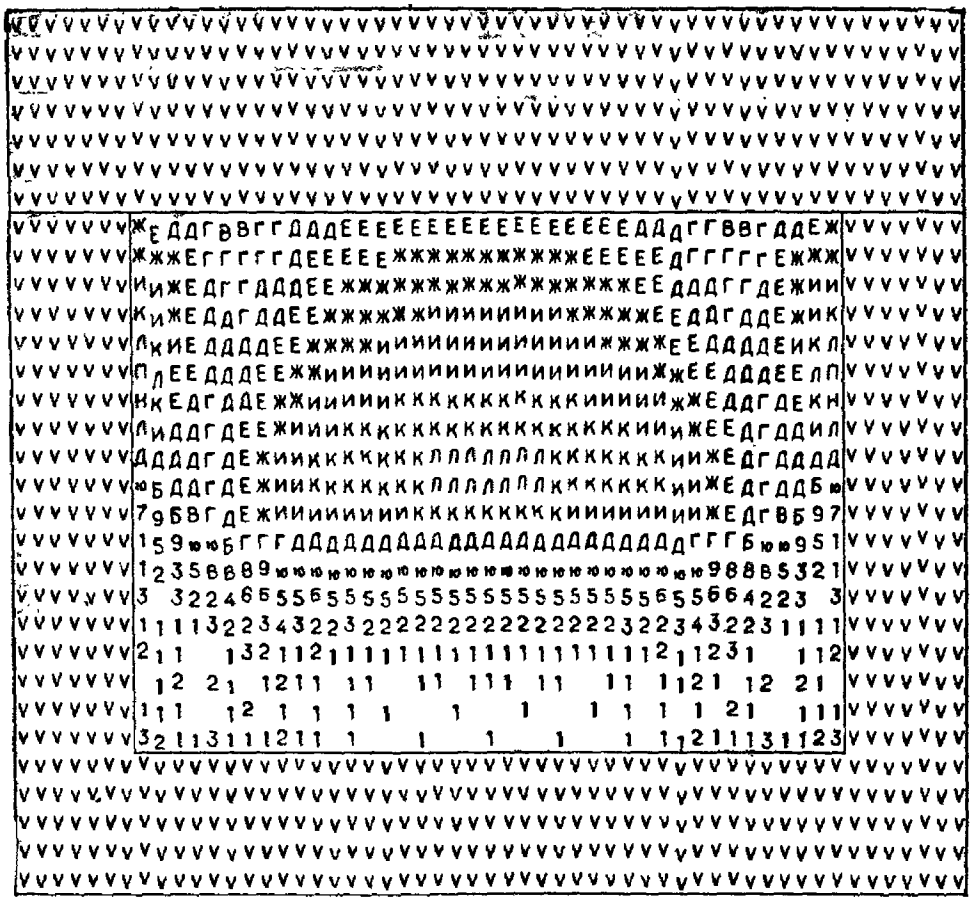


Рис. 13.8. Акустическое поле в воздушном объеме сооружения через 2,72 мс после начала действия импульса. Максимум давления в центральной зоне 3 КПа (уровень Л)

напряжений, взятые из расчета металлического сооружения в водонасыщенном грунте (без прочности) с параметрами $K=74{,}5$ МПа, $K_*=0{,}095$ КПа·с, $\rho=2\cdot10^3$ кг/м^3. Видно, что упругопластические волны в материале сооружения заметно обгоняют волну сжатия в грунте. Как следует из матрицы интенсивности напряжений, покрытие и стены к моменту времени $t=0{,}255$ мс охвачены пластическими деформациями (уровень *Д* соответствует пределу текучести металла; *1* — упругая зона; *2* — область текучести; *3* — зона разгрузки после текучести).

На рис. 13.8 приведено акустическое поле в воздушном объеме сооружения в момент времени $t=2{,}72$ мс. Параметры волнового поля в объеме вычислялись одновременно с прочностным расчетом. Для воздуха как ли-

нейно-упругой среды принято $K=0{,}14$ МПа, $\rho=1{,}25$ кг/м^3.

При расчете сооружений криволинейного очертания их контур вписывается в исходную лагранжеву сетку (рис. 13.1). Рассмотрим пример расчета на исходной сетке 1×1 м^2 жесткого кольцевого сооружения диаметром $d=6$ м, возведенного в водонасыщенном грунте с плотностью, близкой к плотности воды $\rho=10^3$ кг/м^3 (рис. 13.9). Параметры грунта как упруговязкой среды без прочности: $K=74{,}5$ МПа, $K_*=0{,}095$ МПа·с, $G=\eta=0$. Средняя плотность сооружения равна плотности среды (полная масса составляет $M=\frac{1}{4}\pi d^2\rho$). Толщина слоя среды до скального основания равна $10d$, толщина слоя над сооружением $3{,}17d$. Свободная поверхность нагружена ударной волной с давлением $\Delta P=\Delta P_\Phi(1-t/\tau_+)^2$, $\Delta P_\Phi=0{,}1$ МПа, $\tau_+=1$ с. Из решения на рис. 13.9, 13.10 видно влияние волны, отраженной от скального основания (нижней границы области). Заметим, что кривая ускорения $Y^{\cdot\cdot}$ характеризует изменение во времени суммарной гидродинамической смещающей нагрузки N, отнесенной к массе кольца M: $N=MY^{\cdot\cdot}$.

Далее приведем расчет заглубленного в грунт железобетонного сооружения с остовом из круговых арок высотой 2,2 м с учетом пластических деформаций стальной арматуры, а также грунтовой среды.

Арки и пол прямоугольного сечения, арматура класса А-III марки 35ГС, бетон тяжелый класса В30, высота сечения арок 12 см, пола 10 см, коэффициент армирования переменный от 1,5 до 2,3 %. Воздушная ударная волна с $\Delta P_\Phi=0{,}1$ МПа, $\tau_+=0{,}2$ с и с указанным выше законом изменения давления распространяется вдоль оси x_1. Свойства грунта описаны моделью Григоряна при модуле сдвига $G=4{,}6$ МПа. Закон объемной сжимаемости введен таблично. Контрольные точки для скелетной кривой: при $-\varkappa=0$; 0,2; 0,4 % $P=0$; 0,05; 0,3 МПа, для кривой разгрузки (смещенной к началу координат $P-\varkappa$): при $-\varkappa=0$; 1 и 2 % $P=0$; 0,1 и 0,3 МПа. Расстояние от пола арки до нижней границы области равно трем диаметрам арки. Расчетная сетка и результаты расчета даны на рис. 13.11, 13.12.

Рассмотрим результаты расчета системы из двух сооружений, возведенных в мягком грунте над скальным слоем сложной формы (рис. 3.13). Область решения 59×30 м^2, общее число ячеек 1530. С момента $t=0$ вдоль

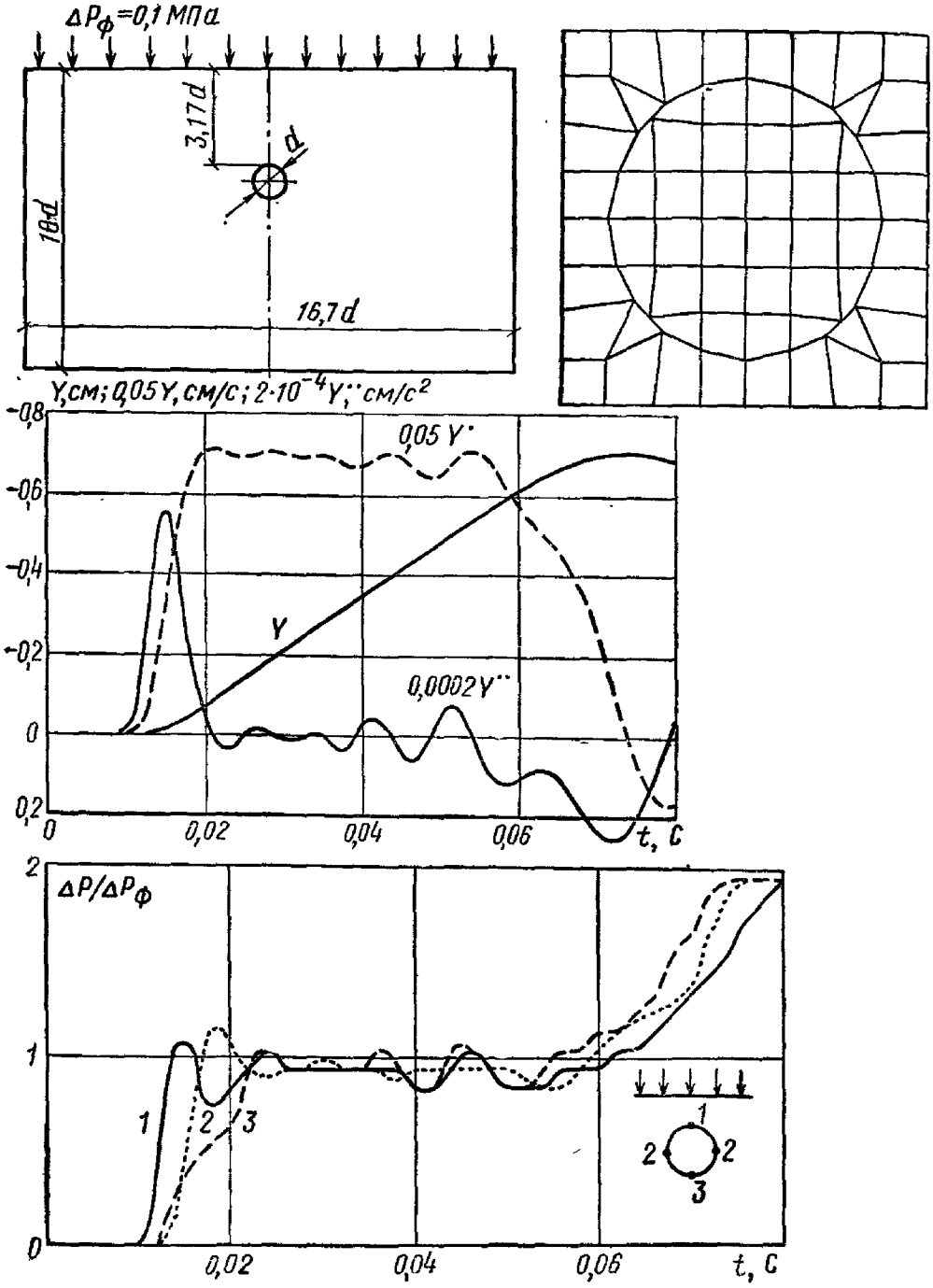


Рис. 13.9. Геометрия задачи о нагружении ударной волной кольцевого сооружения, фрагмент расчетной сетки, параметры движения кольца и изменения давлений в характерных точках. Торможение кольца при $t>55$ мс связано с влиянием отраженной от скалы волны сжатия

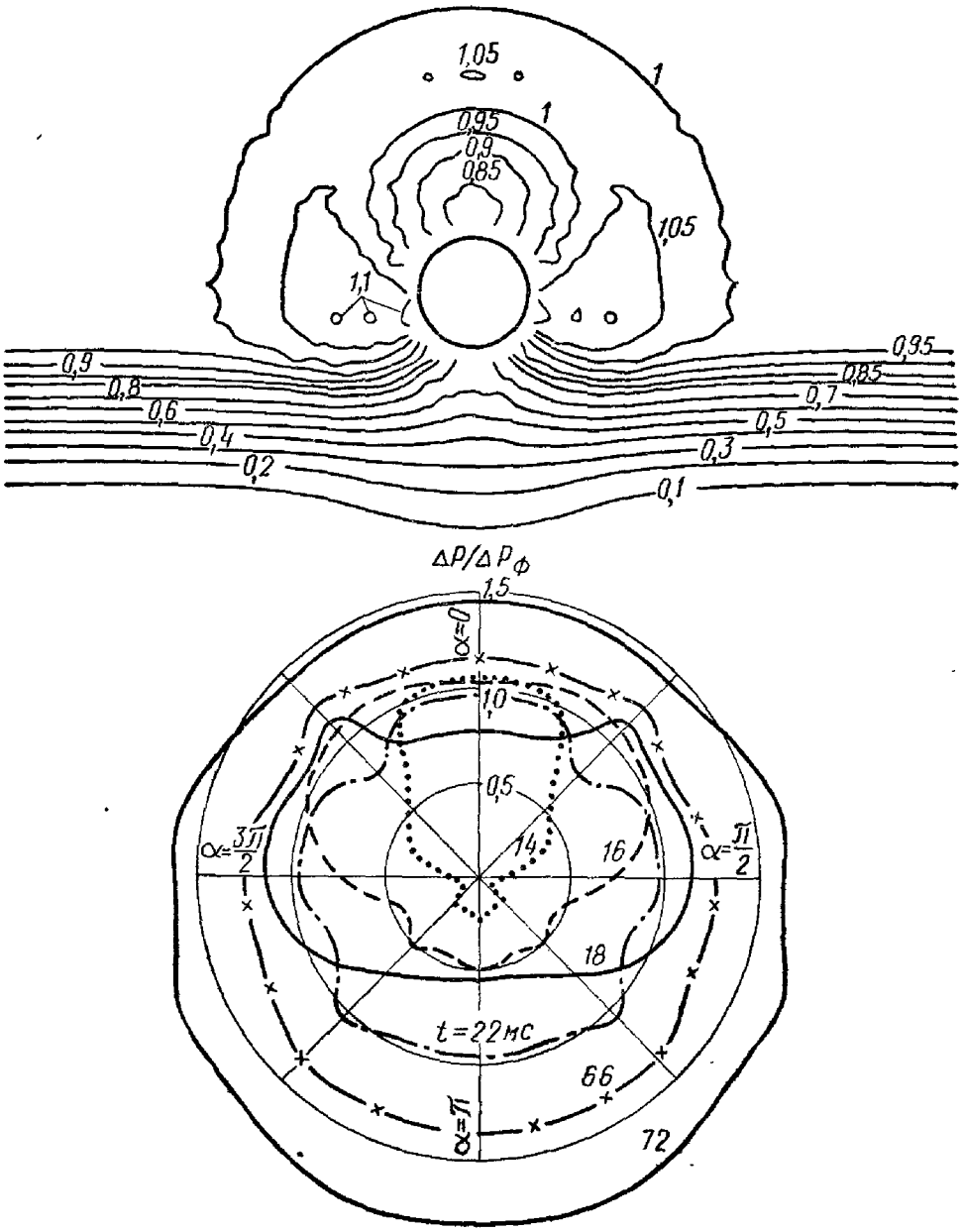


Рис. 13.10. Изобары дифракционного поля в среде при $t=20$ мс и распределение давлений на кольцо в различные моменты времени. Давления отнесены к $\Delta P_ф=0{,}1$ МПа

свободной поверхности распространяется воздушная ударная волна с $\Delta P_ф=0{,}7$ МПа, $\tau_+=1$ с, а в зоне скалы происходит цилиндрический взрыв с выделением энергии $6{,}9\cdot10^6$ кДж/м (зона детонации занимает одну ячейку сетки 1×1 м^2). Сооружение А в форме замкнутых подковообразных рам шириной 4 м из прокатных двутавров № 24 с пределом текучести $\sigma_т=260$ МПа в зоне потолка

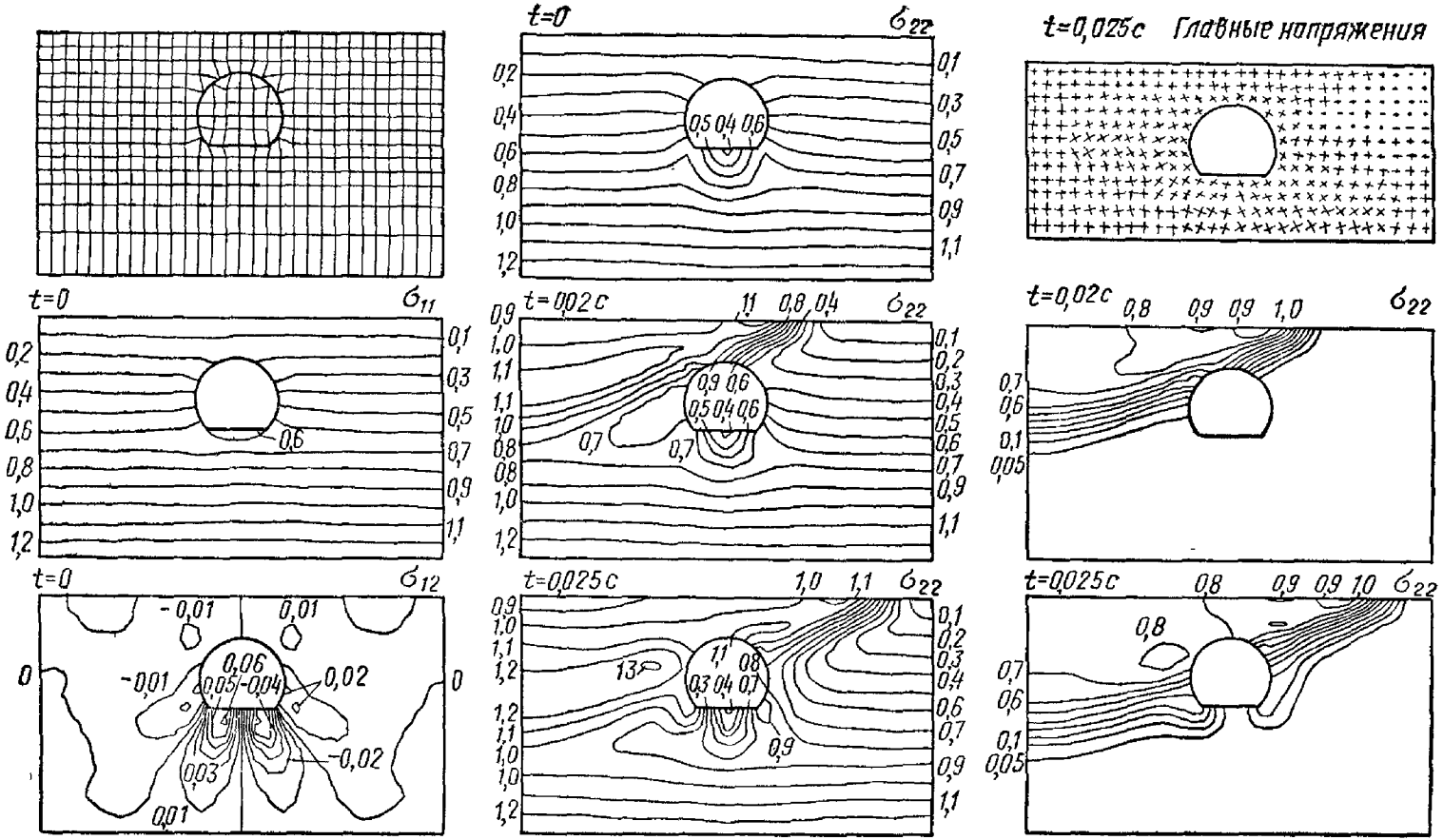


Рис. 13.11. Расчет взаимодействия волны сжатия в грунте с арочным железобетонным сооружением: фрагмент (верхняя часть) расчетной сетки, изолинии компонент тензора напряжений в грунте от бытового давления ($t=0$); вертикальные напряжения σ_{22} от действия волны сжатия при $t=0{,}02$ и $0{,}025$ с с учетом (слева) и без учета (справа) бытового давления; оси и величины главных напряжений с учетом бытового давления. Касательные напряжения σ_{12} даны в 10^3 Па, остальные — в 10^5 Па

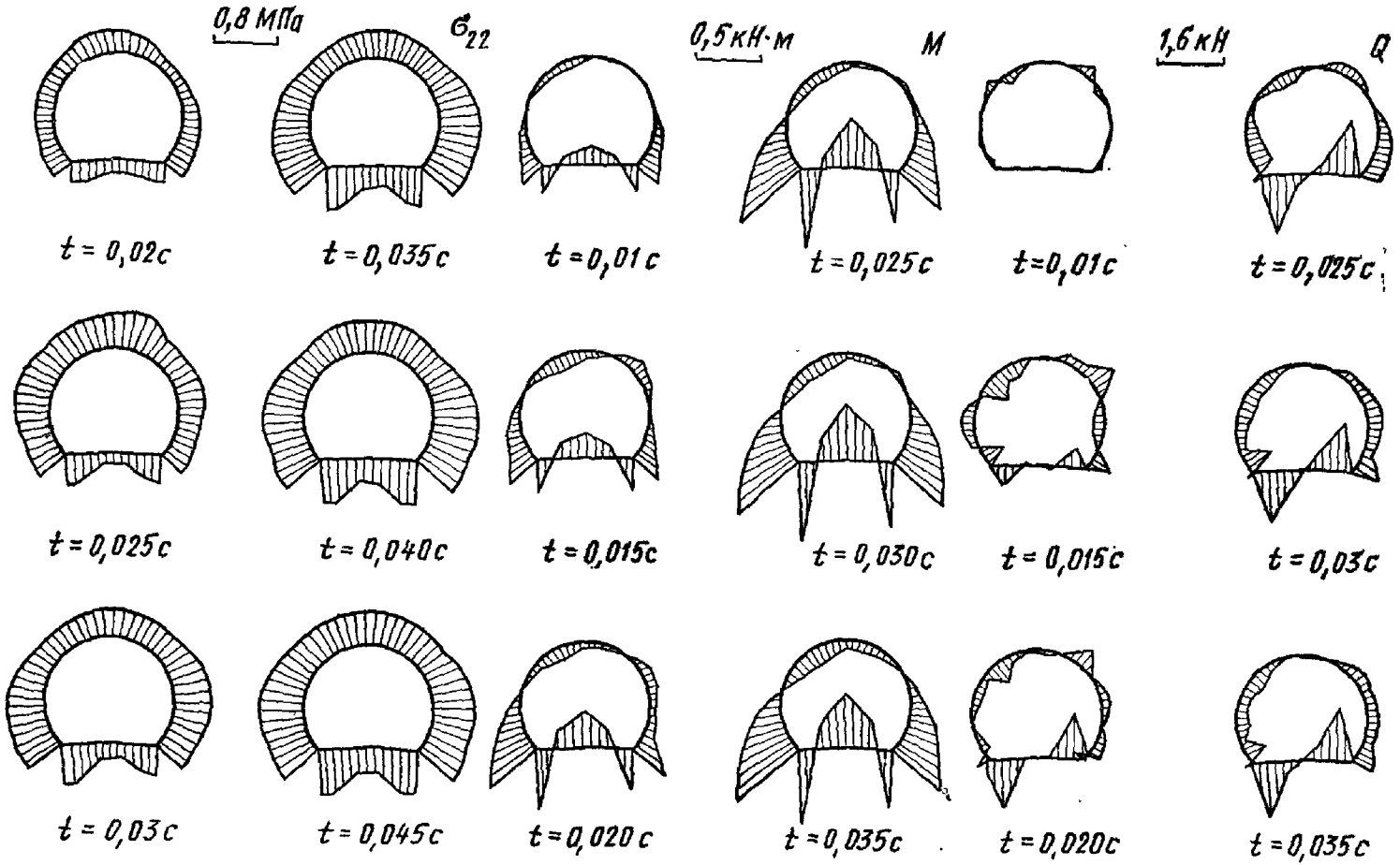


Рис. 13.12. Напряжения σ_{22} в грунте по контуру сооружения, эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q в расчетах с учетом бытового давления

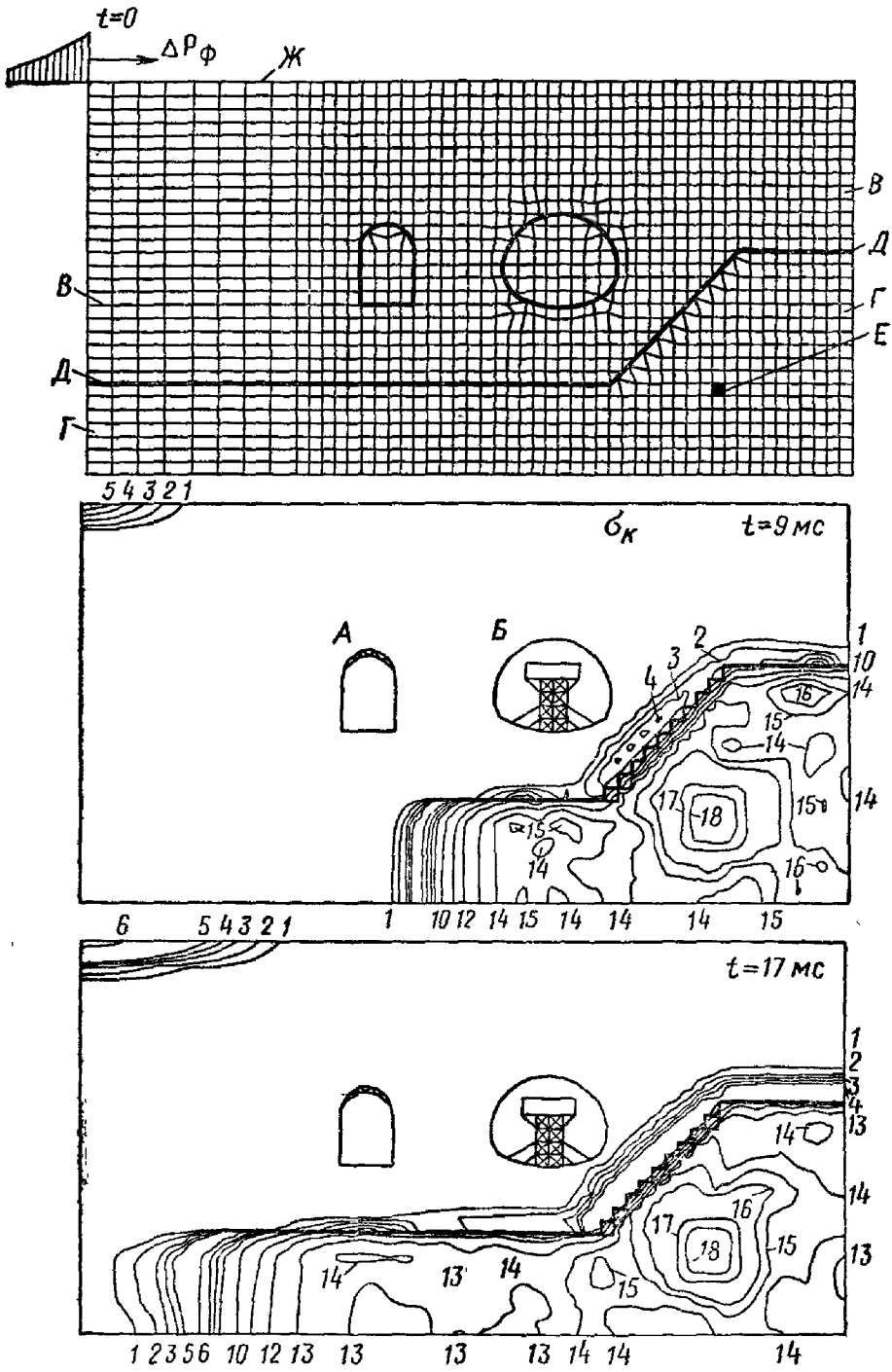


Рис. 13.13. Расчет системы сооружений на комбинированное действие воздушной ударной волны и подземного взрыва

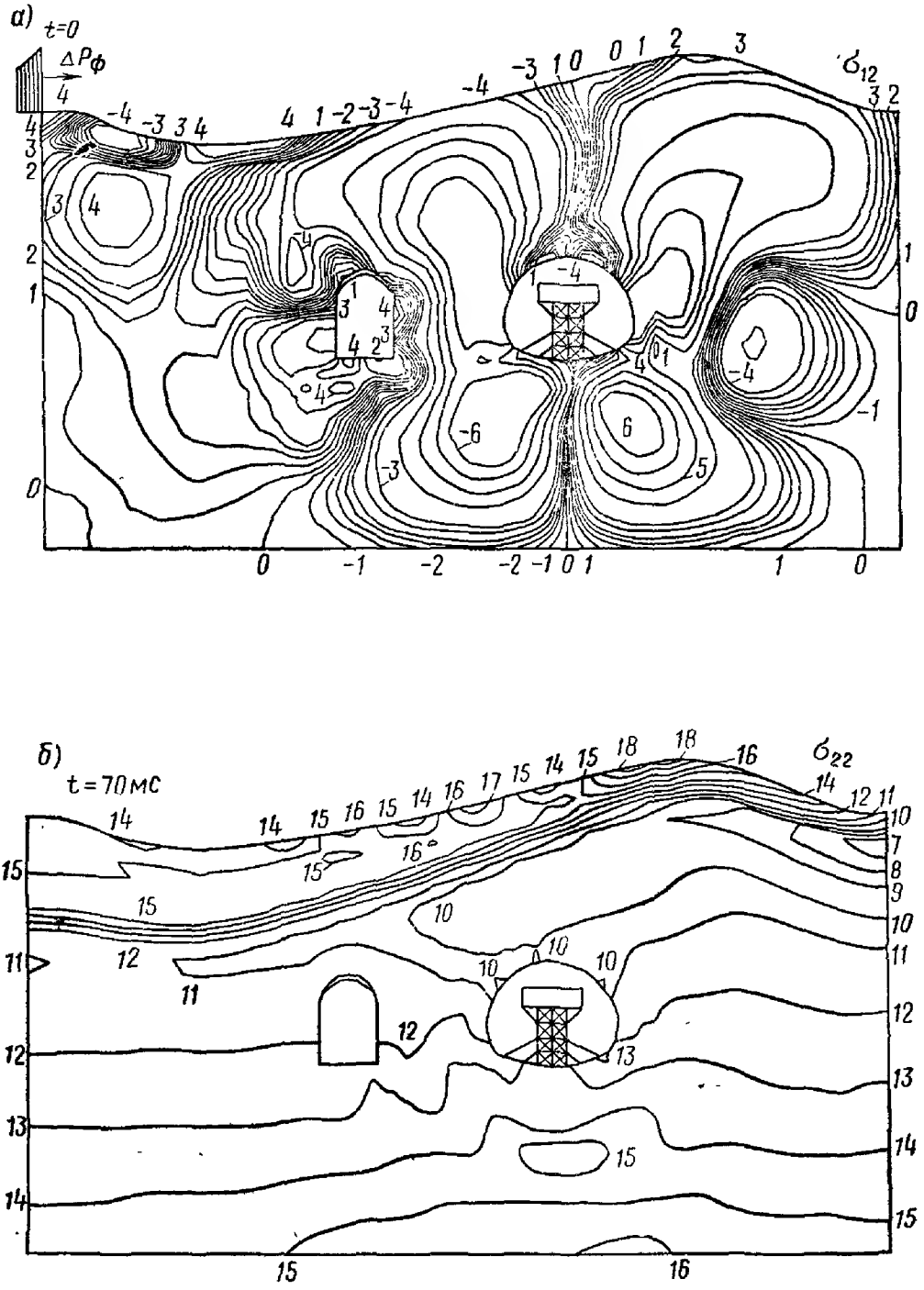
а — геометрия задачи А — галерея из чугунных тюбингов; Б — железобетонное сооружение; В — мягкий грунт; Г — скальная порода; Д — граница скалы; Е — зона детонации в скале; Ж — свободная поверхность; б — изолинии интенсивности напряжений $\sigma_к$ в моменты времени t=9 и 17 мс, числа на изолиниях от 1 до 18 соответствуют напряжениям 0,01; 0,025; 0,05; 0,075; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 1, 2, 5, 10, 25, 50, 75, 100, 250 и 500 МПа

усилено изнутри стальной арочной фермой. Сооружение Б с каркасом криволинейного очертания из железобетонных элементов прямоугольного сечения, арматура класса А-III марки 35ГС, бетон тяжелый класса В40, высота сечения $h=60$ см, коэффициент армирования верхней и нижней арматурой — по 1,4 %. В сооружении смонтировано оборудование на стальной ферме. Мягкий грунт описан моделью Григоряна. Использованные в расчетах материальные функции для мягкого грунта показаны на рис. 13.3. Плотность грунта $\rho=2\cdot10^3$ кг/м^3, диапазон касательного модуля K для скелетной кривой $K=5$—50 МПа, $G=4{,}6$ МПа. Скала описана упруговязкой моделью Фойгта $\rho=2{,}55\cdot10^3$ кг/м^3, $K=5\cdot10^3$ МПа, $G=2{,}3\cdot10^3$ МПа, $K_*=0{,}71$ МПа·с, $\eta=0{,}49$ МПа·с. Из рис. 13.13, выданных на графопостроитель, виден характер распространения волн сжатия в мягком грунте — от воздушной ударной волны и от выхода волны, распространяющейся в скале от подземного взрыва.

Далее приведем расчет тех же сооружений в мягком грунте с холмистой поверхностью на действие воздушной ударной волны с учетом начальных напряжений в грунтовом массиве и в сооружении, вызванных бытовым давлением и собственным весом сооружения. Геометрия задачи показана на рис. 13.1, *а*. Касательные напряжения в грунте от статического действия бытового давления показаны на рис. 13.14, *а*, а результаты динамического расчета для двух моментов времени — на рис. 13.14, *б*, *в*.

Приведем пример численного анализа динамики упругопластической балки, защемленной по концам. Материал (сталь) описан моделью 4, константы критерия Кемпбелла $\alpha=17$, $t_*=0{,}895$ с. Балка нагружена треугольным импульсом $\Delta P_\Phi=500$ МПа, $\tau_+=0{,}54$ мс (импульс $i=0{,}135$ МПа·с). Результаты вычислений и сравнение с приближенным расчетом даны на рис. 13.15—13.17. Прогиб y, скорость $\dot{y}$ и время на рисунках обезразмерены $D\equiv y/y_q$, $\dot{D}=\dot{y}/(\omega y_q)$, $s=\omega t$, где $y_q=1{,}465$ см, $\omega=2{,}577$ с$^{-1}$, $q\equiv\omega i=347{,}9$ МПа·с.

В заключение дадим пример расчета ударного нагружения стального стержня по схеме, близкой к используемой при динамических испытаниях образцов материалов. Длина стержня 39 см, $l/d=8$. Материал стержня считается соответствующим модели упругопластического материала Прандтля — Рейсса с пределом текучести 400 МПа и модулем упрочнения $2{,}5\cdot10^3$ МПа, упругие константы


а)
t=0
ΔPф
σ12
б)
t=70мс
σ22

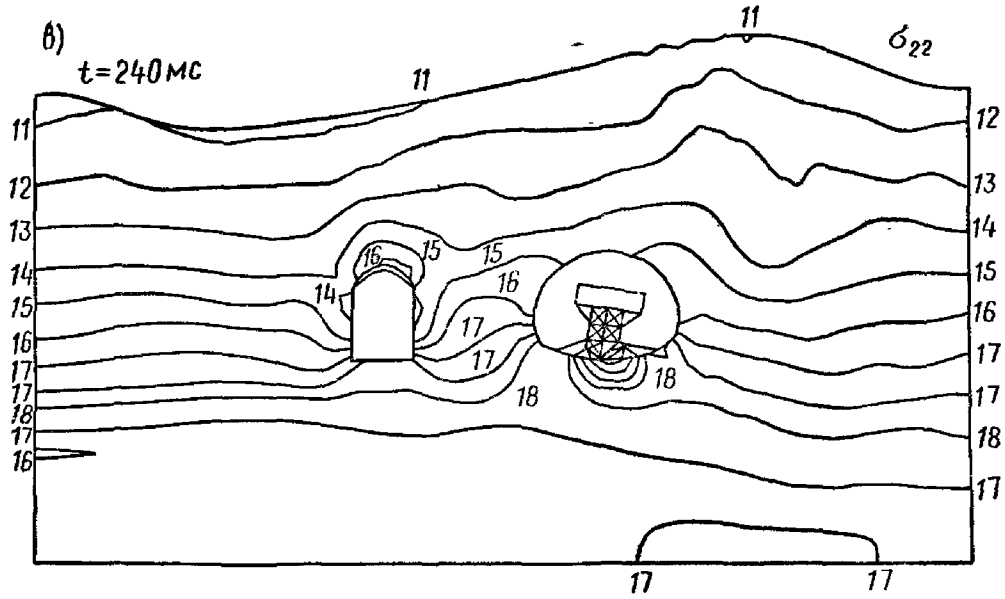


Рис. 13.14. Расчет системы сооружений в слое мягкого грунта с холмистой поверхностью (геометрия дана на рис. 13.1) на действие воздушной ударной волны

а — изолинии касательных напряжений в грунте от бытового давления ($t \leqslant 0$); числа на кривых — напряжения в КПа; *б*, *в* — изолинии вертикальных напряжений в грунте от действия ударной волны с учетом бытового давления в различные моменты времени, при $t=240$ мс видна картина разрушения одного из объектов; числа *1—21* на кривых соответствуют напряжениям: 0,05; 0,025 (растяжение), 0; —0,001; —0,01; —0,025; —0,05; —0,075; —0,1; —0,15; —0,2; —0,3; —0,4; —0,5; —0,6; —0,7; —0,8; —0,9; —1; —1,2; —1,5 МПа (сжатие)

$K=1{,}54\cdot10^5$ МПа, $G=8{,}25\cdot10^4$ МПа, $\rho=8\cdot10^3$ кг/м^3. Предел текучести для ударника и наковальни принят $4\cdot10^3$ МПа, что обеспечило их упругую работу. Скорость удара $v(0)=100$ м/с. Размер ячеек стержня 1×1 см^2, счетная вязкость $K_*=0{,}045$ МПа·с, $\eta=0{,}035$ МПа·с, шаг счета $5\cdot10^{-7}$ с. Результаты расчета, выданные на графопостроитель, приведены на рис. 13.18.

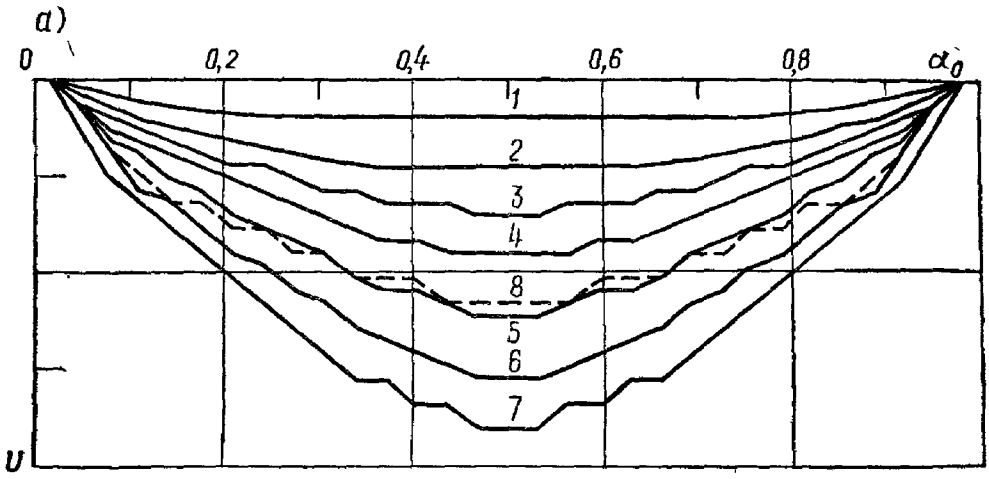
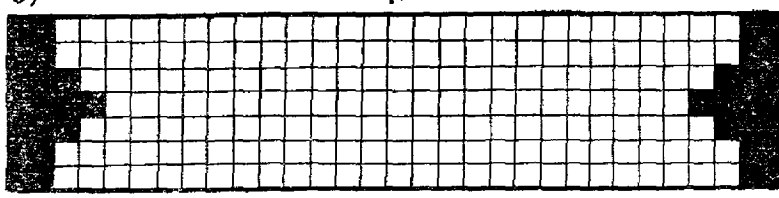


Рис. 13.15. Динамика защемленной по концам упругопластической балки из стали, чувствительной к скорости деформации

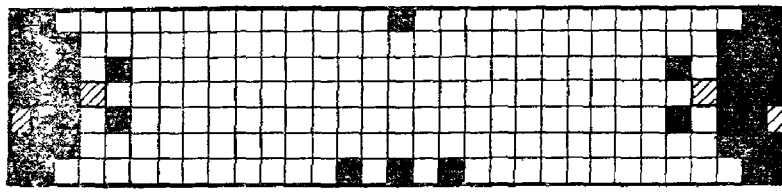
а — линии прогибов при $s=0{,}527$ (кривая *1*); 0,836 (кривая *2*); 1,041 (кривая *3*) — начало текучести в центре пролета; 1,25 (кривая *4*), 1,56 (кривая *5*); 2,07 (кривая *6*); 2,99 (кривая *7*); 7,55 (кривая *8*) — упругая разгрузка после текучести; *б* — развитие пластических зон (затемнено) и разгрузка после текучести (штриховка)

б)

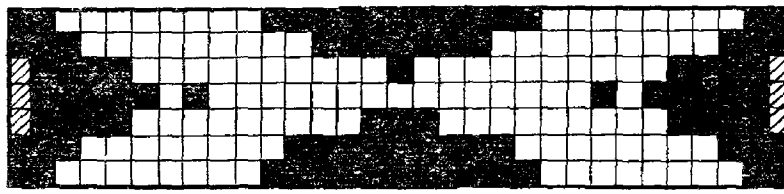
S=0,629



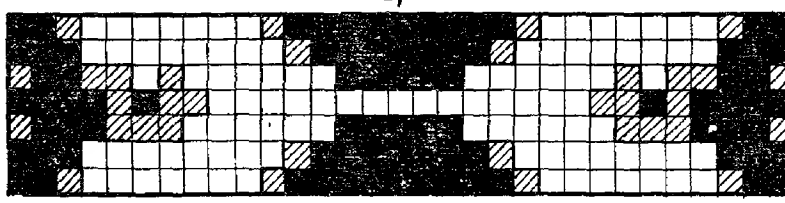
S=1,041



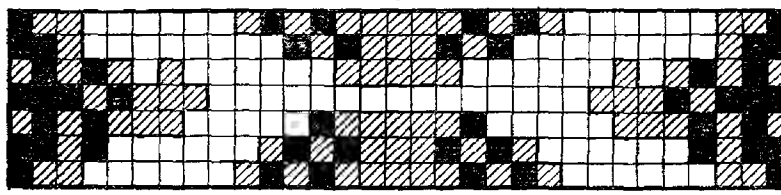
S=1,556



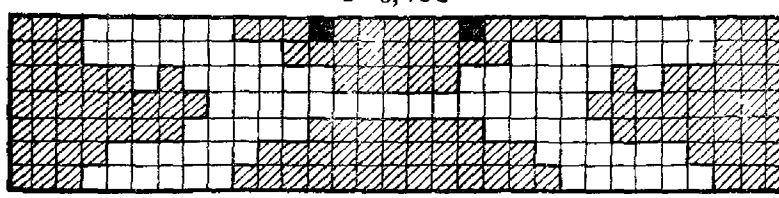
S=2,072



S=2,989



S=3,453



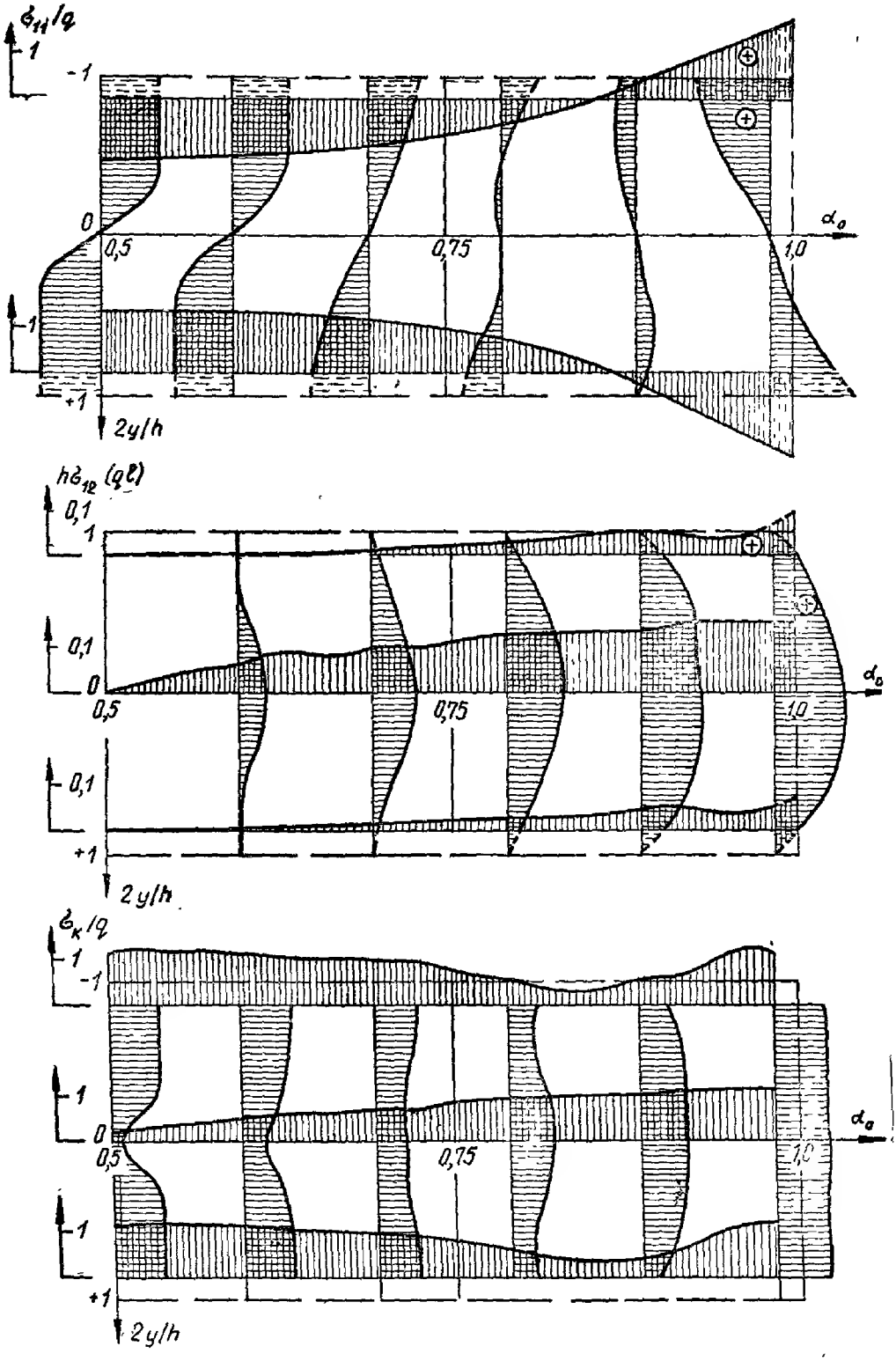
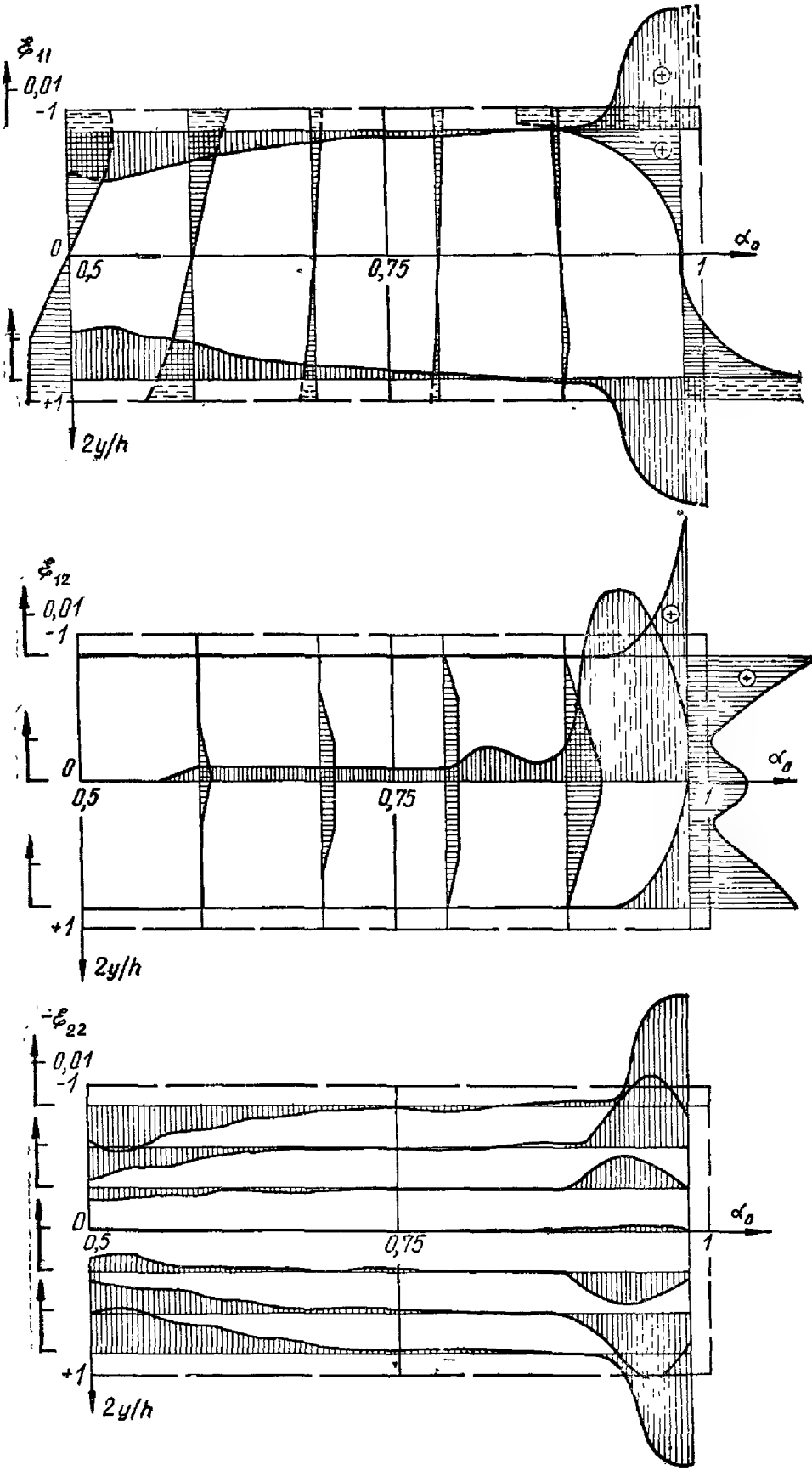


Рис. 13.16. Компоненты тензора напряжений, интенсивность напряжений σ_K и компоненты тензора деформаций в балке при максимуме прогиба ($s=2{,}99$, $t=1{,}16$ мс)


ε_{11}
0,01
-1
0
0,5
0,75
1
α_0
+1
2y/h
ε_{12}
0,01
-1
0
0,5
0,75
1
α_0
+1
2y/h
$-\varepsilon_{22}$
0,01
-1
0
0,5
0,75
1
α_0
+1
2y/h

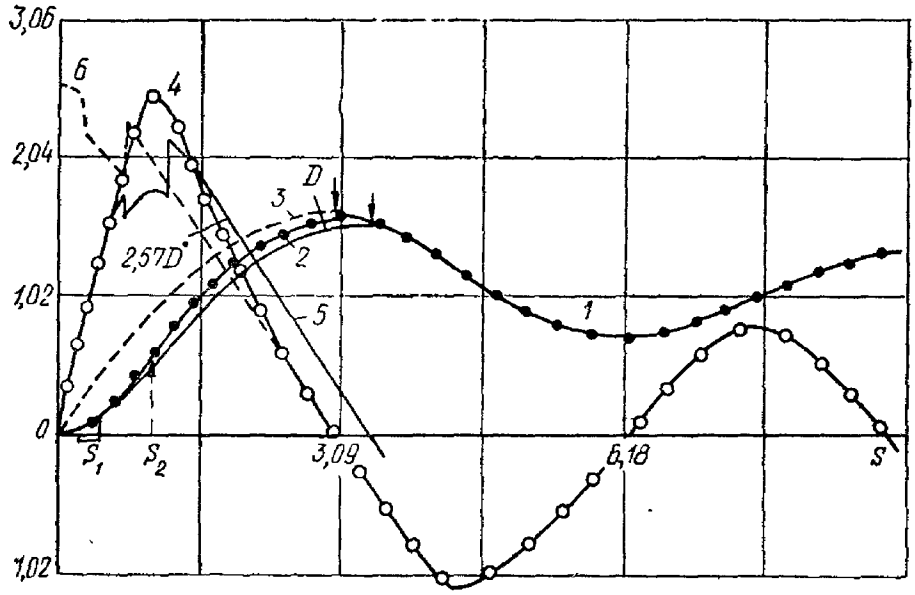


Рис. 13.17. Сравнение параметров движения балки, полученных по программе EFFECT (кривые *1*, *4*) с приближенными — по программе REDIN: на треугольную нагрузку (кривые *2*, *5*) и на мгновенный импульс *i* (ривые *3*, *6*)
Кривыми *1—3* показаны изменения прогиба $D=y/y_q$; *4—6* — скорости $D^{\cdot}=\dot{y}/(\omega y_q)$. В приближенных расчетах в моменты образования пластических шаринров у опор и в пролете введены скачки скорости из условия сохранения количества движения

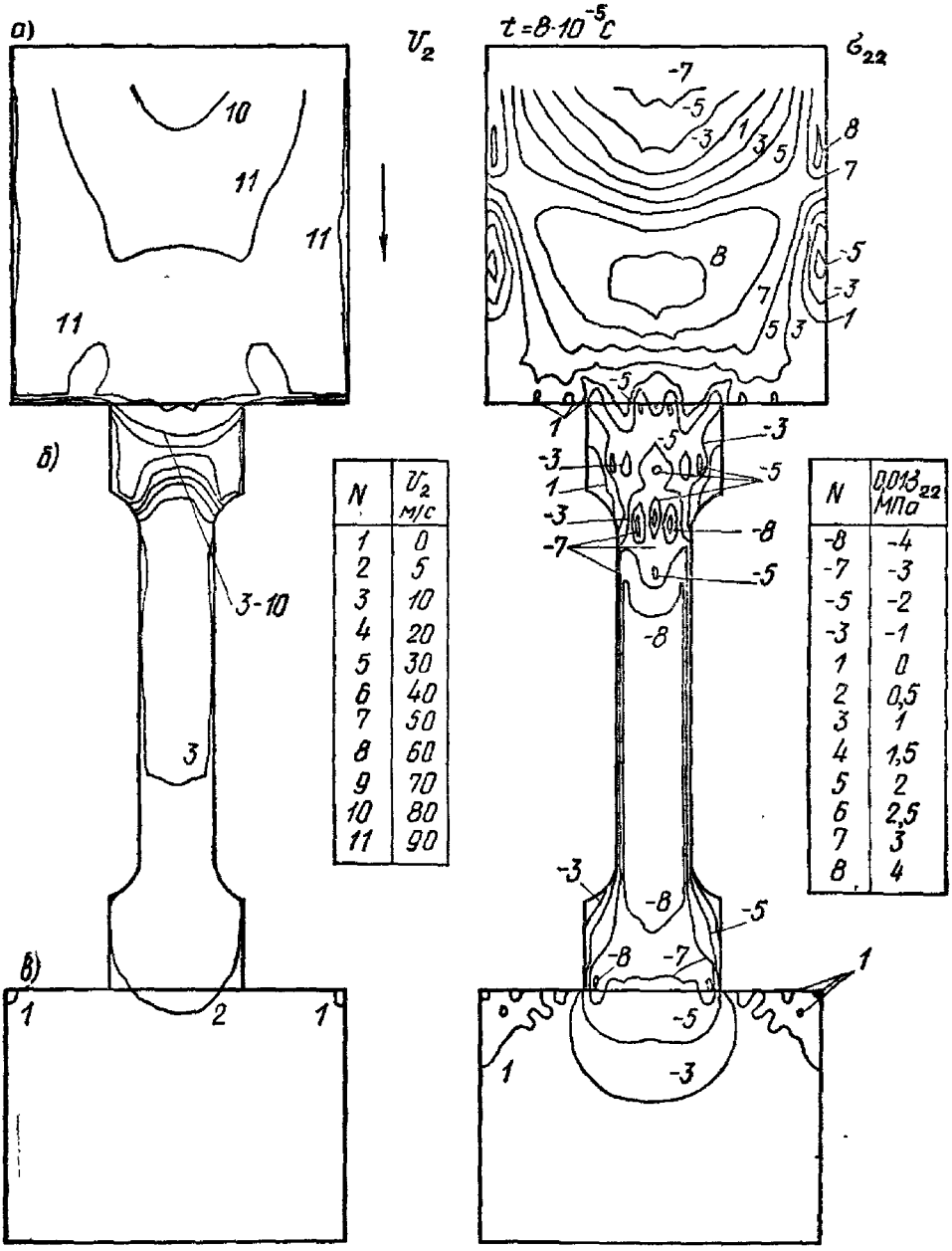


Рис. 13.18. Изолинии вертикальных скоростей v_2 и напряжений σ_{22} в системе ударник (*а*), стержень (*б*), наковальня (*в*) через $8 \cdot 10^{-5}$ с после начала соударения; для сжатия $\sigma_{22} < 0$

Приложение. ОСНОВНЫЕ ДАННЫЕ ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИХ ПРАКТИЧЕСКОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ

Разнообразные задачи по оценке прочности и оптимизации конструктивных параметров защитных конструкций на действие ударно-волновых (взрывных) нагрузок, сейсмических возмущений и их комбинаций можно решать с использованием различных программ. Поэтому важно для каждого конкретного случая выбрать метод расчета и наиболее эффективную программу для ЭВМ, дающую достаточно объективное решение при минимуме экономических затрат (объема памяти и процессорного времени).

Ряд программных комплексов многоцелевого назначения, упомянутых в книге, проектировался со структурным подходом с использованием метода конечных разностей или метода дискретных элементов, приводящего к интегрированию систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Значительное число модулей имеет общее назначение. К их числу относятся: процедуры численного интегрирования уравнений; линейной и сплайн — аппроксимации и интерполяции; выработки волновых дифракционных нагрузок на сооружения различной формы; корректировки усилий в стержневых системах, работающих за пределом упругости, на предельную кривую пластичности; выдачи на печать и графопостроитель; записи для сохранения информации и чтения с внешних носителей для продолжения счета и др.

Математические модели различных сред и материалов с физическими нелинейностями, включая временные эффекты, также представляют внешние процедуры (с параметрами) и используются в различных комплексах.

Ниже приведены данные и рекомендации по применению многоцелевых комплексов и отдельных программ, а также наиболее употребительных внешних процедур (программы разработаны В. А. Котляревским, А. А. Костиным, Е. Г. Майоровой, И. М. Райниным, Р. А. Румянцевой и Л. А. Шамароковой).

SHOCK [73] — программный комплекс, предназначен для упругого расчета металлоконструкций каркасов промышленных зданий и сооружений на действие взрывных, сейсмических и вибрационных нагрузок. Объект схематизируют плоской стержневой системой с большим числом узлов на пересечении стержней. Инерция системы сосредоточена в узлах. Стержни удлиняются, а также деформируются по статической форме изгиба от линейных и угловых перемещений своих концов (узловых масс). Соотношения между внутрен-

ними усилиями в стержнях и деформациями приняты по методу перемещений строительной механики. Линейные и угловые смещения узлов определяются решением дифференциальных уравнений движения узлов с учетом инерции вращения методом Рунге—Кутта четвертого порядка.

Структура стержневой системы произвольная. Статические начальные усилия от собственного веса в программе вычисляются решением нелинейной системы уравнений движения (с обнуленными ускорениями) методом итераций. Программа функционирует в пакетном режиме и в ПДО СВМ в виде файла, полученного трансляцией 54 исходных модулей. Диалоговая система предоставляет пользователю возможность с помощью диагностической системы устранять ошибки в исходных данных и вносить в них изменения, выводить на экран дисплея сообщения, результаты счета в табличном и графическом виде. Результаты счета выдаются на АЦПУ таблицами и графиками искомых функций — параметров движения, а также деформаций и усилий в функции времени и координат. Выдаются значения экстремумов этих функций, а также целевых функций, соответствующих эквивалентным напряжениям.

DYNAMIC [54, 83] — комплекс, предназначенный для динамического расчета широкой номенклатуры конструкций из различных материалов и их композиций (сталь, бетон, полимеры, грунтовые среды) с учетом развитых неупругих деформаций и локальных разрушений на действие ударно-волновых и сейсмовзрывных нагрузок. Сооружение и окружающая грунтовая среда (основание) аппроксимируются по плоской стержневой деформированной схеме. Напряженно-деформированное состояние стержней с изгибной жесткостью определяется на основе технической теории изгиба и гипотезы о волокнистом (слоистом) строении стержней. Для каждого слоя допустимы модели: упругая, упруговязкая, упругопластические (с упрочнением и обратной текучестью, с динамическим пределом текучести и зависимостью напряжения от скорости пластической деформации, мейзинг—типа, упругохрупкие с раскрытием и смыканием трещин). Осуществляется контроль и отключение стержней вследствие потери устойчивости, разрыва, хрупкого разрушения или малоцикловой усталости. Волновые дифракционные нагрузки вырабатываются модулями, в которых учитывается взаимодействие ударной волны с надземными объектами различной формы. Сейсмические возмущения и вибрации вводятся таблично или считываются с МД из банка данных, созданного программой-генератором синтетических акселерограмм, полученных статистической обработкой сейсмической информации с учетом ее ограниченности.

Возможен расчет каркасов жилых и промышленных зданий, наземных сооружений криволинейного очертания (без ограничения

формы), стационарных платформ морского шельфа с учетом начальных напряженнй от собственного веса и водоизмещення, волнового сопротнвления водной среды. Процессы формнрования некоторых расчетных сеток, выработкн дифракционных, аэроднамнческих и гидродинамнческих нагрузок автоматнзированы. Программа фуикцноиирует в пакетном режиме н в ПДО СВМ в внде файла, полученного трансляцией 78 исходных модулей. Возможно прерывание счета с последующим продолжением и измененнем частн данных, что позволяет вестн расчет на повторные динамическне воздействия с учетом остаточных внутреннх деформацнй н напряжений от прошлых нагрузок.

KONTUR [55] — комплекс, сформированный на основе модулей программного комплекса DINAMIC. Предназначен для расчета на ударно-волновые и сейсмовзрывные нагрузки криволннейных конструкцнй как упругих и упругопластнческнх систем с конечным чнслом степеней свободы. Расчету подлежат разнообразные конструктивные элементы (балки, рамы, кольца, арки), а также плоские конструкцни пронзвольной формы, которые могут представлять замкнутый контур. Если часть контура нсключена, то конструкция становится незамкнутой. Конструкцня может иметь ряд опорных точек и сечений с вулевой нзгибной жесткостью (шарннров). Криволннейный контур аппроксимнруют многоугольнником с узлами в углах, где сосредоточена инерция конструкцин. Прямолннейные элементы безынерцнонны и определяют реологию конструкцин, в общем случае переменную вдоль контура. Днпамнческий расчет, как и в программе DYNAMIC, сводится к численному решению уравненнй движення узлов (без учета инерцнн вращення) методом Руиге—Кутта второго порядка и вычислению усилий в стержнях через перемещения узлов. Внутренние усилия в стержнях прн работе за пределом упругости определяются по условню пластнчностн, ограннчнвающему в плоскостн изгибающий момент — продольная сила область допустимых (упругнх) состояний для разлнчных профилей поперечных сечений. Нагрузки н воздействия вводятся так же, как в программе DYNAMIC.

Как указывалось выше (см. п. 11.2), перед корректировкой внутренних усилий вычнсляют их упругие значения. Прн этом закон Гука применяют для прнращенй. Рассмотрим эту часть алгорнтма более подробно. На каждом (n-том) шаге времени вычисляют упругие продольные силы $\overline{N}_i^n$ и упругне значення изгнбающих моментов в узлах $\overline{M}_i^n$ через нх прирашения соответственно ΔN^n и ΔM^n за шаг Δt

$$\Delta N_i^n = EF \frac{1}{2} \Delta t \left(\varepsilon_i^{\cdot n} + \varepsilon_i^{\cdot n-1}\right);$$

$$\Delta M_j^n = EI\,\frac{1}{2}\,\Delta t\left(Kr_j^{\cdot n} + Kr_j^{\cdot n-1}\right),$$

где $\varepsilon^{\cdot n-1}$, $Kr^{\cdot n-1}$ — скорость продольной деформации и скорость изменения кривизны на предыдущем шаге времени.

Упругие силы и моменты вычисляют по формулам:

$$\overline{N}_j^n = N_j^{n-1} + \Delta N_j^n - \mu F \varepsilon_j^{\cdot n-1};$$

$$\overline{M}_j^n = M_j^{n-1} + \Delta M_j^n - \mu I K r_j^{\cdot n-1},$$

где N_j^{n-1}, M_j^{n-1} — значения полных сил и моментов (с вязкими добавкамн); $\mu F \varepsilon_j^{\cdot n-1}$, $\mu I K r_j^{\cdot n-1}$ — значеиия вязких добавок предыдущего шага.

Для корректировки внутренних усилий необходимо их совмещение в точках цеитрирования (в цеитрах стержней). Затем откорректнрованные зиачеиия изгибающих моментов следует возвратить в узлы.

Узловые моменты $\overline{M}_j^n$ центрируются на центры стержией линейной ннтерполяцней, и производится корректировка сил и момеитов (в центрах стержней) согласно условию текучести $F(\overline{M}, \overline{N}) = 0$, т. е. вязкне усилия не корректнруются.

Как показали расчеты, при аппроксимацни круговых арок полигоном с различнымн по размерам стержнями, процедура линейной иитерполяции для возврата моментов в узлы (по формуле на с. 491) с высокой точностью требует мелкого разбнення дуги арки (особенно при высокоградиентных волновых нагрузках). Разбиение дуги арки на 15 элементов оказалось недостаточным, что проявилось в волнообразной форме деформации. В связн с этим в комплексах DYNAMIC и KONTUR линейная интерполяция возврата откорректированных моментов в узлы заменена интерполяцией кубическими сплайнами по четырем соседним точкам. К полученным значенням сил и моментов добавляются вязкие члены — соответственно $\mu F \varepsilon_j^{\cdot n}$ и $\mu I K r_j^{\cdot n}$ для текущего шага.

Получим оценку велнчив вязких добавок к внутренним усилиям, учнтывая используемые соотношения для коэффициента вязкости μ и шага счета Δt

$$\mu = \frac{1}{5}\,l\sqrt{\rho E}, \qquad \Delta t = \frac{1}{3}\,l\sqrt{\rho/E}.$$

Для вязких сил $N_{\text{в}}^n$ и приращеиий упругих продольных сил $\Delta N_{\text{у}}^n$ за шаг Δt имеем

$$N_{\text{в}}^n = \mu F \varepsilon^{\cdot n} = \frac{1}{5}\,l\sqrt{\rho E}\,F\varepsilon^{\cdot n};$$

$$\Delta N_y = EF\frac{\Delta t}{2}(\varepsilon^{\cdot n} + \varepsilon^{\cdot n-1}) = \frac{1}{6} l\sqrt{\rho/E}\,EF(\varepsilon^{\cdot n} + \varepsilon^{\cdot n-1}),$$

т. е. их отиошение равно $K \equiv N_в^n/\Delta N_y^n = \frac{6}{5}(1 + \varepsilon^{\cdot n-1}/\varepsilon^{\cdot n})^{-1}$.

Учитывая, что порядок величины $\varepsilon^{\cdot n-1}/\varepsilon^{\cdot n} \sim 1$, имеем порядок для $K \sim 3/5$, т. е. вязкие добавки продольной силы составляют примерно 0,6 от ее упругого прнращения на шаге Δt. Учнтывая порядок величины $Kr^{\cdot n-1}/Kr^{\cdot n} \sim 1$, аналогичную оценку имеем н для отношения вязкой компоненты изгибающего момента к приращению момента за шаг Δt.

Для чнсленного решення уравнения движения приводятся к системе диффереицнальных уравнений первого порядка. Для работы процедуры RUTTA иитегрироваиия уравнений резервируются массивы обработки функций (V, Y, G, GG)(4·N), где N — число узлов. Общее число уравнеиий первого порядка для программы KONTUR составляет 4N, в связи с чем вводятся нндексы J=1, 2, 3, ...N, K= =N+J, KX2=2N+J, KX1=3N+J. Функцням $X^{\cdot\cdot}$, $X^{\cdot}$, X, $Y^{\cdot\cdot}$, $Y^{\cdot}$, Y соответствуют элементы массивов в процедуре вычисления правых частей уравиений, указанные ниже.

Массивы параметров для процедуры RUTTA

Правые частн уравнений	Интегралы	Функцнн иа входе	Функции на выходе
$X^{\cdot\cdot}$ V (J)	$X^{\cdot}$ Y (J)	$X^{\cdot}$ G (J)	GG (J)
$X^{\cdot}$ V (K)	X Y (K)	X G (K)	GG (K)
$Y^{\cdot\cdot}$ V (KX2)	$Y^{\cdot}$ Y (KX2)	$Y^{\cdot}$ G (KX2)	GG (KX2)
$Y^{\cdot}$ V (KX1)	Y Y (KX1)	Y G (KX1)	GG (KX1)

EFFECT [61, 63, 64, 76—81] — комплекс, предназначеиный для расчета однородных и композитиых конструкций сложиой формы, взаимодействующих со сплошной неоднородной средой. Коиструкция моделируется замкнутым непроницаемым контуром произвольной формы. Внутри контура допустимо наличие подкрепляющей стержиевой системы, а также размещение различных закреплеиных и свободиых объектов. Возможен синхронный расчет системы сооружений указанного типа.

Нагрузки на конструкцию вырабатываются в процессе ее взаимодействия с волновым полем в массиве окружающей среды, возбуждаемым комбинированным действием динамических давлений и сейсмических возмущений на границах области решения, а также внутрениих (взрывных) источников энергии. Моделирование волновых процессов в среде н конструкции основано на уравнениях дниамики сплошных сред в перемеииых Лагранжа, аппроксимиро-

ванных явным условно-устойчивым конечно-разностным методом типа «крест» (сквозной счет с искусственной тензорной вязкостью) на расчетной сетке с четырехугольной ячейкой произвольной формы. Для конструкционных материалов и сред допустимо использование различных физически-нелинейных моделей, в том числе учитывающих скоростные эффекты. Предусмотрена возможность расчета конструкций из металла, железобетона, полимеров, заглубленных в грунт (котлованных, подземных) и в жидкую среду (подводных), с учетом ограничений, связанных с искажениями лагранжевой сетки.

Начальные напряжения в среде и конструкции определяются методом конечных элементов. Конструкция или совокупность конструкций моделируется как система с распределенными параметрами, вписанная в деформируемую (грунтовую) среду. Упругопластические конструкции анализируются на основе зависимости предельного пластического момента от предельной продольной силы. Комплекс реализован в двух вариантах по двумерной схеме: плоской деформации и с осевой симметрией. Результаты счета выдаются на АЦПУ и графопостроитель — для различных моментов времени (параметры движения, напряженно-деформированного состояния среды и конструкции в виде изолиний, эпюр, векторных полей и осей главных напряжений). Возможно прерывание счета с последующим продолжением при изменении части входной информации.

LAYER [76] — вспомогательный комплекс, реализующий соотношения динамики сплошной среды с различными нелинейными моделями (аналогично комплексу EFFECT) для одномерной схемы с тремя видами симметрии (плоской, цилиндрической или сферической). На границах области решения предусмотрены нагрузки взрывного и сейсмического типов.

BALKA — комплекс, предназначенный для расчета на динамические и сейсмические нагрузки однопролетных балок с любой схемой опор методом Фурье. Нагрузки произвольным образом распределены вдоль пролета и во времени.

DELTA [71, 72, 76] — программа динамического расчета однопролетных шарнирно опертых балок с учетом временны́х (скоростных) эффектов (динамический предел текучести, связанный с запаздыванием динамической текучести, зависимость динамических напряжений от скорости пластической деформации, деформационное упрочнение, распространение вдоль пролета областей пластичности и упрочнения). Программа позволяет выявить резервы прочности балок за счет их приспособляемости к динамической нагрузке.

FERMA [72, 76] — программа для упругопластического расчета однопролетных ферм малого пролета, когда пластические деформации сконцентрированы в центральных панелях. Учитываются скоростные эффекты, аналогично программе DELTA.

REDIN [56, 66, 76] — программа расчета конструкций, допускающих схематизацию осциллятором, на действие комбинации ударно-волновых и сейсмических нагрузок со сдвигом по фазе. Реология связи — упругопластичность и линейное упрочнение с учетом динамических переходных напряжений, зависящих от режима напряжения. На печать выдаются функции параметров движения и реакций, а также таблицы ударных спектров (коэффициентов динамичности) перемещений и реакций в результате варьирования безразмерными исходными данными.

DEMP [57, 76] — программа для расчета на динамические нагрузки и сейсмику стальных каркасов подвесных энергетических и других систем. Каркас может работать упруго и за пределом упругости (переменная текучесть), причем предельный момент в пластическом шарнире зависит от продольной силы, вызванной весом конструкции.

FILTR [70, 79] — программа моделирования взаимодействий воздушной ударной волны со слоем грунта как деформируемой пористой среды, расположенным над сооружением. Анализируются связанные процессы нелинейной фильтрации газа из области отраженной волны через открытые поровые каналы слоя в объем сооружения, деформации упруговязкого скелета пористого слоя и перераспределение напряжений в его скелете, вызванное силами вязкого трения фильтрующего газа, с учетом сил инерции сред. Волновая нагрузка на границе воздушной области решения вырабатывается программой FILTRH.

EFIR [76, 79] — программа, реализующая задачу о точечном взрыве при трех видах симметрии.

GAMMA [38—41 (часть 1)] — комплекс, моделирующий нестационарные случайные процессы, для выполнения анализа сейсмической информации в условиях ее ограниченности.

В алгоритме предусмотрено генерирование ансамблей синтезированных реализаций (акселерограмм) с использованием методов канонических разложений, быстрого преобразования Фурье и сплайн — интерполяции без ограничений на вид аппроксимируемых функций.

INERCIA [76, 46 (часть 1)] — программа для анализа динамической устойчивости к сдвигу и опрокидыванию объектов, свободно расположенных на грунте, при ударно-волновых нагрузках. Объект схематизирован твердым телом с односторонними связями и переменным числом степеней свободы (до трех). Учитываются дифракционное и квазистационарное взаимодействие. Нагрузки и функции сопротивления смещению вводятся таблично.

F [62, 74, 76], W [67, 75], W2 [75, 76] — группа программ, предназначенных для приближенных расчетов сооружений, взаимодейст-

вующих с грунтовыми средами. Основаны на численном решении одномерных уравнений динамики сплошных сред в переменных Лагранжа методом полудискретного аналога. Сооружение расположено на поверхности грунта или впаяно в грунтовую среду. Ударно-волновая нагрузка на поверхности грунта и сейсмическая — на нижней границе области решения задаются аналитически или вводятся табличнo. Объект схематизируется твердой или n-массовой системой, представляющей последовательное соединение n масс посредством деформационных элементов, соответствующих свойствам материалов. Программы в основном отличаются реологическими моделями сред, перекрывающими широкий диапазон состояний мягких, мерзлых грунтов и горных пород.

В программе F использована упруговязкая среда с моделью обобщенного тела Фойгта (с дискретным спектром запаздывания). Допускается учет пластического поведения включением нелинейности в виде деформированного спектра разуплотнения, отличного от спектра уплотнения (исходного).

Программа W моделирует динамику упруговязкопластической среды типа Денисова. Воспроизводит поведение слоистых и градиентных геологических разрезов. Учтены эффекты трещинообразования (раскрытие и смыкание трещин) вследствие чрезмерных растягивающих напряжений. Предусмотрены среды с нулевым сопротивлением разрыву. Программа дает оценку эффектов взаимодействия сейсмовзрывных волн с покрытием и фундаментом сооружения, включая возможность отрыва фундамента от основания при толчках вертикального направления.

Программа W2 основана на использовании модели упругопластической среды с фиксированной диаграммой холодного сжатия и законом разуплотнения, зависящим от достигнутого при сжатии давления. Остальные данные соответствуют программе W. Может быть использована в целях планирования ударных испытаний образцов металлов на копровых и других установках.

Примечание. На рис. 12.7 приведены зависимости коэффициента динамичности деформации $K_{\text{п}}(\hat{\omega}, \hat{K})$ заглубленных в грунт сооружений с параметрами $\hat{m}_1 = 2{,}23$, $\hat{m}_2 = 7{,}47$ при взрывных импульсах различной длительности: слева — $\hat{\theta}=12{,}5$; кривые 1—4 — $\hat{K}=1{,}0$; 0,8; 0,75; 0,7 ($\hat{x}_1=2{,}02$; $\hat{x}_1/x_*=0{,}13$); кривая 4° — $\hat{K}=0{,}7$ ($\hat{x}_1=6{,}73$, $\hat{x}_1/x_*=0{,}33$); справа — $\hat{\theta}=37{,}5$: кривые 1—7 — $\hat{K}=1{,}0$; 0,9; 0,85; 0,84; 0,83; 0,82; 0,8 ($\hat{x}_1=2{,}02$, $\hat{x}_1/x_*=0{,}13$); кривые 1°, 7° — $\hat{K}=1{,}0$; 0,8 ($\hat{x}_1=6{,}73$, $\hat{x}_1/x_*=0{,}33$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Первая часть

1. **Арутюнян Г. М., Карчевский Л. В.** Отраженные ударные волны. — М : Машиностроение, 1973. — 376 с.

2. **Атамаюк В. Г., Ширшев Л. Г., Акимов Н. И.** Гражданская оборона — М.: Высшая школа, 1986. — 207 с

3. **Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др.** Физика взрыва. — М.: Наука, 1975. — 704 с.

4. **Баяковский Ю. М., Галактионов В. А., Михайлова Т. Н.** Графор. Графическое расширение фортрана. — М.: Наука, 1985. — 113 с.

5. **Бендат Д., Пирсол А.** Измерение и анализ случайных процессов. — М : Мир, 1974. — 464 с

6. **Бодаиский М. Д., Горшков Л. М., Морозов В. И., Расторгуев Б. С.** Расчет конструкций убежищ. — М.: Стройиздат, 1974. — 207 с.

7. **Болотии В. В.** Статистические методы в строительиой механике. — М : Стройиздат, 1965. — 279 с.

8. **Болотии В. В.** Прогнозирование ресурса машин и коиструкций. — М.: Машиностроение, 1984. — 312 с.

9. **Броуд Г.** Расчеты взрывов на ЭВМ. Газодинамика взрывов. — М.: Мир, 1976. — 271 с.

10. **Броуд Г.** Расчеты взрывов на ЭВМ. Подземные взрывы. — М.: Мир, 1975. — 163 с.

11. **Быков В. В.** Цифровое моделированне в статистической радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1971. — 326 с.

12. **Вентцель Е. С.** Введение в исследование операций. — М.: Сов. радио, 1964. — 342 с.

13. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1962. — 576 с.

14 **Вибрации** в технике/Под ред. В. В. Болотина. — М.: Машиностроение, 1978. — Т.1.—352 с.

15. **Гаиушкин В. И., Морозов В. И., Никонов Б. И., Орлов Г. И.** Приспособление подвалов существующих зданий под убежища. — М.: Стройиздат, 1971. — 208 с.

16. **Горлии С. М., Слезиигер И. И.** Аэродииамические измерения. — М : Наука, 1964. — 380 с.

17. **Григорян С. С.** О действии длинных ударных воли на твердое тело//ПМТФ. — 1963. — № 3. — С. 37—49.

18. **Действие** ядерного взрыва. — М · Мир, 1971. — 312 с.

19. **Действие** ядерного оружия — М : Воениздат, 1963. — 683 с.

20. **Дуриков А. П.** Оценка радиационной обстановки на объекте народного хозяйства. — М.: Воениздат, 1982. — 96 с.

21. **Егоров П. Т., Шляхов И. А., Алабии Н. И.** Гражданская оборона. — М. Высшая школа, 1977. — 303 с.

22. **ЕС ЭВМ.** Пакет научных подпрограмм на языке ПЛ/1: Руководство программиста: Численный анализ. ПР0.309.008 Д2, ч. 2. — Таллинн, 1980 — С. 87—194.

23. **Жовинский А. Н., Жовинский В. Н.** Иижеиерный экспресс-анализ случайных процессов. — М.: Энергия, 1979, — 113 с.

24. **СНиП II-11-77.** Защитные сооруженя гражданской обороны. — М : Стройиздат, 1978. — 63 с.

25. **Зельдовнч Я. Б., Байзер Ю. П.** Физика ударных волп и вы-

сокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966 — 686 с.

26. **Зубков В. М., Перлей Е. М., Раюк В. Ф. и др.** Подземные сооружения, возводимые способом «стена в грунте». — М.: Стройиздат, 1977 — 196 с.

27. **Зайцев А. П., Коржавин А. В. и др.** Гражданская оборона. — М.: Воениздат, 1982. — 192 с

28. **Иванов Г.** Нейтронное оружие//Зарубежное военное обозрение. — 1982 — № 12 — С. 50—54.

29. **Ильяшев А. С.** Специальные вопросы архитектурно-строительного проектирования — М Стройиздат, 1977. — 184 с.

30 **Импульсные трубы** в аэродинамических исследованиях. — Новосибирск· Наука, 1978 — 79 с.

31. **Кестенбойм Х. С., Росляков Г. С., Чудов Л. А.** Точечный взрыв: Методы расчета· Таблицы. — М.: Наука, 1974. — 255 с.

32 **Коробейников В. П., Чушкин П. И., Шароватова К. В.** Таблицы газодинамических функций начальной стадии точечного взрыва. — М.: ВЦ АН СССР, 1963 — 59 с.

33 **Коробейников В. П., Чушкин П. И., Шароватова К. В.** Газодинамические функции точечного взрыва. — М.: ВЦ АН СССР, 1969. — 48 с.

34. **Коробейников В. П.** Задачи теории точечного взрыва в газах. — М : Наука, 1973. — 278 с.

35. **Корольченко А. Я.** Пожаровзрывоопасность промышленной пыли. — М · Химия, 1986. — 213 с.

36 **Котляревский В. А., Зинченко Ж. Ф., Олехвер А. И., Тимохин В. И.** Аэродинамические характеристики автомобилей//Автомобильная пром-сть — 1980 — № 7 — С. 17—20

37 **Котляревский В. А.** Метание воздушной ударной волной незакрепленного твердого тела вблизи плоской преграды//ПМТФ. — 1984. — № 2. — С 119—128.

38 **Котляревский В. А.** Статистическое моделирование динамики подвесных энергетических систем при сейсмических нагрузках//Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. — М : НИКИЭТ. 1984 — Вып. 1 (38). — С 51—60.

39 **Котляревский В. А.** Расчет на динамическую нагрузку и сейсмику энергетических установок с подвесными агрегатами//Разработка методов расчета и исследование действительной работы строительных металлоконструкций· Сб науч. тр ЦНИИпроектстальконструкции — М., 1983 — С. 57—69.

40 **Котляревский В. А.** Статистическое моделирование нестационарных случайных процессов, применительно к анализу сейсмостойкости сооружений — ГАММА: Информ. листок МГЦНТИ № 300—86. — М. 1986. — 4 с — Руководство пользователя/ЦНИИпроектстальконструкция Вып. ОСК-86. — М , 1986 — 49 с.

41. **Котляревский В. А.** Статистическое моделирование сейсмических воздействий на сооружения//Строит. механика и расчет сооружений. — 1988. — № 3 — С. 44—48.

42 **Котляревский В. А.** Расчет упругопластических конструкций на действие динамических импульсных и вибрационных нагрузок// Информ листок МГЦНТИ № 373—87 — М : 1987. — 2 с.

43 **Котляревский В. А., Майорова Е. Г., Шишикин А. И.** Волны напряжений в грунтах при наличии кавитационных эффектов// ПМТФ — 1978. — № 2 — С. 95—104

44. **Котляревский В. А., Румянцева Р. А., Чистов А. Г.** Расчеты

удара штампа по грунтовому массиву с использованием различных моделей упругопластических сред в условиях плоской деформации// Изв. АН СССР, МТТ. — 1977. — № 5 — С. 132—146.

45. **Котляревский В. А., Чистов А. Г.** Численный анализ дифракции волн в упруговязких средах при плоской деформации//Изв. АН СССР, МТТ. — 1976. — № 3. — С. 119—132.

46 **Котляревский В. А., Майорова Е. Г.** Программный комплекс для автоматизированного расчета устойчивости незакрепленных объектов — ИНЕРЦИЯ//Информ листок МГЦНТИ № 351—87. — М., 1987. — 3 с.; Отчет/ЦНИИпроектстальконструкция; Рук. работы В. А. Котляревский ГР 01870084600; Инв. 02870073378. — М., 1987. — 187 с.

47. **Купер Г., Сауэр Ф.** Движение грунта, связанное с образованием воронки, и приложения к масштабному приведению размеров воронок//Удар, взрыв и разрушение. — М : Мир, 1981. — С. 43—80.

48. **Кутухтин Е. Г., Коробков В. А.** Конструкции промышленных и сельскохозяйственных производственных зданий и сооружений. — М.: Стройиздат, 1982. — 207 с.

49. **Кухтевич В. И., Горячев И. В., Трыков Л. А.** Защита от проникающих излучений. — М : Атомиздат, 1970 — 189 с

50. **Лужин О. В., Попов Н. Н., Расторгуев Б. С.** Расчет конструкций сооружений на действие взрывных волн//Динамический расчет сооружений на специальные воздействия. — М.· Стройиздат, 1981. — С. 5—28

51. **Математическое** обеспечение ЕС ЭВМ Пакет научных подпрограмм: Пер. с англ./Под ред. Пыльцевой Т. И , Соколовой Н. Д. — Минск, 1973. — Вып. 1, ч. 1. — 228 с.

52 **Мейер П. В., Котляревский В. А., Барабенов В. П., Мальков А. В.** Тензовесы. Бюллетень изобретений, 1968, № 3. — 3 с.

53. **Мейдер Ч.** Численное моделирование детонации. — М.: Мир, 1985. — 384 с.

54 **СНиП II-6-74.** Нагрузки и воздействия. — М.: Стройиздат, 1976 — 58 с.

55. **СНиП II-15-74. Осиования** зданий и сооружений. — М.: Стройиздат, 1974. — 64 с.

56. **Основные** результаты экспериментов на ударных трубах. — М.: Атомиздат, 1963. — 442 с

57. **Остроух Ф. И.** Строительство быстровозводимых убежищ и противорадиационных укрытий. — М.: Воениздат, 1972 — 120 с.

58. **Панибратов Ю. П.** Технико-экономическая оценка проектных решений жилых и общественных зданий — М.· Стройиздат, 1983. — 152 с.

59 **Пасечник И. П.** Характеристика сейсмических волн при ядерных взрывах и землетрясениях. — М.· Наука, 1970. — 191 с.

60. **Подводные** и подземные взрывы. — М.: Мир, 1974. — 414 с.

61. **Родин Г.** Сейсмология ядерных взрывов — М.: Мир, 1970. — 190 с.

62. **Руководство** по проектированию строительных конструкций убежищ гражданской обороны. — М.· Стройиздат, 1982. — 295 с.

63. **Седов Л. И.** Методы подобия и размерности в механике. — М.· Наука, 1982. — 428 с.

64. **Ударные** трубы. — М : Изд-во иностр лит., 1962. — 699 с.

65 **Форсайт Д., Малкольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений — М.: Мир, 1980. — 279 с.

66. **Хантли Г. Анализ** размерностей. — М.: Мир, 1970. — 175 с.

67. **Шалль Р.** Физика детонацнн//Физика быстропротекающих процессов — М.: Мнр, 1971. — Т. 2. — С. 276—346.

68. **Юхансон К., Персон П.** Детонация взрывчатых веществ. — М.: Мнр, 1973 — 352 с.

69. **Lee V. W., Trifunac M. D.** Automatic digitization and processing motion accelerograme. Report № 79—511, part 2/University of southern California, Department of civil engineering. — Los Angeles, California, 1979. — 379. — P. 292—294.

Вторая часть

1. **Станюкович К. П.** Неустановившееся движение сплошной среды. — М : Наука, 1971. — 925 с.

2. **Броуд Г. Л.** Действне ядерного взрыва. — М: Мнр, 1971.— 312 с.

3. **Попов Н. Н., Расторгуев Б. С.** Вопросы расчета и конструирования специальных сооружений. — М.: Стройнздат, 1980 — 189 с.

4. **Байков В. Н., Сигалов Э. Е.** Железобетонные конструкцнн. — М.: Стройиздат, 1976. — 766 с.

5. **Пономарев К. К.** Спецнальный курс высшей математнки. — М.: Высшая школа, 1974 — 400 с.

6. **Лужин О. В., Попов Н. П., Расторгуев Б. С.** Расчет конструкций сооруженнй на действие взрывных волн//Динамнческнй расчет сооруженнй на специальные воздействня. — М.: Стройнздат, 1981. — С. 5—28.

7. **Попов П. П., Пузанков Ю. И.** Расчет сжатой железобетонной колонны на действие боковой днпамнческой нагрузкн//Тр. МИСИ им. В. В Куйбышева. — М., 1976. — Вып. 133. — С. 12—15.

8. **Белобров И. К., Пузанков Ю. И.** Прочность и деформации сжато-изогнутых железобетонных элементов при однократном динамическом нагруженин//Поведенне бетонов и элементов железобетонных конструкцнй прн воздействиях различной длительности, НИИЖБ. — М., 1980. — С. 168—182.

9. **Цивилев М. П., Никаноров А. А., Суслин В. М.** Инженерно-спасательные и неотложные аварнйно-восстановнтельные работы в очаге ядерного пораженння. — М.: Воениздат, 1975. — 223 с.

10. **Ляхов Г. М.** Основы динамикн взрывных волн в грунтах и горных породах. — М : Недра, 1974. — 191 с.

11 **Купер Г. Ф., Броуд Г. Л., Лей Дж. Дж.** Некоторые основные аспекты действня ядерного оружия//Расчеты взрывов на ЭВМ. — М.: Мнр, 1975 — С. 104—133.

12 **Абрамович Г. Н.** Прикладная газовая динамика. — М.: Гостехиздат, 1976. — 540 с.

13. **Рабинович И. М., Синицын А. П., Лужин О. В., Теренин В. М.** Расчет сооруженнй на нмпульсные воздействия. — М.: Стройнздат, 1970. — 304 с.

14. **Тимошенко С. П., Гудьер Дж.** Теория упругости — Наука, 1975. — 575 с.

15. **Кавамура Р., Кавада Х.** Изучение затухання ударных волн, обусловленного наличием препятствий//Ударные трубы. — М.: Изд-во иностр лнт, 1962. — С. 234—241.

16. **Цытович П. А.** Механика грунтов. — М.: Высшая школа, 1973. — 280 с.

17. **Синицын А. П.** Практические методы расчета сооруженнй на сейсмические нагрузки. — М.: Стройиздат, 1967. — 137 с.

18. **Ляхов Г. М., Полякова Н. И.** Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения. — М.: Недра, 1967. — 232 с.

19. **Ильяшев А. С.** Специальные вопросы архитектурно-строительного проектирования. — М: Стройиздат, 1977. — 180 с.

20 **Новое** о прочности железобетона — М.: Стройиздат, 1977. — 184 с.

21 **Справочник** по динамике сооружений. М.: Стройиздат, 1972 — 511 с.

22. **Программирование**, отладка и решение задач на ЭВМ единой серии. Язык ФОРТРАН — Л.· Энергоатомиздат, 1988. — 203 с.

23 **Покровский Г. И.** Взрыв. — М.: Недра, 1973. — 182 с.

24 **Котляревский В. А.** Механические характеристики малоуглеродистой стали при импульсивном нагружении с учетом запаздывающей текучести и вязкопластических свойств//ПМТФ. — 1961. — № 6 — С 146—152

25. **Глушков Г. И.** Расчет сооружений, заглубленных в грунт. — М.: Стройиздат. 1977. — 184 с.

26 **Руководство** по проектированию строительных конструкций убежищ гражданской обороны — М: Стройиздат, 1982. — 296 с

27. **Бахолдин Б. В., Игорькин Н. Т.** К вопросу о сопротивлении грунта на боковой поверхности сваи//Основания, фундаменты и подземные сооружения М., 1969 — № 58. — С. 26—32.

28 **Труды** ежегодной практической конференции. — М.: НИОСП, 1965 — 46 с

Третья часть

1 **Алтшулер Л. В., Шарипджанов И. И.** Аддитивное уравнение состояния силикатов при высоких давлениях//Изв. АН СССР. Сер. Физика земли — 1971. — № 3. — С 11—28.

2 **Алтшулер Л. В., Павловский М. Н.** Исследования глины и илистого сланца при сильных динамических воздействиях//ПМТФ. — 1971. — № 1 — С. 171—176

3. **Амбарцумян С. А.** Теория анизотропных пластин. — М.: Наука, 1967 — 266 с

4. **Ананьев И. В.** Справочник по расчету собственных колебаний упругих систем — М., Л · Гостехиздат, 1946. — 223 с.

5 **Ананьев И. В., Колбин Н. М., Серебряиский Н. П.** Динамика конструкций летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1972. — 415 с

6 **Баженов Ю. М.** Бетон при динамическом нагружении. — М.: Стройиздат, 1970 — 372 с

7. **Бакиров Р. О.** Материалы и конструкции военно-инженерных сооружений — Изд-во ВИА им В В Куйбышева, 1986 — 439 с.

8 **Баренблатт Г. И., Ентов В. И., Рыжик В. М.** Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа — М: Недра, 1972 — 286 с.

9 **Батуев Г. С., Голубков Ю. В., Ефремов А. К., Федосов А. А.** Инженерные методы исследования ударных процессов — М.: Машиностроение, 1977. — 240 с.

10 **Баум Ф. А., Орленко Л. Н., Станюкович К. П., Челышев В. П., Шехтер Б. И.** Физика взрыва — М.: Наука, 1975. — 704 с.

11. **Белл Д. Ф.** Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. — М.· Наука, 1984 — Т. 2. — 431 с.

12. **Белл Дж.** Экспериментальная проверка квазистатической гипотезы в опыте на составном стержне Гопкинсона при помощи диф-

ракционных решеток//Механика. — 1968. — № 5 (111). — С. 138—156.

13. **Беляев Ю. А., Мельшанов А. Ф., Суворова Ю. В.** О зависимости предела текучести некоторых материалов от скорости нагружения//ПМТФ. — 1969 — 2 — С. 136—141.

14. **СНиП 2.03.01—84.** Бетонные и железобетонные конструкции. — М : Стройиздат, 1985 — 79 с

15. **Бидерман В. Л.** Теория механических колебаний. — М : Высшая школа, 1980 — 408 с.

16. **Боданский М. Д., Горшков Л. М., Морозов В. И., Расторгуев Б. С.** Расчет конструкций убежищ. — М.: Стройиздат, 1974. — 207 с

17. **Болотин В. В.** Статистические методы в строительной механике. — М : Стройиздат, 1965. — 279 с.

18. **Борджес Д. Ф., Равара А.** Проектирование железобетонных конструкций для сейсмических районов. — М.: Стройиздат, 1978. — 135 с.

19. **Броуд Г.** Расчеты взрывов на ЭВМ — М.: Мир, 1975. — 163 с.

20. **Васин Р. А., Леиский В. С., Ленский Э. В.** Динамические зависимости между напряжениями и деформациями//Проблемы динамики упругопластических сред — М.: Мир, 1975. — С. 7—38.

21. **Вайнберг Д. В., Вайнберг Е. Д.** Расчет пластин. — Киев, Будивельник, 1970. — 435 с.

22 **Взрывные** явлеиия Оценка и последствия. — М.: **Мир, 1986.** — Кн. 1. — 319 с., кн. 2. — 382 с.

23 **Вибрации** в техиике/Под ред. В. В. Болотина. — М.: Машиностроение, 1978. — Т 1 — 352 с.

24. **Вовк А. А., Замышляев Б. В., Евтерев Л. С., Белинский И. В., Михалюк А. В.** Поведение грунтов под действием импульсных иагрузок. — Киев: Наукова думка, 1984. — 287 с.

25. **Вовк А. А., Смириов А. Г. Кравец В. Г.** Дииамика водоиасыщеиных грунтов. — Киев: Наукова думка, 1975. — 201 с.

26 **Вольмир А. С.** Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. — М.: Наука, 1976. — 416 с.

27. **Вольмир А. С.** Устойчивость деформируемых систем. — М.: Наука, 1967. — 984 с.

28 **Высокоскоростиые ударные** явлеиия. — М.: Мир, 1973. — 533 с.

29. **Гинзбург И. П.** Теория сопротивления и теплопередачи. — Л : Изд-во ЛГУ, 1970. — 375 с.

30. **Гольдсмит В.** Удар. — М.: Стройиздат, 1965. — 448 с.

31. **Гохфельд Д. А., Садаков О. С.** Пластичиость и ползучесть элемеитов конструкций при повторных иагружениях. — М.: Машиностроеиие, 1984. — 256 с.

32. **Григолюк Э. И., Горшков А. Г.** Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью. — Л.: Судостроеиие, 1975. — 230 с.

33 **Григоряи С. С.** Об основных представлениях динамики грунтов//ПММ. — 1960. — Т 24, № 6. — С. 1057—1072.

34 **Григорян С. С.** Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушеиия твердых горных пород//ПММ. — 1967. — 31, № 4. — С 643—669

35 **Григоряи С. С., Евтерев Л. С., Замышляев Б. В., Кривошеев С. Г.** Об ударио-волновых процессах в силикатиых породах с уче-

том фазовых превращений//ДАН СССР. — 1978. — Т. 241. — № 6. — С. 1292—1295.

36 **Дейвис Р. М.** Волны напряжений в твердых телах. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 103 с.

37. **Дейли Д., Харлеман Д.** Механика жидкости. — М.: Энергия, 1971. — 480 с.

38. **Действие** ядерного оружия. — М.: Воениздат, 1963. — 683 с.

39. **Дикович И. Л.** Динамика упругопластических балок. — М.: Судпромгиз, 1962. — 292 с.

40. **Динамика** удара. — М.: Мир, 1985. — 296 с.

41. **Динамические** исследования твердых тел при высоких давлениях. — М.: Мир, 1965. — 236 с.

42. **Екобори Т.** Научные основы прочности и разрушения материалов. — Киев: Наукова думка, 1978. — 351 с.

43. **Замышляев Б. В., Евтерев Л. С., Кривошеев С. Г.** Об уравнении состояния горных пород при взрывных нагрузках//ДАН СССР. — 1980. — Т. 251, № 2. — С. 322—326.

44. **Зволинский Н. В., Рейтман М. И., Шапиро Г. С.** Динамика деформируемых твердых тел//Механика в СССР за 50 лет. — М.: Наука, 1972. — Т 3. — С. 291—324.

45. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений — М.: Наука, 1966. — 686 с.

46. **Иванов М. Я.** К расчету течения газа в ударной трубе переменного сечения//Изв. АН СССР, МЖГ. — 1970. — № 3. — С. 162—166.

47. **Ишлинский А. Ю.** Продольные колебания стержня при наличии линейного закона последействия и релаксации//ПММ. — 1940. — Т. 4, вып. 1. — С. 122—129.

48. **Каудерер Г.** Нелинейная механика. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 777 с.

49. **Кемпбелл Д.** Эксперименты при высоких скоростях деформации//Механика. — 1966 — № 5 (99). — С. 121—138

50. **Киоулз К., Броуд Г.** Теория процессов кратерообразования: (Обзор)//Удар, взрыв и разрушение. — М.: Мир, 1981. — С. 8—42.

51 **Коларов Д., Балтов А., Бончева Н.** Механика пластических сред. — М.: Мир, 1979. — 302 с.

52. **Кольский Г.** Волны напряжений в твердых телах. — М.: Изд-во иностр. лит., 1955. — 192 с.

53. **Коренев Б. Г., Сысоев В. И.** Динамика сооружений//Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. — М.: Стройиздат, 1973. — Кн 2. — С. 339—381.

54. **Котляревский В. А.** Методика расчета глубоководной платформы на сейсмические воздействия на основе непосредственно используемых инструментальных записей колебаний грунта и моделирования взаимодействия сооружения с основанием: Отчет/ЦНИИ-Проектстальконструкция Вып. ОСК-76. — М., 1985. — 49 с.; Вып. ОСК-87. — М., 1987 — 23 с.

55. **Котляревский В. А.** Расчет упругопластических коиструкций на действие динамических импульсных и вибрационных нагрузок// Информ. листок МГЦНТИ № 373—87. — М., 1987. — 2 с.

56. **Котляревский В. А., Майорова Е. Г.** Анализ ударных спектров нелинейных динамических систем — РЕДИН//Информ. листок МГЦНТИ № 352—87. — М., 1987. — 2 с.

57. **Котляревский В. А.** Оптимизация конструктивных параметров энергетических установок подвесного типа для сейсмических районов — ДЕМП//Информ. листок МГЦНТИ № 374—87. — М., 1987. — 2 с; Отчет/ЦНИИПроектстальконструкция; Рук. В. А. Котляревский. ГР 01860089215, инв. 02880007821. — М., 1987. — 225 с.

58. **Котляревский В. А., Шевницын Л. С.** Установка для динамических испытаний образцов материалов на растяжение и сжатие: А. с. 133654 (СССР)//БИ. — 1960. — № 22. — 4 с.

59. **Котляревский В. А.** Механические характеристики малоуглеродистой стали при импульсивном нагружении с учетом запаздывающей текучести и вязкопластическнх свойств//ПМТФ. — 1961. — № 6 — С. 146—152.

60. **Котляревский В. А.** Упруговязкопластические волны в материале с запаздывающей текучестью//ПМТФ. — 1962. — № 3. — С. 81—87.

61. **Котляревский В. А., Чистов А. Г.** Численный анализ дифракции волн в упруговязких средах при плоской деформации//Изв. АН СССР, МТТ. — 1976. — № 3. — С. 119—132.

62. **Котляревский В. А., Румянцева Р. А., Шишкии А. И.** Волны в мягком грунте как упруговязкой среде//Физика горения и взрыва. — 1977. — № 2. — С. 229—238.

63. **Котляревский В. А., Румянцева Р. А., Чистов А. Г.** Расчеты удара штампа по грунтовому массиву с использованием различных моделей упругопластических сред в условиях плоской деформации// Изв. АН СССР, МТТ. — 1977. — № 5. — С. 132—146.

64. **Котляревский В. А.** Удар по пластинке, находящейся на поверхности жидкости//Изв. АН СССР, МЖГ. — 1978. — № 3. — С. 143—145.

65. **Котляревский В. А.** К учету влияния эффектов скорости деформации в динамике сооружений//Тез. докл. на I Всесоюзи. конф. «Совершенствование методов расчета зданий и сооружений на динамические воздействия», Харьков, 1978 — М., 1978. — С. 37.

66. **Котляревский В. А.** Методы исследования дииамической работы конструкций за пределом упругости с учетом эффектов скоростного деформирования//Экспериментальные исследования инженерных сооружеиий/ВНИИ транспорт. стр-ва. — М., 1978. — С. 36—62.

67. **Котляревский В. А., Майорова Е. Г., Шишкин А. И.** Волны напряжений в грунтах при наличии кавитационных эффектов// ПМТФ. — 1978. — № 2. — С 95—104.

68 **Котляревский В. А., Румянцева Р. А.** Динамика деформируемой системы в упруговязком слое при импульсном нагружении//Физика горения и взрыва. — 1978. — № 1. — С. 128—133.

69. **Котляревский В. А.** Влияние скоростных эффектов на поведение импульсивно нагружеиных конструкций//Бетон и железобетои. — 1978. — № 10. — С. 31—34.

70. **Котляревский В. А.** Об использовании моделей грунтов при прогнозе испытаний крепи подземных выработок на действие промышленных взрывов//Тез. докл науч.-техн. конф. «Повышение эффективности и качества транспортного строительства на БАМе, а также в других районах Сибири и Дальнего Востока»/ВНИИ транспорт. стр-ва. — М., 1979. — С. 267.

71. **Котляревский В. А.** Динамический расчет балки за пределом

упругости с учетом эффектов скоростного деформирования//Строит. механика и расчет сооружений. — 1979 — № 6. — С. 48—55.

72. **Котляревский В. А.** Анализ импульсивно нагруженных балок с учетом запаздывания динамической текучести//Строит. механика и расчет сооружений. — 1980 — № 2. — С. 59—62.

73. **Котляревский В. А., Райнин И. М.** Расчет металлоконструкций каркасов промышленных зданий и сооружений на действие сейсмических, вибрационных и аварийных взрывных нагрузок//Информ. листок МГЦНТИ № 72—87. — М., 1987 — 3 с; Отчет/ЦНИИПроектстальконструкция. Рук. В. А. Котляревский ГР 01830030463. — М., 1985 — 123 с.

74. **Котляревский В. А., Румянцева Р. А.** Деформации упругопластической системы в грунте со свободной поверхностью, нагруженной импульсом давления//Физика горения и взрыва. — 1980 — № 6 — С. 79—85.

75. **Котляревский В. А.** Волны деформаций в упругопластическом стержне при продольном ударе//Проблемы прочности. — 1981. — № 1 — С 12—18

76 **Котляревский В. А.** Пакет программ для динамического расчета металлоконструкций//Строительство и архитектура. Сер 3. Проектирование металлических конструкций: Научно-техн. реф. сб — М., 1981 — Вып 4 — С. 3—7.

77. **Котляревский В. А., Костин А. А.** Расчет упругопластических конструкций на импульсные нагрузки методами механики сплошной среды//II Всесоюзн конф «Совершенствование методов расчета зданий и сооружений на динамические воздействия», Тбилиси, 16—18 ноября 1982 г. — М., 1982 — С. 23

78 **Котляревский В. А.** Оценка сейсмостойкости сооружений на основе решения уравнений волновой динамики упругопластических сред//Снижение материалоемкости и трудоемкости сейсмостойкого строительства· Тез. докл Всесоюзн совещания (Алма-Ата, октябрь 1982 г)/НТО Стройиндустрии. — М., Стройиздат, 1982. — С 33—35.

79. **Котляревский В. А., Майорова Е. Г.** Взаимодействие воздушной ударной волны с пористой средой и фильтрация газа через грунтовый слой при взрывах//Изв АН СССР, МТТ. — 1982 — № 3. — С. 143—155

80 **Котляревский В. А., Костин А. А.** Динамика упругопластических конструкций, взаимодействующих со средами//Тез докл. X семинара «Актуальные проблемы прочности», 23—26 апреля 1985 г — Изд-во Тартусского Гос. ун-та, 1985 — С. 65—66.

81. **Котляревский В. А., Костин А. А.** Численный анализ динамики упругопластических конструкций//Тез. докл. V Всесоюзн. конф. по статике и динамике пространственных конструкций. — Киев· КИСИ, 1985 — С 103

82. **Котляревский В. А.** Малоинерционный датчик для измерения кратковременных и апериодических давлений на базе проволочного тензометра сопротивления· А С. 87865 (СССР). — 1949 — 2 с

83. **Котляревский В. А.** Программный комплекс ДИНАМИК для динамического анализа сооружений//Информ. листок МГЦНТИ № 179—88 — М., 1988 — 2 с.

84 **Котляревский В. А., Костин А. А.** Программный комплекс ЭФФЕКТ для динамического расчета упругопластических конструкций//Информ. листок МГЦНТИ № 239—88. — М, 1988. — 3 с.

85. **Кристеску Н.** Динамическая пластичность//Механика. — М.: Мир, 1969. — № 3. — 38 с.

86. **Кукуджанов В. Н., Кондауров В. И.** Численное решение неодномерных задач динамики твердого деформируемого тела. В сб.: Проблемы динамики упругопластических сред. — М.: Мир, 1975. — С. 39—84.

87. **Кэмпбелл Дж.** Эксперименты при высоких скоростях деформации//Механика. — М.: Мир, 1966. — № 5 (99). — С. 121—138.

88. **Ларионов В. В.** Кинетика напряжений и разрушение упрочняющихся материалов//Прочность при малом числе циклов нагружения. — М : Наука, 1969. — С. 87—94.

89 **Лужин О. В., Попов Н. Н., Расторгуев Б. С.** Расчет конструкций сооружений на действие взрывных волн//Динамический расчет сооружений на специальные воздействия/Под ред. Б Г. Коренева, И М Рабиновича — М : Стройиздат, 1981. — С 5—28.

90. **Ляхов Г. М., Полякова Н. И.** Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения — М.: Недра, 1967. — 232 с.

91. **Ляхов Г. М.** Волны в грунтах и пористых многокомпонентиых средах — М.: Наука, 1982. — 286 с.

92. **Майнчен Д., Сак С.** Метод расчета Тензор//Вычислительные методы в гидродинамике — М.: Мир, 1967. — С. 185—211.

93. **Мельников В. В., Рыков Г. В.** О влиянии скорости деформирования на сжимаемость лессовых грунтов//ПМТФ. — 1965. — № 2. — С. 158—160.

94. **Москвитин В. В.** Сопротивление вязких материалов. — М.: Наука, 1972. — 327 с.

95 **Мороз Л. С.** Механика и физика деформаций и разрушения материалов. — М.: Машиностроение, 1984. — 224 с.

96 **Никифоровский В. С., Шемякин Е. И.** Динамическое разрушение твердых тел. — Новосибирск: Наука, 1979. — 271 с.

97. **Николаевский В. Н.** Механические свойства грунтов и теория пластичности//Итоги науки и техники. Сер Механика твердых деформируемых тел. — М : Наука, 1972 — Т. 6.

98 **Новацкий В. К.** Волиовые задачи теории пластичности. — М.: Мир, 1978 — 307 с.

99. **Нох В. Ф.** СЭЛ — совместный эйлерово-лаиграижев метод для расчета нестационарных двумерных задач//Вычислительные методы в гидродинамике. — М.: Мир, 1967. — С. 128—184.

100. **Ньюмарк Н., Розенблюэт Э.** Основы сейсмостойкого строительства. — М.: Стройиздат, 1980 — 344 с.

101. **Ольшак В., Рыхлевский Я., Урбаиовский В.** Теория пластичности неоднородных тел — М.· Мир, 1964 — 156 с.

102 **Пановко Я. Г.** Введение в теорию механического удара. — М.: Наука, 1977 — 232 с.

103. **Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К. и др.** Расчеты на прочность в машиностроении. — М · Машгиз, 1959. — Т. 3. — 1118 с.

104. **Попов Г. И.** Железобетонные конструкции, подверженные действию импульсных нагрузок. — М.. Стройиздат, 1986. — 128 с.

105. **Попов Н. Н., Расторгуев Б. С.** Расчет сооружений на действие кратковременных нагрузок большой интенсивности//Справочник по динамике сооружений/Под ред. Б. Г Коренева, И М. Рабиновича — М · Стройиздат, 1972. — С. 349—380

106. **Попов Н. Н., Расторгуев Б. С.** Динамический расчет железобетонных конструкций — М.: Стройиздат, 1974. — 207 с.

107. **Попов Н. Н., Расторгуев Б. С.** Вопросы расчета и конструи-

рования специальных сооружений. — М.: Стройиздат, 1980. — 189 с.

108. **Рабинович И. М., Синицын А. П., Теренин Б. М.** Расчет сооружений на действие кратковременных и мгновенных сил/ВИА им. В. В. Куйбышева. — М., 1956 — Ч. 1. 464 с.

109. **Рабинович И. М., Синицын А. П., Лужин О. В., Теренин Б. М.** Расчет сооружений на импульсивные воздействия. — М.: Стройиздат, 1970. — 304 с.

110. **Работнов Ю. Н.** Модель упругопластической среды с запаздыванием текучести//ПМТФ. — 1968. — № 3. — С 45—54.

111. **Работнов Ю. Н.** Распространение продольных упругопластических волн в малоуглеродистых сталях//Изв. АН СССР, МТТ. — 1972 — № 2. — С. 39—46.

112. **Работнов Ю. Н., Суворова Ю. В.** О законе деформирования металлов при одноосном нагружении//Изв. АН СССР, МТТ — 1972. — № 4 — С. 41—54.

113. **Рахматулин Х. А., Демьянов Ю. А.** Прочность при импульсивных нагрузках. — М.: Физматгиз, 1961. — 399 с.

114. **Ржаницын А. Р.** Строительная механика. — М.: Высшая школа, 1982. — 400 с.

115 **Рихтмайер Р., Мортон** К. Разностные методы решения краевых задач — М.: Мир, 1972. — 418 с.

116 **Рыков Г. В., Скобеев А. М.** Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках. — М.: Наука, 1978. — 168 с.

117 **Смирнов А. Ф., Александров А. В., Лащеников Б. Я., Шапошников Н. Н.** Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. — М.: Стройиздат, 1984. — 415 с.

118 **Справочник** по строительной механике корабля/Под ред. Ю. А Шиманского. — Л.: Судпромгиз, 1958. — Т. 1 — 627 с.; Т. 2— 528 с.

119 **Справочник** по динамике сооружений/Под ред. Б. Г. Коренева и И М Рабиновича. — М: Стройиздат, 1972. — 511 с.

120. **Степанов Г. В.** Упругопластическое деформирование материалов под действием импульсных нагрузок. — Киев: Наукова думка, 1979 — 268 с.

121. **Суворова Ю. В.** Запаздывание текучестн в сталях/ПМТФ.— 1968. — № 3 — С. 55—62

122 **Суворова Ю. В.** Распространение упругопластических волн в стержнях с учетом запаздывания текучести//Изв. АН СССР, МТТ. — 1970. — № 2. С. 74—85

123. **Тарнопольский Ю. М., Розе А. В.** Особенностн расчета деталей из армированных пластиков — Рига: Зинатне, 1969. — 230 с.

124. **Тимошенко С. П.** Статические н динамические проблемы теории упругости. — Кнев: Наукова думка, 1975. — С. 56—57.

125. **Удар**, взрыв и разрушение: Сб. ст./Под ред. В. Н Николаевского. — М., Мир, 1981. — 239 с.

126. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений//Вычислительные методы в гидродинамике. — М.: Мир, 1967. — С. 212—263.

127. **Уилкинс М. Л.** Результаты расчета системы волн в грунте при надземном и подземном взрывах. Механика. — М.: Мир, 1973. — № 4. — С. 98—108.

128. **Уилкинс М. Л., Гуинан М. У.** Удар цилиндра по жесткой преграде. Механика. — М.: Мир, 1973. — 139, № 3 — С. 112—128

129. **Ферри Д.** Вязкоупругие свойства полимеров. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963. — 535 с.

130. **Филин А. П.** Прикладная механика твердого деформируемого тела. — М.: Наука, 1981. — Т. 3. — 480 с.

131. **Филиппов А. П.** Колебания деформируемых систем. — М.: Машиностроение, 1970. — 734 с.

132. **Харрис С. М., Крид Ч. И.** Справочник по ударным нагрузкам. — Л : Судостроение, 1980. — 359 с.

133. **Шок Р.** Поведение горных пород под действием больших напряжений//Удар, взрыв и разрушение. — М.: Мир, 1981. — С. 116—130.

134 **Юхансон К., Персон П.** Детонацня взрывчатых веществ. — М.: Мир, 1973. — 352 с.

135. **Руководство** по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона (без предварительного напряжения). — М.: Стройиздат, 1978 — 320 с.

136. **Руководство** по проектированию строительных конструкций убежищ гражданской обороны. — М.: Стройиздат, 1982. — 296 с.

137. **Campbel J. D.** The dynamic yielding of mild steel//Acta metallurgica. — 1953. — 1, № 6. — P. 706—710.

138. **Desai Ch. S.** Nonlinear analyses spline functions//Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers. — 1971. — 97, NSM 10. — P. 1461—1480. (**Десаи Ч. С.** Нелинейный анализ с использованием сплайн-функций//Механика. — М : Мир, 1972. — 3 (133). — С. 147—164).

139. **Dienes J. K.** The effect of size on the strength of granitic Materials, Systems, Science and Softwave, SSS-JR-73-1795, La Jolla, California, 1973. (**Динес Дж. К.** Влияние масштаба на прочность гранитных материалов//Механика образования воронок при ударе и взрыве — М.: Мир, 1977. — С. 80—85).

140. **Kotlyarevsky V. A.** Computer — aided analysis of structural dynamics with regard for physical and geometrical non—linearities, locai fractures and interactionswith seismic waves in soil. Proc. Ninth World Conf. Earthquake Engineering. Tokyo—Kyoto, 1988, abstract No.: 6482.

141. **Legowski Z., Podolak K., Wlodarczyk E.** Dzialanie wybuchu na konstrukcje umieszczona w gruncie. Biul. w. Akad. techn. Rok XXIV, nr. 7 (275), lipiec, 1975, p. 13—32.

142. **Sinitsyn A. P., Samarin V. U.** Numerical investigations of stressen in rock structures with deformations beyond the elastic limit due to seismic waves. Proc fifth int. conf. Numerical Methods in geomechanics. Nagoya, 1985, p. 1329—1335.

143. **Skidmore I. C.** An introduction to shock waves in solids Applied Materials Research, 1965, 4, № 3, p. 131—147. (Скидмор. Ударные волны в твердых телах. Механика, 1968, 110, № 4. — С. 128—157).

144 **Venkateswara Rao G., Krishna Murty A. V.** An alternate form of the Ramberg—Osgood formula for matrix displacement analysis. Nuclear Engineering and Design, 1971, № 17, p. 297—308. (Венкатесвара Рао Г., Кришна Мурти А В. Альтернативная форма формулы Ромберга—Осгуда для матричного определения смещений.// Механика, 1972, 3 (133). — С. 135—146).

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ. УБЕЖИЩА ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ

Глава 1. Средства поражения 4

1.1. Общие сведения о средствах поражения . . . 4
1.2. Воздушная ударная волна 6
1.3. Воронки и волны сжатия в грунте 19
1.4. Проникающая радиация и радиоактивное заражение грунтов 22
1.5. Световое излучение 25
1.6. Поражающее действие ядерного взрыва на городские объекты 26

Глава 2. Общие сведения о динамических нагрузках . . 31

2.1. Нагрузки от воздушной ударной волны 31
2.2. Определение нагрузок методами физического моделирования 41
2.3. Полуэмпирический расчет взаимодействия . . . 52
2.4. Нагрузки на заглубленные сооружения от волн сжатия в грунте 57
2.5. Статистическое моделирование сейсмических нагрузок 58
2.6. Расчет на ЭВМ параметров воздушных ударных волн 75
2.7. Инерционные нагрузки 77

Глава 3. Требования к убежищам и выбор их рациональных характристик 79

3.1. Требования к убежищам и их классификация . . 79
3.2. Общие положения применения вероятностных методов 84
3.3. Критерии для определения рациональных значений основных характеристик убежищ 88
3.4. Определение потерь среди укрываемых и обеспеченных убежищами людей 93
3.5. Вероятность поражения укрываемых ударной волной ядерного взрыва и людей, находящихся вне убежища 96
3.6. Параметрические законы разрушения убежищ и поражения в них укрываемых 103
3.7. Вероятность поражения людей при заполнении убежищ 106
3.8. Вероятность поражения при заполнении убежищ, имеющих автоматические двери и шлюзы . . . 112
3.9. Распределение времени упреждения 116
3.10. Приближенный метод определения вероятности поражения точечного объекта 117
3.11. Определение приближенного параметрического закона поражения укрываемых при разрушении входов 120
3.12. Основы определения оптимального сочетания нагрузок на конструктивные элементы убежищ . . . 121

Глава 4. Убежища, возводимые заблаговременно 124

4.1. Объемно-планировочные решения 124

4.2. Конструкции убежищ 136
4.3. Технико-экономическая оценка сооружения убежищ 161

Глава 5. Убежища, возводимые в особый период 169

5.1. Планировочно-конструктивные решения сооружений 169
5.2. Особенности проектирования, изготовления и монтажа конструкций 185
5.3. Технико-экономические показатели убежищ . . . 195

ЧАСТЬ ВТОРАЯ. ПРАКТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Глава 6. Параметры волны, затекающей в здания с учетом разрушения их ограждающих конструкций . . . 200

6.1. Общая характеристика процессов взаимодействия воздушной ударной волны со зданием 200
6.2. Время разрушения панельных зданий 202
6.3. Время разрушения кирпичных зданий 205
6.4. Параметры волны, затекающей в панельные и кирпичные здания с проемами 209
6.5. Параметры волны, затекающей в панельные здания без проемов 211
6.6. Параметры волны, затекающей в кирпичные здания без проемов 215

Глава 7. Динамические нагрузки на конструкции убежищ . 220

7.1. Общие положения 220
7.2. Нагрузки на конструкции убежищ, размещенных в подвальном или цокольном этаже здания . . . 221
7.3. Нагрузки на конструкции убежищ, размещенных в первом этаже здания 230
7.4. Нагрузки на конструкции убежищ, размещенных под техническим подпольем 233
7.5. Нагрузки на конструкции отдельно стоящих убежищ 236
7.6. Нагрузки на элементы входов в убежища . . . 238

Глава 8. Расчет конструктивных элементов убежищ . . . 241

8.1. Расчет покрытий 241
8.2. Расчет стен 248
8.3. Расчет центрально-сжатых колонн 251
8.4. Расчет оснований и фундаментов 255
8.5. Особенности расчета многоэтажных убежищ . . . 259
8.6. Расчет конструкций убежищ на удар обломков . . 267
8.7. Входы и аварийные выходы 273
8.8. Расчет свайных фундаментов 279

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Глава 9. Механические характеристики сред и материалов и математические модели 284

9.1. Экспериментальные методы 284
9.2. Масштабный фактор и влияние трещин на прочность 290
9.3. Ударная адиабата в диапазоне больших давлений 293
9.4. Упругопластические модели горных пород и мягких грунтов 297

9.5. Упруговязкие модели мягких грунтов 302
9.6. Реологические модели материалов и примеры их использования 312
9.7. Методические основы динамических испытаний металлов при умеренных скоростях деформации . . 326
9.8. Модели металлических материалов 333
9.9. Режимы динамических испытаний сталей и некоторые результаты 341
9.10. Бетон и железобетон 347

Глава 10. Расчет изгибаемых конструкций 357

10.1. Упругий расчет балок, упругая стадия 357
10.2. Исчерпание упругого ресурса конструкций . . . 399
10.3. Упругопластический расчет с учетом запаздывающей текучести 418
10.4. Расчет упругопластических хрупких конструкций по схеме осциллятора с переменными параметрами . 450

Глава 11. Расчет сжато-изогнутых конструкций по деформированной схеме 485

11.1. Динамический расчет методом физической дискретизации. Программный комплекс DYNAMIC . . . 485
11.2. Расчет упругопластических конструкций по программе KONTUR 496
11.3. Примеры расчета 500
11.4. Моделирование волн сжатия в грунте стержневой структурой 506
11.5. Расчет упругих стержневых систем с учетом инерции вращения узлов. Программа SHOCK 517

Глава 12. Волны сжатия в грунте и нагрузки на заглубленные сооружения 524

12.1. Постановка задачи 524
12.2. Уравнения движения сооружения и волновые нагрузки 527
12.3. Коэффициенты волнового взаимодействия . . . 530
12.4. Фильтрация ударной волны в сооружение . . . 541

Глава 13. Комплексный расчет конструкций сооружений гражданской обороны методом механики сплошной среды 544

13.1. Постановка задачи 544
13.2. Модели сред и материалов, используемых в программном комплексе EFFECT 548
13.3. Реализация алгоритма на ЭВМ 555
13.4. Примеры расчета 562

Приложение. Основные данные программ для ЭВМ и рекомендации по их практическому использованию 584

Список литературы 589

СТРОЙИЗДАТ В 1989 Г. ВЫПУСТИЛ В СВЕТ КНИГУ ХАРИТОНОВА В. А. И ШОЛОХОВА В. А. ОРГАНИЗАЦИЯ ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ РАБОТ ПОСЛЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ/ПОД РЕД. В. А. ХАРИТОНОВА. — 2-Е ИЗД., ПЕРЕРАБ. И ДОП. ОБЪЕМОМ 272 С., ТИРАЖОМ 3500 ЭКЗ. ISBN 5—274—01237—X

В КНИГЕ ПРИВЕДЕНА МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ, ОРГАНИЗАЦИИ И ТЕХНОЛОГИИ ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ РАБОТ. РАССМОТРЕНЫ СТРУКТУРА СТРОИТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ, НОМЕНКЛАТУРА ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ РАБОТ. НАСТОЯЩЕЕ ИЗДАНИЕ ДОПОЛНЕНО МАТЕРИАЛАМИ О ВОССТАНОВЛЕНИИ ОБЪЕКТОВ ТРУБОПРОВОДНОГО СТРОИТЕЛЬСТВА. ОСВЕЩЕНЫ ВОПРОСЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РИСКА СТРОИТЕЛЬСТВА В СЕЙСМИЧЕСКИХ РАЙОНАХ И ПОРЯДОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСЧЕТНОЙ СЕЙСМИЧНОСТИ ОБЪЕКТА. ИЗД. 1-Е ВЫШЛО В 1986 Г.

КНИГА ПРЕДНАЗНАЧЕНА ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ РАБОТНИКОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ.